第15卷 第2期 郑州工学院学报 Vol.15 No.2
1994年 6 月 Journal of Zhengzhou Institute of Technology Jun. 1994

明渠非恒定流数值计算的边界处理新方法

高双聚 杨玲霞

(郑州工学院水环系)

摘 要: 本文采用扩散格式模拟明渠非恒定流，并提出了一种边界处理的新方法，代数方程采用松弛 N-R 方法，计算收敛速度较同类计算方法快。

关键词: 非恒定流，数值计算，明渠

中图分类号: TV133

对明渠非恒定流在渐变流的条件下由圣维南方程组描述:

$$\frac{\partial V}{\partial t}+U\frac{\partial V}{\partial S}+g\frac{\partial Z}{\partial S}+g\frac{V^2}{C^2R}=0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial A}{\partial t}+\frac{\partial Q}{\partial S}=0 \tag{2}$$

方程中 A 为过水断面面积，Q 为流量，Z 为水位，C 为谢才系数，R 为水力半径，V 为流速。

计算实例为一长 $9km$ 的河道，平均底坡为 0.000182，下流出口为一湖泊，上游入口处流量由恒定态 $Q_0=50m^3/s$ 在 $2000S$，内均匀增加到 $150m^3/s$。对此定解条件如下:

初始条件: $t=0$时，$Q=Q_0$，恒定流

边界条件: $S=0$时
$$\begin{cases} Q=Q_0+\dfrac{150-Q_0}{2000} & 0<t\leqslant 2000\ S \\ Q=150m^3/s & t>2000\ S \end{cases} \tag{3}$$

$$S=9000\ m \qquad Z=Z_{湖泊}=216.5m \tag{4}$$

该定解条件与方程 (1) 和 (2) 构成一非线性定解问题，分析解是极为困难的，一般采用数解法。

1　初态恒定流计算

对恒定流动, $\frac{\partial}{\partial t}=0$, 方程组(1)、（2）简化为:

$$\frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{V^2}{2g}\right)+\frac{\partial z}{\partial s}+\frac{V^2}{C^2R}=0 \tag{5}$$

$$Q=Q_0=50m^3/s \tag{6}$$

对该河道为缓坡上的缓流，可采用常规的分段法，由下游向上游推算，对任一段如图1所示。对任一段得:

$$Z_1+\frac{Q_0^2}{2gA_1^2}=Z_2+\frac{Q_0^2}{2gA_2^2}+\bar{J}\Delta S \tag{7}$$

H_2、Z_2为已知，求出H_1就可得到Z_1,因此由(7)可得一非线性代数方程

$$f(H_1)=0 \tag{8}$$

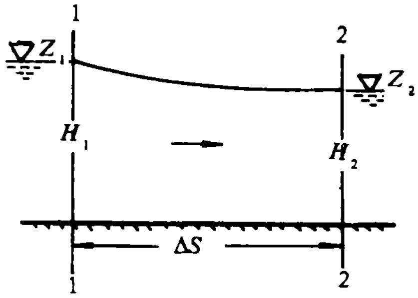


图1　恒定流流段示意图

对 (8) 常用的解法有插值法，对分法，切线法即 $N-R$ 法，其中以 $N-R$ 法收敛最快，但该法对初值选择要求苛刻，选不对迭代初值反而不收敛。为了充分利用该法优点而又对初值不要求过高，在计算时采用松弛 $N-R$ 法，其迭代格式为:

$$H_1^{(k+1)}=H_1^{(k)}-\alpha f(H_1^{(k)})/f'(H_1^{(k)}) \tag{9}$$

式中 α 为松弛因子，经实验取 $\alpha=0.03$ 收敛最快，在 $DPS85$ 机上，$10s$ 之内就可做好 $9km$ 河道的恒定流计算。

2　非恒定流计算

为了避免求解联立的非线性代数方程组以适应计算机内存，参阅文献[1]采用显格式中的扩散格式如下:

$$Z_k^{l+1}=\beta Z_k^l+\frac{1-\beta}{2}(Z_{k+1}^l+Z_{K-1}^l)-\frac{\Delta t}{2\Delta S\ddot{B}}(Q_{k+1}^l-Q_{k-1}^l) \tag{10}$$

$$V_k^{l+1}=\beta V_K^l+\frac{1-\beta}{2}(V_{K+1}^l+V_{K-1}^l)-\frac{\Delta t}{2\Delta s}\left[gZ_{K+1}^l-gZ_{K-1}^l+\frac{(V_{K+1}^l)^2-(V_{K-1}^l)^2}{2}\right]-g\bar{J}_f\Delta t \tag{11}$$

以前对该差分格式的边界点处理方法要采用特征线方法，这需要忽略时间变化对特征线斜率的影响、上、下游两特征线斜率不同的影响以及特征线斜率不同于$\frac{\Delta s}{\Delta t}$的影响。实际上因明流特征线并非直线，按直线处理将会引起较大误差，为了弥补其损失，必须加密计算网格，另一方面特征线方程与上述差分格式属完全不同的另一类方程，从而增加程序

编制的复杂性。

为了克服上述缺点本文采用与差分格式(10)、(11)同类的直接差分法处理边界计算。

流场中的 Q 和 Z 应满足方程组(1)和(2)，如果其中一个已知，另一个量应能从该方程组求出，在边界断面也是如此。例如下游断面 Z 已知，另一个量应能从圣维南方程组中解出；上游断面 Q 已知，Z 应能从(1)、(2)中解出。换言之，在适定的前提下，边界条件与圣维南方程应该是协调的。在求解中，可选择最简单的方程计算，显然选连续性方程是合适的。对上游边界 $Q=Q(t)$ 为已知，由方程(2)取差分、对上游边界、时间差分取向后差分、空间取向前差分，于是方程(2)的上边界差分格式为:

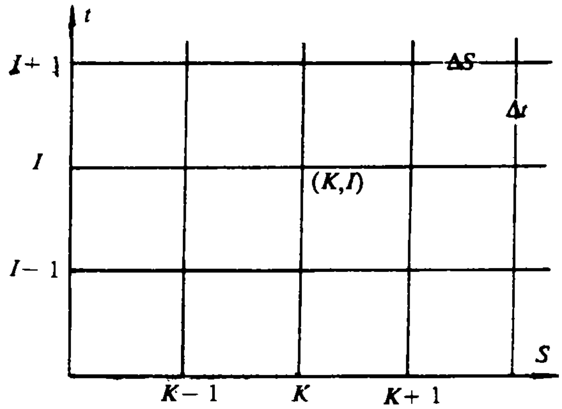


图2 非恒定流计算网格划分示意图

$$Z_0^{I+1}=Z_0^I-\frac{\Delta t}{B}(Q_1^I-Q_0^I)/\Delta S \tag{12}$$

注意在此若取时间前差、计算出现不稳定、原因是在 $t=0$ 的恒定流时，(12)中右端括号内为0，从而在随时间推进的第一步 $Z_0^{I+1}=Z_0^I$，即上游水位不变，这埋伏下了不稳定因素，使计算过程恶化，因此(12)中只能取时间前差格式。

对下游边界 $\qquad Z=Z_0=$ 常数 $\qquad$ (13)

由(13)知对下游边界 $\frac{\partial A}{\partial t}=0$，从而得到 $\frac{\partial Q}{\partial S}=0$，对此取空间后差格式得：

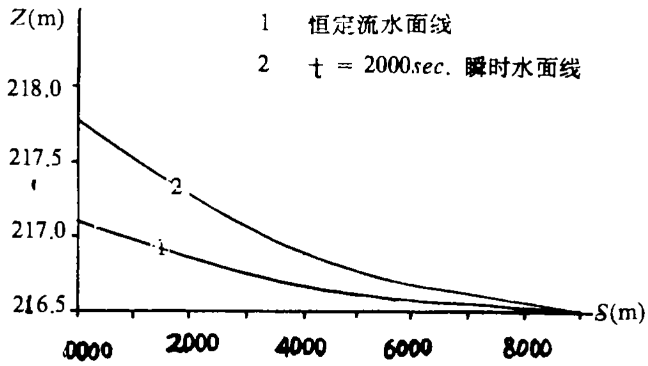
$$Q_M^{I+1}=Q_{M-1}^{I+1} \tag{14}$$

方程(12)和(14)中的下标“0”与“M”分别表示上、下游断面号。

采用上述边界处理方法，计算在 $\beta=0.1$，并满足 Crount 条件时稳定且光滑收敛、收敛速度很快，在 DPS85 机上运行时间仅25秒。

3 结 语

本文用松弛 N−R 方法计算初态恒定流，计算中取松弛因子 $\alpha=0.03$ 收敛速度快，大大地放松了 N−R 方法对初始迭代值的苛刻要求。对扩散格式采用直接差分处理方法，较以往的特征线处理方法编程大为简化，而且收敛速度快。计算结果见图3。



1—恒定流水面线　　　2—t＝2000s 瞬时水面线

图 3　计算结果

参 考 文 献

1　清华大学水力学教研组编.水力学.下册,1980 年修订版,人民教育出版社.

A New Method of Boundary treatment for Numerical Computation of Unsteady Open Channel Flow

Gao Shuangju Yang Lingxia
(Zhengzhou Institute of Technology)

Abstract: In this paper, the diffusion scheme is applied to imitate unsteady open channel folw, and a new method is presented to trent boundary computation. Algebric equations are solved with relaxed N−R method. The convergence is better than other similar methods.

Keywords: unsteady flcw, numerical computation, open channel.