

钢筋砼压扭和拉扭构件受力模型及 承载力公式分析***

王新玲 刘立新 于庆展

(郑州工学院)

(郑州粮食学院)

摘 要: 本文运用桁架理论建立了受扭构件受力模型, 引用砼双向受力状态下强度理论和破坏准则推导出压扭和拉扭构件承载力公式, 和现行规范 (GBJ10-89) 符合较好, 验证了《规范》的合理性, 并用试验结果检验了纯扭构件承载力计算公式。

关键词: 压扭, 拉扭, 受力模型

中图分类号: TU312

近年来, 国内外学者多采用桁架理论对钢筋砼受拉构件进行分析, 而文献[1]采用双向受拉腹杆的空间桁架受力模型, 运用砼双向受力下的强度理论, 推出了纯扭构件承载力计算公式。本文在文献[1]的基础上, 对其公式用试验结果进行检验, 并对压(拉)扭构件的受力机理和承载力作进一步分析。

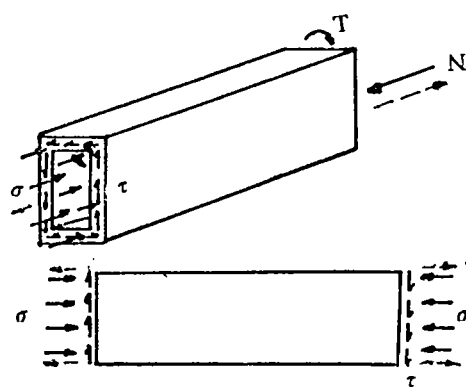


图 1

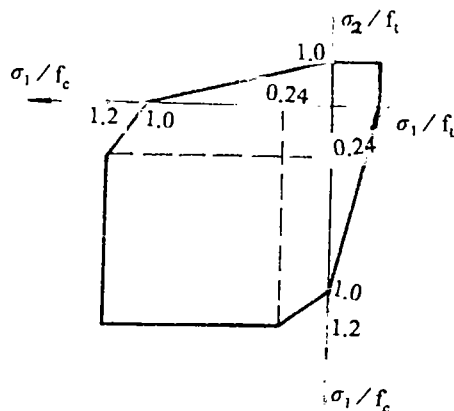


图 2

图 1 为压(拉)扭构件的受力示意图, 其剪力流主要集中在厚度为 $2C$ (C 为砼保护层

* 收稿日期: 1994-12-06

** 本课题为国家和河南省自然科学基金资助项目

厚度)的薄壁上,压(拉)应力均匀作用在整个面上。

受扭构件的砼处于复杂应力状态,本文采用 Slate 等提出的砼在双向应力作用下的破坏准则,如图 2 所示。一向受压,另一向受拉时:

$$\sigma_2=f_c-\frac{\sigma_1}{f_t}f_c\qquad(0<\sigma_1<f_t)$$

(1)

1 压(拉)扭构件受力机理和承载力公式分析

试验表明(文献[2]),轴力 N 仅对纵筋应变影响十分显著,轴压力能改善砼的相互咬合作用和纵筋暗销作用,因而提高了构件的抗扭能力,而轴拉力加快了砼开裂,降低了构件的抗扭能力。由于剪应力 τ 主要集中于厚度为 $2C$ 的薄壁面上,因此主要对薄壁的应力进行分析。图 3 为一薄壁筒截面的应力状态,由于剪应力作用,薄壁截面将在主拉应力达到砼抗拉强度后开裂,在构件表面形成螺旋裂缝,与构件边缘形成大致相等的 α 角。在每个开裂的薄壁侧面,砼斜向受压相当于桁架的斜腹杆,箍筋受拉相当于桁架的垂直腹杆。为了进一步说明砼斜腹杆的作用,可假设将薄壁筒的侧面旋转展成一个平面,在展开的平面上,可以清楚地看出砼斜腹杆可将斜向压力从受扭构件的一端传送到另一端。受扭纵筋相当于水平拉杆,其应力和轴力 N 产生的应力与砼斜腹杆的水平分力相平衡,并使斜腹杆水平方向受压。

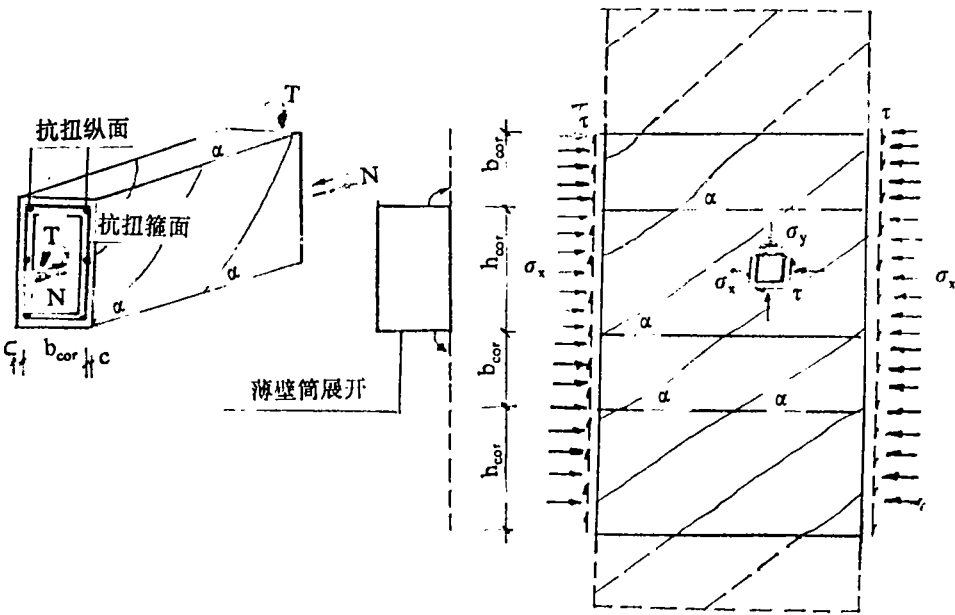


图 3

在适筋受扭破坏的条件下,受扭纵筋和箍筋均可达到屈服,由此可求得受扭箍筋和受

扭纵筋及轴力 N 使薄壁砼所受的垂直压应力 σ_y 和水平压应力 σ_x 分别为:

$$\sigma_y = \frac{A_{st1} \cdot f_{yv}}{2C \cdot S} \quad (2)$$

$$\sigma_x = \frac{A_{st1} \cdot f_y}{2C \cdot U_{cor}} + \sigma_N \quad (3)$$

式中, A_{st1} 为单肢受扭箍筋的截面面积, A_{stl} 为全部受扭纵筋的截面面积, f_y 、 f_{yv} 分别为受拉纵筋、箍筋的屈服强度, $U_{cor} = 2(b_{or} + h_{cor})$, $b_{cor} = b - 2C$, $h_{cor} = h - 2C$, $\sigma_N = \pm N/A$; 当为轴拉时, $\sigma_N = -N/A$, 当为轴压时, $\sigma_N = +N/A$ 。分析薄壁砼单元的应力状态, 可求得主压应力 σ_2 和主拉应力 σ_1 及主压应力与截面边缘的夹角 α :

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau^2} \quad (4)$$

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau^2} \quad (5)$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2\tau}{\sigma_x - \sigma_y} \quad (6)$$

此处取压应力为正, 拉应力为负。由公式 (6)

$$\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} = \tau \tan 2\alpha \quad (7)$$

代入 (4)、(5) 式得

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\tau}{\sin 2\alpha} \quad (8)$$

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{\tau}{\sin 2\alpha} \quad (9)$$

引入砼拉压状态下的破坏条件可知, 当满足式 (1) 时达到受扭承载力极限状态。则

$$\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\tau}{\sin 2\alpha} = f_c + \frac{f_t}{f_c} \left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{\tau}{\sin 2\alpha} \right)$$

$$\therefore \tau = \left[\frac{f_t}{f_c + f_t} f_c + \left(1 - \frac{2f_t}{f_c + f_t} \right) \cdot \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right] \sin 2\alpha \quad (10)$$

如图 4 所示的斜腹杆, 对 (b) 中的 A 点取矩:

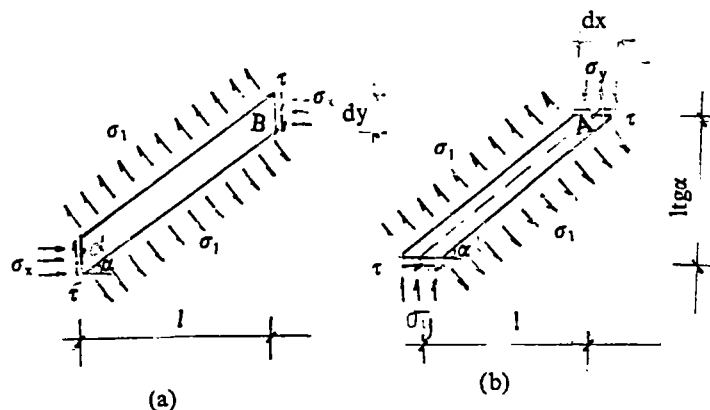


图4

$$\sigma_1 \cdot \frac{l}{\cos \alpha} \cdot dx \cdot \cos \alpha + \sigma_y \cdot dx \cdot l - \tau \cdot dx \cdot l \cdot \tan \alpha = 0$$

$$\therefore \tau \tan \alpha = \sigma_y + \sigma_1 \quad (11)$$

同理, 对图4 (a) 中B点取矩得:

$$\tau \tan \alpha = \sigma_x + \sigma_1 \quad (12)$$

由式(11)、(12)得:

$$\tan^2 \alpha = \frac{\sigma_x + \sigma_1}{\sigma_y + \sigma_1} \quad (13)$$

由式(10)得:

$$\frac{\tau}{\sin 2\alpha} = K \cdot f_c + (1 - 2K) \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \quad (14)$$

$$\text{式中, } K = \frac{f_t}{f_t + f_c}$$

将式(14)代入(9)式得式(15), 再将式(15)代入式(13)得式(16)

$$\sigma_1 = K(\sigma_x + \sigma_y) - Kf_c \quad (15)$$

$$\tan^2 \alpha = \frac{\frac{\sigma_x}{\sigma_y} (K+1) + K - \frac{Kf_c}{\sigma_y}}{\frac{\sigma_x}{\sigma_y} K + K + 1 - \frac{Kf_c}{\sigma_y}} = \beta \quad (16)$$

$$\therefore \sin 2\alpha = \frac{2\sqrt{\beta}}{1+\beta} \quad (17)$$

$$\therefore \tau = K \frac{2\sqrt{\beta}}{1+\beta} f_c + (1 - 2K) \sqrt{\beta} \frac{1+\zeta}{1+\beta} \cdot \frac{A_{stl} f_{yv}}{2C \cdot S} + (1 - 2K) \frac{\sqrt{\beta}}{1+\beta} \sigma_N \quad (18)$$

式中, ζ 为抗扭纵筋和箍筋的配筋强度比, $\zeta = \frac{A_{stl} \cdot f_y}{U_{cor}} / \frac{A_{stl} \cdot f_{yv}}{S}$ 考虑薄壁筒内砼的部

分受扭作用, 则可得到受扭构件承载力计算公式:

$$\begin{aligned} T &= \tau \cdot 2CA_{cor} + \eta W_{tcor} \cdot f_t \\ &= K \frac{2\sqrt{\beta}}{1+\beta} f_c \cdot 2C \cdot A_{cor} + (1-2K)\sqrt{\beta} \cdot \frac{1+\zeta}{1+\beta} \cdot \frac{A_{st1} \cdot f_{yv}}{S} A_{cor} \\ &\quad + (1-2K) \frac{\sqrt{\beta}}{1+\beta} \cdot 2C \cdot A_{cor} \cdot \sigma_N + \eta W_{tcor} \cdot f_t \end{aligned} \quad (19)$$

式中, $A_{cor} = b_{cor} \cdot h_{cor}$, W_{tcor} 为矩形薄壁筒内砼的抗扭塑性抵抗矩, $W_{tcor} = b_{cor}^2 (3h_{cor} - b_{cor}) / 6$, η 为薄壁筒内砼抗扭作用系数。

1.1 对纯扭构件, $N=0$, 则

$$\beta = \frac{\zeta(K+1) + K - Kf_c / \sigma_y}{\zeta K + K + 1 - Kf_c / \sigma_y} = \beta_1 \quad (20)$$

取 $\eta = 0.5$ (考虑薄壁砼开裂后将影响核心砼抗扭作用 [1]) ,

$$\therefore T = K \cdot \frac{2\sqrt{\beta_1}}{1+\beta_1} f_c \cdot A_{cor} \cdot 2C + (1-2K) \frac{(\zeta+1)}{1+\beta_1} \sqrt{\beta_1} \frac{A_{st1} f_{yv}}{S} A_{cor} + 0.5 W_{tcor} f_y \quad (21)$$

为了和现行规范比较, 当 $h/b = 2 \sim 5$ 时, $2C \cdot A_{cor} \approx 0.33W_t$, $W_{tcor} \approx 0.6W_t$, W_t 为矩形截面的塑性抗扭抵抗矩, $W_t = \frac{b^2}{6} (3h - b)$, 近似取 $f_t = 0.1f_c$, 则 (21) 式可进一步写为:

$$T = 0.3 \left(\frac{2\sqrt{\beta_1}}{1+\beta_1} + 1 \right) W_t f_t + 0.82 \sqrt{\beta_1} \frac{1+\zeta}{1+\beta_1} \frac{A_{st1} \cdot f_{yv}}{S} A_{cor} \quad (22)$$

再取 $C \approx 0.1b$, 则

$$\sigma_y = \frac{A_{st1} \cdot f_{yv}}{2C \cdot S} = 5\rho_{sv} \cdot f_{yv}$$

而 $\rho_{svmin} = 0.065f_c / f_{yv}$, $\rho_{svmax} = 0.1f_c / f_{yv}$

在 $0.6 \leq \zeta \leq 1.7$, 得 $\beta_1 = 0.54 \sim 1.72$

$$\therefore \frac{2\sqrt{\beta_1}}{1+\beta_1} \approx 1.0, \quad \frac{1+\zeta}{1+\beta_1} \approx 1.0$$

则纯扭构件抗扭承载力计算公式为

$$T = 0.6W_t f_t + 0.82\sqrt{\zeta} \frac{A_{st1} \cdot f_{yv}}{S} A_{cor} \quad (23)$$

其同于文献[1]中的公式, 与《规范》公式形式完全相同, 仅系数有所不同。

1.2 压扭构件, $\sigma_N = N/A$, 则

$$\beta = \frac{\zeta(K+1) + K - Kf_c / \sigma_y + \frac{N/A}{\sigma_y}(K+1)}{\zeta K + K + 1 - Kf_c / \sigma_y + \frac{N/A}{\sigma_y}K} = \beta_2 \quad (24)$$

由于 N 对核心砼抗扭承载力起有利作用, 所以取 $\eta = 0.6$, 则抗扭承载力公式为

$$T = K \cdot \frac{2\sqrt{\beta_2}}{1 + \beta_2} f_c \cdot 2C \cdot A_{cor} + (1 - 2K)\sqrt{\beta_2} \cdot \frac{1 + \zeta}{1 + \beta_2} \frac{A_{st1} f_{yv}}{S} A_{cor} \\ + (1 - 2K) \frac{\sqrt{\beta_2}}{1 + \beta_2} \cdot \frac{N}{A} \cdot 2C \cdot A_{cor} + 0.6W_{tcor} \cdot f_t \quad (25)$$

与纯扭构件同理, 式 (25) 可简化为

$$T = 0.3 \left(\frac{2\sqrt{\beta_2}}{1 + \beta_2} + 0.12 \right) W f_t + 0.82 \sqrt{\beta_2} \cdot \frac{1 + \zeta}{1 + \beta_2} \frac{A_{st1} \cdot f_{yv}}{S} A_{cor} \\ + 0.13 \cdot \frac{2\sqrt{\beta_2}}{1 + \beta_2} \cdot \frac{N}{A} W_t \quad (26)$$

由式 (24) 知, $\beta_2 > \beta_1$, 则 $\sin 2\alpha < 1$, 即由于轴压力 N 的作用, 使螺旋裂缝倾角 $\alpha < 45^\circ$, 同时亦反映出配箍强度比 σ_y / f_c 对倾角 α 亦略有影响。《规范》压扭构件承载力公式为

$$T = 0.35W f_t + 1.2\sqrt{\zeta} \frac{A_{st1} f_{yv}}{S} A_{cor} + 0.07 \frac{N}{A} W_t \quad (27)$$

由此看出, 式 (26) 与《规范》压扭构件承载力公式 (27) 形式完全一致, 仅系数不同, 因此, 从理论上说明了《规范》公式形式的合理性。由于《规范》中为使公式形式简单, 其系数往往由试验结果回归所得, 忽略了一些相关的影响, 而式 (26) 则是根据桁架理论推导考虑各项相关关系而得出的, 故较为精确地反映出 σ_y / f_c 和轴压力 N 与砼及钢筋的抗扭作用所存在的相关关系。该式还和纯扭构件承载力公式相衔接, 可供《规范》进一步修订时参考。

1.3 拉扭构件: $\sigma_N = -N/A$, 则

$$\beta = \frac{\zeta(K+1) + K - \frac{Kf_c}{\sigma_y} - \frac{N/A}{\sigma_y}(K+1)}{\zeta \cdot K + 1 - \frac{Kf_c}{\sigma_y} - \frac{N/A}{\sigma_y}} = \beta_3 \quad (28)$$

由于 N 起不利作用, 核心砼几乎不起作用, 所以取 $\eta = 0$, 则

$$T = 0.3 \frac{2\sqrt{\beta_3}}{1 + \beta_3} W f_t + 0.82 \sqrt{\beta_3} \frac{1 + \zeta}{1 + \beta_3} \cdot \frac{A_{st1} f_{yv}}{S} A_{cor} - 0.14 \frac{2\sqrt{\beta_3}}{1 + \beta_3} \cdot \frac{N}{A} W_t \quad (29)$$

2 纯扭构件承载力公式与试验结果比较

图 5 为(23) (纯扭构件承载力公式) 与纯扭构件试验结果 (文献[3]) 的比较。可以看出, (23)式能较好反映试验规律, 按式(23)计算结果与国内 40 根纯扭构件的试验值进行比较, 试验值 / 计算值, $\mu=1.49$, $\delta=0.195$, 可见符合程度较好, 且偏于安全。

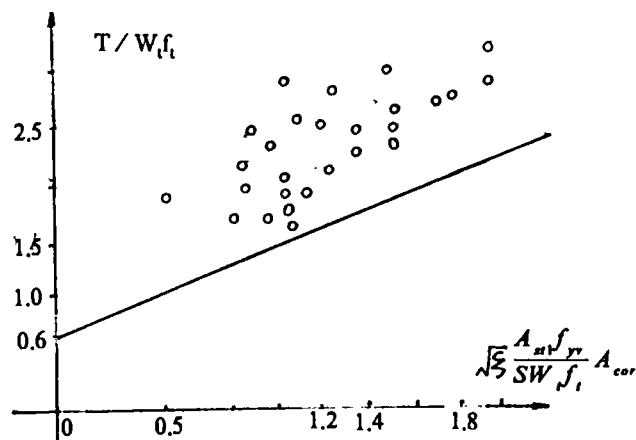


图 5

3 结论

3.1 纯扭构件承载力计算公式(23)和试验结果符合较好。

3.2 用空间桁架受力模型建立了压扭构件承载力计算公式, 和《规范》(GBJ10-89) 相一致, 并和式(23)相衔接。

参 考 文 献

- 1 刘立新. 钢筋砼受剪构件和受扭构件的破坏机理及受力模型的探讨. 郑州工学院学报. 1994年第4期.
- 2 受扭专题组. 钢筋砼及预应力砼受扭构件的设计方法: 钢筋砼结构与构造, 85设计规范背景资料汇编. 中国建筑科学研究院. 1985年7月.
- 3 中国建筑科学研究院. 钢筋砼构件试验数据集. 85设计规范背景资料续编. 1985年8月.

The Analysis of Space Frame Model and Ultimate Torque Formulas of Reinforced Concrete Members Under Compression Torsion and Tension Torsion

Wang Xinling liu Lixin Yu Qingzhan

(Zhengzhou Institute of Technology) (Zhengzhou Institute of Grain)

Abstract: In this paper, applied space frame model of torsion member and concrete strength theory under bi-axial loads, ultimate torque formulas of reinforced concrete members under compression torsion and tension torsion are obtained. These formulas conform to the code formula (GBJ10-89) and they test and verify that the code formulas is reasonable. The bearing pressure formula under pure torsion is inspected by test results.

Keywords: Compression Torsion, Tension Torsion, Space Frame Model