第16卷 第1期 郑州工学院学报 Vol.16 No.1
1995年 3月 Journal of Zhengzhou Institute of Technology Mar. 1995

降雨频率分析的切氏多项式拟合解

朱海堂

(郑州工学院水环系)

摘 要: 本文论述了切比晓夫多项式拟合法的基本原理及运用于降雨频率分析中的可行性和适用性。根据实际观测资料，采用该法与目前工程界广泛运用的目估适线法进行了对比。结果表明，该法准确合理，简便实用，因而具有一定的应用价值。

关键词: 频率分析，拟合，方根误差

中图分类号: P333

在灌区工程设计中，首先要解决的一个问题就是估算在指定设计频率下的水文变量设计值。由于水文变量的随机性，其总体分布是未知的，加之估计方法的复杂性，一般无法确切地求出估计量抽样分布的具体函数形式。目前各国使用的频率曲线线型如皮尔逊Ⅲ型、对数皮尔逊Ⅲ型及克里茨基——闵凯里曲线等，都只是根据"能较好地拟合多数较长系列的经验点据"而选定的。然而，水文变量本身的时空差异决定了这些线型不可能适应于所有地区水文现象的统计分析。在实际工程设计中，我国普遍采用理论线型为皮尔逊Ⅲ型的目估适线法，该法在多数情况下可以得到一个比较满意的频率曲线。但是，这种方法不仅要进行大量的查表计算和综合比较，计算量很大，而且在目估比较过程中缺乏统一的比较准则，存在因人而异、主观性较大的缺陷。同时，为了适线的方便，要假定一些 C_s 与 C_v 的经验比值，这也缺乏必要的根据。由于存在上述不足，使得目估适线法的频率分析成果的可靠性和使用价值大大地降低。

随着计算机在我国的迅速普及和广泛应用，我们可以设想采用带有一定准则的电算适线法来进行水文频率的分析计算。本文即是旨在采用既简单而又能满足一定精度要求的切比晓夫多项式函数来拟合求解水文设计值，并使得程序编制及上机计算更加简便易行，并节约计算机内存，提高运算速度。

1 计算原理

如前所述，水文变量（如降雨量）是一种随机变量，与其所对应的出现经验频率也是随机变量，它们一起服从二项分布，因而可以采用与经验点据拟合较好的频率曲线作为其总体频率曲线的估计。从这一角度出发，我们采用函数拟合的方法，构造一个具有最小二乘解的最佳逼近多项式函数，来进行水文频率的分析计算。然而，在进行某些多项式的拟

合时，往往会出现病态矩阵而得不到具有最小二乘解的拟合函数待定系数。为解决这一问题，我们选取具有许多优良性质的各次切比晓夫多项式作为最佳逼近函数进行经验点据的拟合。

根据以上分析，选取如下各次切比晓夫多项式的线性无关函数组

$$\phi_0 = T_0,\ \phi_1 = T_1,\ \phi_2 = T_2,\ \cdots,\ \phi_n = T_n$$

其中：$T_k(k=0,1,2,\cdots,n)$ 为各次切比晓夫多项式。用它们的线性组合构造的最佳平方逼近函数为:

$$y(x) = a_0 T_0(x) + a_1 T_1(x) + \cdots + a_n T_n(x) \qquad x \in [-1,1]$$

如果给定的曲线拟合区间为 $x \in [-1,1]$，而且已知点据是在 m 次（要求 $m \geqslant n+1$）切比晓夫多项式 $T_m(x)$ 的零点 $x_i(i=1,2,\cdots,m)$ 上给定的，那么，由线性无关组 $\{T_k(x)\}$ $(K=1,2,\cdots,n)$ 产生的确定最小二乘解的正则方程组

$$\begin{bmatrix} (\phi_0,\phi_0) & (\phi_0,\phi_1) & \cdots & (\phi_0,\phi_n) \\ (\phi_1,\phi_0) & (\phi_1,\phi_1) & \cdots & (\phi_1,\phi_n) \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots\cdots \\ (\phi_n,\phi_0) & (\phi_n,\phi_1) & \cdots & (\phi_n,\phi_n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\phi_0,y) \\ (\phi_1,y) \\ \vdots \\ (\phi_n,y) \end{bmatrix}$$

就具有以下简单的形式:

$$\begin{bmatrix} (T_0,T_0) & & \\ & (T_1,T_1) & \\ & & \ddots \\ & & & (T_n,T_n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (T_0,y) \\ (T_1,y) \\ \vdots \\ (T_n,y) \end{bmatrix}$$

而且可以保证其对角线上的元素 $(T_k,T_k) \neq 0$，这就避免了产生病态正则矩阵的情况。于是，我们可以确定最佳平方逼近函数的待定系数 $a_k(k=0,1,2,\cdots,n)$ 为：

$$a_k = \frac{(T_k,y)}{(T_k,T_k)} = \begin{cases} \dfrac{1}{m} \sum\limits_{i=1}^{m} y_i & (k=0) \\ \dfrac{2}{m} \sum\limits_{i=1}^{m} y_i T_k(x_i) & (k=1,2,\cdots,n) \end{cases}$$

由此即可以得到已知点据的最佳平方逼近的分布函数关系。

对于降雨频率分析曲线，其拟合区间并非为 $[-1,1]$，这时，可以采用一个线性变换转化为 $[-1,1]$，然后即可按上述方法拟合计算。

当然，利用切比晓夫多项式进行经验点据的拟合时，不同幂次的切比晓夫多项式将会得到不同的拟合结果。为了使所拟合的函数曲线能与实际资料的分布具有较好的一致性，我们采用最佳平方逼近的方根误差这一目标函数及计算精度要求作为优度拟合准则，即取

$$\min\{D\} = \min\left\{\sqrt{\sum_{i=1}^{m}[y(x_i) - f(x_i)]^2}\right\}$$

及 $$E \leqslant [E]$$

来评价各种幂次的切比晓夫多项式拟合成果的优劣，并取其中方根误差较小且又满足一定精度要求的拟合多项式作为最优次幂的切比晓夫多项式，进而可以求得在各给定设计参数下的特征设计值.

2 实例分析

为探讨采用切比晓夫多项式作为水文频率分析的拟合函数，用最佳平方逼近的方根误差和工程设计精度要求作为多项式幂次拟合优度的目标准则函数，进行求解水文设计值的可行性及合理性，选择了河南省某气象观测台自 1951 年至 1980 年共 30 年的降雨系列观测资料，以推求在各设计频率下的设计降雨量.

河南某气象观测台 1951 年至 1980 年的降雨系列观测资料列于表 1 中.

表 1 河南某观测台降雨系列资料 单位：毫米

年 份	1951	1952	1953	1954	1955	1956	1957	1958	1959	1960
降雨量	494.5	439.3	565.2	866.8	659.3	775.6	777.7	865.0	452.6	416.6
年 份	1961	1962	1963	1964	1965	1966	1967	1968	1969	1970
降雨量	628.7	658.0	762.8	1041.3	422.1	442.6	768.3	403.0	675.7	602.1
年 份	1971	1972	1973	1974	1975	1976	1977	1978	1979	1980
降雨量	617.3	640.9	819.6	808.2	565.9	607.7	669.1	579.1	617.7	585.4

表 2 设计频率下的降雨特征值

设计频率(%)		5	10	25	50	60	70	75	80	90	95
降雨量 (mm)	拟合法 X_n	923	874	759	623	576	529	505	482	434	410
	适线法 X_s	924	852	740	628	583	542	527	500	445	402
$X = X_n / x_s$		0.999	1.026	1.014	0.992	0.988	0.976	0.958	0.964	0.975	1.020
$\overline{X} = 0.991$ $C_v = 0.022$											

对于上述降雨系列观测资料，经前述方法拟合计算，得到相应于各种设计频率下的设计降雨量拟合值. 计算结果列入表 2 中.

为便于与目估适线结果对比，本文给出了上述观测资料的皮尔逊Ⅲ理论频率曲线图，如图 1，并在表 2 中同时列入了根据皮尔逊Ⅲ型目估适线法所求得的结果以及与拟合值对比的统计参数. 从表 2 中所列结果可以看出，电算拟合值与目估适线值基本一致，平均偏差 $\overline{x} = 0.9\%$，离差系数 $C_v = 0.022$. 这表明，降雨频率分析的切比晓夫多项式拟合解是合理的.

3 结论

以上对水文频率分析的切比晓夫多项式拟合解法进行了分析和探讨，从中可以看出，切比晓夫多项式拟合解法是合理的、也是可行的，而且其拟合精度满足灌区工程的设计要求. 同时，该法简便易行，仅需将水文系列观测资料及所需要的给定设计频率输入计算程序，即可直接得到在各种设计频率下的水文设计值，大大减轻了计算工作量，弥补了目估

适线法所存在的问题和不足，从而具有一定的实用价值。尤其对于农田灌溉设计中的水文频率分析计算，不失为一种简便可靠的分析计算方法。

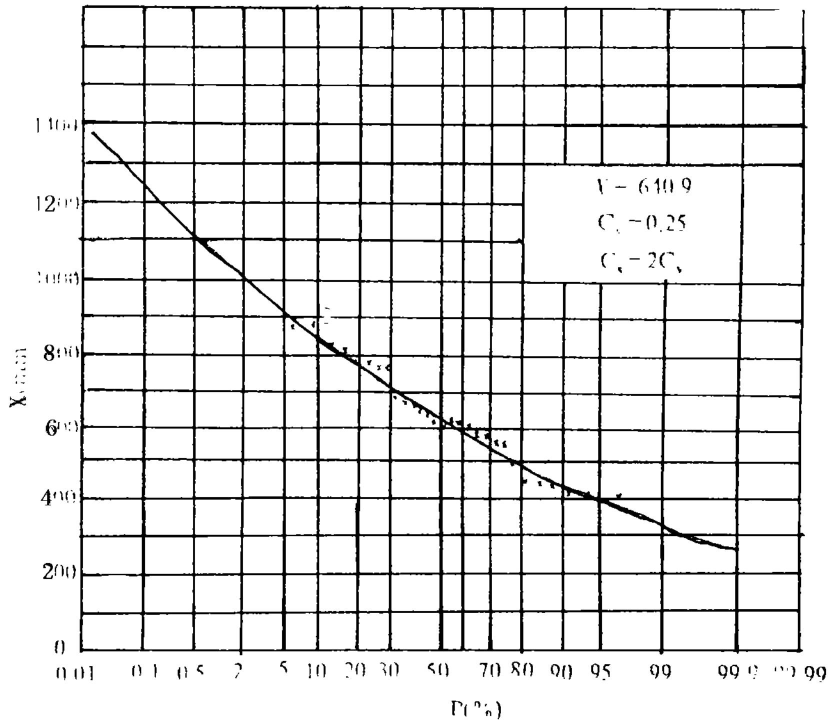

图 1　降雨系列资料理论频率曲线(皮-Ⅲ型)

参 考 文 献

1　孙济良、秦大庸. 水文频率分析适用模型研究. 水利学报，1989年第4期

2　陈志恺等.论皮尔逊Ⅲ型及克里茨基　　闵克里曲线对设计洪水的适用性. 水利水电科学研究院《科学研究论文集》第 2 集，1963

3　易大义等:《数值方法》,浙江科学出版社,1984.9

Chebishov Multinomial Fitting Method of Reinfall Frequency Analysis

Zhu Haitang

(Zhengzhou Institute of Technology)

Abstract: This thesis describes the basis of Chebishov multinomial fitting method and analyzes the seasibility and usability using it on rainfall frequency analysis. Based on measured date, two results using this method and line fitting method are compared. It is demonstrated that this method is definitive, rational, simple and practical. So this method will be of great practical value.

Keywords: frequency analysis, fitting, square root corrigendum.