第15卷 第1期 郑州工学院学报 Vol.15 No.1
1994年 3 月 Journal of Zhengzhou Institute of Technology Mar. 1994

混合随机描述的马尔可夫决策规划模型*

贺北方 向光红

(郑州工学院)

摘 要: 本文对径流过程采用混合随机描述，探讨了灌溉用水的随机性和供水的可靠性约束，建立了考虑径流预报和可靠性约束的马尔可夫决策规划模型。经实施优化调度表明，模型和方法是实用的、可行的。

关键词: 混合随机描述，供水可靠性约束，马尔可夫决策规划。

中图分类号: TV697

1 径流过程的混合随机描述

径流过程描述是水库优化调度的关键环节。在建立鲇鱼山水库随机优化调度模型时，我们视入库径流为以年为周期的随机过程，将一年离散为22个时段(5～9月以旬为时段，其余按月划分)，各时段径流记为 x_t，根据时段径流的实测样本序列 $q_{tk}(k=1, 2, \cdots n)$对 x_t 作相关分析，以判断径流过程是独立随机序列还是马尔可夫过程。

令 $r_{t,\ t-1}$ 为相邻时段径流的相关系数，$r_{t,\ t-2/t-1}$ 为相隔时段径流的偏相关系数，则

$$t=\frac{\sqrt{n-2}\,r_{t,t-1}}{\sqrt{1-r^2_{t,t-1}}} \qquad t'=\frac{\sqrt{n-3}\,r_{t,t-2/t-1}}{\sqrt{1-r^2_{t,t-2/t-1}}}$$

t 和 t′的分布服从于(n−2)和(n−3)的学生氏 t 分布。由置倍度 $\alpha=0.05$，样本容量(实测样本序列长度)$n=35$ 查得 t 分布的临界值分别为 $t_\alpha=2.035$ 和 $t'_\alpha=2.037$。在22个时段中，有18个时段的 $t'<t'_\alpha$(占81.8%)，仅有4个时段的 $t'>t'_\alpha$，且其中还有2个时段的计算值 t'与临界值 t'_α 差别不大。因此，可以认为相隔时段径流间相关不显著。相邻时段径流间呈现一定的相关关系。22个时段中，有15个时段的 $t<t'_\alpha$(占68.3%)。可以认为这些时段径流间相关不显著；另外有七个时段的 $t>t_\alpha$，说明这些时段径流间相关显著，相邻时段径流间的相关性已不容忽略。

为了反映时段径流间持续性的实际情况，采用了混合随机描述。这种随机描述，是将

* 收稿日期: 1992−11−02

(C)1994-2023 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

相邻时段径流相关不显著的时段(有 15 个时段)，作为独立随机序列，采用一维概率分布；对于相邻时段径流相关者(有 7 个时段)，视为简单马尔可夫过程，采用二维联合分布或条件概率分布描述。径流过程 x_t 是上述两种不同性质的随机序列组成的随机过程。显而易见，这种混合随机描述，反映了相关程度差异，比较切合时段径流序列的客观情况，但增加了研究的难度和复杂性。

1.1 时段径流为独立随机序列的一维分布函数推求

鲇鱼山水库有 15 个时段的入库径流属于彼此无关的独立随机变量，因此各时段的月、旬径流可用一维分布函数描述，即

$$F_1(x,t)=P\{x_t\geqslant x\}$$

假定时段径流 x_t 符合皮尔逊Ⅲ型分布，山相应时段径流的统计参数：均值$\overline{q_t}$、C_{vt}，采用适线法选配理论频率曲线，得各时段径流的累积频率曲线。然后将 x_t 离散为 10 个区间，每区间取代表值记作 $x_t(m)$，可得非相关时段的独立概率分布表(略)。

1.2 时段径流条件分布函数的推求

对于相邻时段径流相关、径流过程为马尔可夫过程，必须采用条件分布函数即相邻时段径流的二维分布来描述。假定时段径流条件分布函数仍服从于皮尔逊Ⅲ型分布，采用分布函数转换法推求各时段径流的条件分布函数。

1.2.1 建立时段径流皮Ⅲ型分布的模比系数 k 与标准正态分布的随机变量模比系数 Z 的关系曲线；

1.2.2 计算标准正态分布的相邻时段径流的条件概率分布

$$Z_t=r_{t,t-1}Z_{t-1}+\sqrt{1-r_{t,t-1}^2}\,y$$

式中 Z_t 为 t 时段的径流模比系数，是服从于标准正态分布的随机变量。因 y 为服从标准正态分布的顺序独立随机变量，在同一 Z_{t-1} 下，y 有不同取值，如此可得 Z_t 倚 Z_{t-1} 的条件分布。

1.2.3 由 $Z_t(n)$查 k～Z 关系曲线，可得皮Ⅲ型条件分布 $K_t(n)$及 $X_t(n)$。其中 t 为时段，n 为离散点，$\overline{x_t}$为 t 时段的平均径流量。

$$x_t(n)=K_t(n)\overline{x_t},\qquad n=1,\ 2,\ \cdots,\ b$$

鲇鱼山水库有七个相邻时段径流相关，我们将相邻时段的径流频率曲线均划分为 10 级，编制了电算程序，计算出七个时段的径流相关的条件概率矩阵$\Phi=(\Phi_t(m,n))_{10\times10}$，以供优化调度中使用。

2 灌溉用水的随机性与可靠性约束

鲇鱼山水库是以防洪灌溉为主。结合发电的综合利用水库。保障下游 143 万亩农田灌溉用水是该库的主要任务。发电与灌溉可以尽量结合，只有当灌溉引水超过水轮机的最大过水能力时，才由灌溉支洞补充放水，或非灌溉期水电站发电而单独用水。

发电的非主导性与灌溉用水的随机性，是该类综合利用水库的显著特点。视年灌溉用水量为独立随机序列，对 1953～1988 年的 35 年的灌溉用水资料进行统计分析，按灌溉设计保证率 $P_{设}=79\%$选设计典型年(1961 年和 1976 年)，取二年中各时段的平均灌溉流量之

(C)1994-2023 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

偏大值，作为各时段的保证灌溉流量(见表 1)，年保证灌水量为 $308\times 10^6 m^3$。

表 1　各时段的保证灌溉流量 $Q_{灌}$

月　旬	3	4	$5_上$	$5_中$	$5_下$	$6_上$	$6_中$	$6_下$	$7_上$	$7_中$	$7_下$	$8_上$	$8_中$	$8_下$	$9_上$	$9_中$
$Q_{灌}$ (m^3/s)	3	21	15	20	36	30	39	32	19	12	26	25	16	10	3	3

在建立水库随机优化调度模型时，选发电量最大作为基本目标，同时应满足防洪安全及灌溉用水的可靠性约束。鉴于发电与下游灌溉用水并非完全一致。以年发电最大为目标的最优决策，不一定能满足灌溉设计保证率的可靠性约束。为此，我们引入罚系数 F_A，以阻止马氏决策规划中选择不满足灌溉设计保证率的运行策略。

设 $\lambda_t(i,k)$为时段 t 系统从状态{l,m}出发转移到状态 k 时，发电流量是否满足灌溉保证流量要求的指标变量，即

$$\lambda_t(i,k)=\begin{cases}1 & dt<Q_{灌}\triangle t,\ \text{正常供水破坏}\\ 0 & dt\geqslant Q_{灌}\triangle t,\ \text{正常供水}\end{cases}$$

记入罚系数后的面临时段效益为

$$r_t^d(l,m)-F_A\lambda_t(I,k)$$

式中第一项为面临时段 t 的阶段效益(时段发电量)，第二项是惩罚项。当正常供水破坏时，$\lambda_t(i,k)=1$，则本时段的效益将为 $\lambda_t^d(l,m)-F_A$。显然，它将由于扣除惩罚量而明显降低，从而可能在优选过程中被剔除。这样，计入惩罚项后，将改变选定决策的组合，并使最终优选的策略在长期运行中达到灌溉设计保证率的要求。

3　考虑时段径流预报及可靠性约束的马氏决策规划模型

3.1　状态变量

将一年划分为 22 个时段，记时段 t 的径流量为 $x_t(m)$，t 时段初的水库蓄水量为 $V_t(l)$，状态变量为二维变量

$$S_t(i)=\{V_t(l),x_t(m)\}$$

这里 l 为水位分级，$l=1$，2，…M_t(M_t 为时段水位分级个数)，m 为时段径流离散点(m＝1，2，…10)，i＝{l，m}。

3.2　决策变量

取水电站各时段的发电引水量 d_t 为决策变量，每个时段需优选出每种状态的最优决策$d_t^*(i)$，i＝{l，m}＝1，2，3…420。

3.3　状态转移概率

水库蓄水状态的转移，可由水库水量平衡方程式求得:

$$V_{t+1}(k)=V_t(i)+x_t(m)-d_t(i)-W_t(i)$$

式中 $V_{t+1}(k)$和 $V_t(l)$分别为时段末、初的蓄水状态，k、l 为蓄水状态序号。$x_t(m)$为 t

(C)1994-2023 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

时段的入库径流，$\dot{W}_t(i)$为时段 t 的可能弃水量。

在考虑面临时段径流预报情况下，面临时段的径流量 $x_t(m)$是预报给出的确定值，面临时段系统状态的一步转移是确定性转移，其转移概率 $P_t(i,k)$，取决于时段径流的概率分布。

当满足水量平衡方程，即

$$V_{t+1}(k)=V_t(l)+x_t(m)-d_t(i)-W_t(i) \text{时}$$

$$P_t(i,k)=\begin{cases}\Phi_t(m) & \text{时段径流为独立随机序列}\\ \Phi_{t+1}(m,n) & \text{相邻时段径流相关}\end{cases}$$

否则，$P_t(i,k)=0$。式中 $\Phi_t(m)$ 是时段径流 $x_t(m)$ 的独立概率分布。$\Phi_{t+1}(m,n)$ 是相邻时段径流 x_t 和 x_{t+1} 间存在相关关系的条件概率，即

$$\Phi_{t+1}(m,n)=P\{x_{t+1}=n|x_t=m\}$$

$P_t(i,k)$ 是 t 时段系统从状态 i 取决策 $d_t(i)$ 转移到状态 k 的转移概率。由于径流过程为混合随机描述，存在着时段径流相关与不相关间状态转移的衔接和过渡问题，这是混合随机描述带来的复杂性。

3.4 目标函数

鲇鱼山水库是以防洪灌溉为主结合发电的综合利用水库。选水电站长期运行的期望年发电量 G(d)最大作为基本目标，将防洪、灌溉等综合利用要求作为约束条件处理，即

$$\begin{cases}G(d^*)=\max\limits_{d^*\in D} G(d)\\ P(d^*)\geqslant P_{\text{灌}}\end{cases}$$

式中 d^*为优化策略，D 是水库长期运行策略的集合，$G(d^*)$为水库按 d^*长期运行的最优年期望发电量，$P_{\text{灌}}$为灌溉用水的设计保证率。

3.5 动态规划的递推方程

按照动态规划的最优性原理，考虑面临时段径流预报及可靠性约束，随机动态规划的递推方程为:

$$R_t(l,m)=\max_{d_t\in D_t}\{r_t^d(l,m)-F_A\lambda_t^d(l,m)+ER_{t+1}(k)\}$$

$$ER_{t+1}(k)=\begin{cases}\sum\limits_n R_{t+1}(k,n)\Phi_{t+1}(n) & \text{独立随机序列}\\ \sum\limits_n R_{t+1}(k,n)\Phi_{t+1}(m,n) & \text{时段径流相关}\end{cases}$$

$$Z_t(l,m)=\lambda_t(l,m)+Z_{t+1}(k)$$

$$Z_{t+1}(k)=\begin{cases}\sum\limits_n Z_{t+1}(k,n)\Phi_{t+1}(n) & \text{独立随机序列}\\ \sum\limits_n Z_{t+1}(k,n)\Phi_{t+1}(m,n) & \text{时段径流相关}\end{cases}$$

$$Z_{T+1}^{(N)}(l)=Z_1^{(N-1)}(l)$$

$$l=1,\ 2,\ \cdots M_t;\qquad k=1,\ 2,\ \cdots N_t;$$

(C)1994-2023 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$m,\ n=1,\ 2,\ \cdots 10;\qquad t=1,\ 2,\ \cdots T,\ T=22;$

式中 $r_t^d(l,m)$ 为系统从 (l,m) 出发，取决策 d_t 的一步转移的时段效益，即面临时段的发电量。$R_t(l,m)$ 是相应的累积效益。$\Phi_t(m)$ 和 $\Phi_{t+1}(m,n)$ 为时段径流的独立概率分布及条件概率分布。$Z_t(l,m)$ 是过程到了 t 时刻状态 $\{l,\ m\}$ 的累积破坏次数。$Z_{T+1}^{(N)}(l)=Z_1^{(N-1)}(l)$ 式，表示第 N 次（年）迭代时年终状态累积破坏次数 $Z_{T+1}^{(N)}(l)$ 即为第 $(N-1)$ 次迭代的年初值 $Z_1^{(N-1)}(l)$。

3.6　约束条件

水位、流量、出力等约束分别为：

$$\begin{cases} V_N\leqslant V_t\leqslant V_{xt} \\ Q_{灌t}\leqslant Q_{电t}\leqslant Q_T \\ Q_{电t}\leqslant N''/7.5(h(\bar{l})-77.0) \\ N'\leqslant N_t\leqslant N''_t \\ P(d^*)\geqslant P_{灌} \end{cases}$$

式中 V_N 为水库的死库容，V_{xt} 为允许的水库上限蓄水容积，Q_T 为水电站最大过水能力，N' 为水电站的最小出力，N'' 为水电站预想出力，其最大值为水电站装机容量 $N_{装}$；$h(\bar{l})$ 为相应于时段平均蓄水量 $V(\bar{l})$ 的库水位。

4　计算方法与程序设计

4.1　对径流过程作混合随机描述。

分别求出时段径流为独立随机序列的一维概率分布，相邻时段径流相关的马氏链的条件概率分布，供优化调度计算时调用。

4.2　进行以年为周期的状态效益值演算

年内状态效益值计算采用随机动态规划递推方程。由年内逆序递推计算，可求得年初状态值 $ER_1(l)$，$l=1,2,\cdots M_t$，并相应地得到选定策略 $D=\{d_t(i)\}$。

4.3　进行年际间迭代演算

令 $U_1^{(N)}(l)=ER_1(l)$，表示第 N 年年初不同状态的年期望效益。将 $U_1^{(N)}(l)$ 作相对值处理：

$$V^{(N)}(l)=U_1^{(N)}(l)-U_1^{(N)}(l_o)$$

以 $V^{(N)}(l)$ 作为下一次迭代的年末状态效益的起始值，即 $ER_{T+1}^{(N+1)}(k)=V^{(N)}(l)$，进行第 $(N+1)$ 年迭代计算。对于首次迭代，令迭代初始值 $ER_{T+1}^{(1)}(k)=0$。上式中的 l_o 为水位分级的任一值。

4.4　收敛判断

在进行年际间迭代演算时，需同时计算：

(C)1994-2023 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

$$\triangle U(l)=U_1^{(N)}(l)-U_1^{(N-1)}(l)$$

$$\triangle U'_n=\min_l(\triangle U(l))$$

$$\triangle U''_n=\max_l(\triangle U(l))$$

判断系统是否收敛于稳态运行的条件是

① 在相邻两年的迭代中，对应时段的最优决策不变；

② $|\triangle U''_n-\triangle U'_n|/(\triangle U''_n+\triangle U'_n)\leqslant \varepsilon$

若满足上述条件，说明系统已收敛，即可终止计算。否则，继续进行第2～4步的计算。

4.5 当系统达到收敛时，最后一次迭代的策略即为最优策略$D^*=\{d_t^*(i)\}$，并根据最后一次迭代计算的结果得到年破坏次数的期望值h。即

$$h=\frac{1}{2}[\max_l(Z_1(l)-Z_{T+1}(l))+\min_l(Z_1(l)-Z_{T+1}(l))]$$

相应的正常供水保证率为

$$P=(1-\frac{h}{T})\times 100\%$$

由稳态运行的计算成果，可求得相应于最优策略的年效益为

$$\bar{G}=\frac{1}{2}[\triangle U''_n+\triangle U'_n]$$

考虑到罚系数只是一种对模型的人为干预，年惩罚量F_Ah实际上是一个虚构量，故水库的实际年发电量为

$$G^*=\bar{G}+F_Ah$$

5 计算成果及其分析

运用值迭代法对鲇鱼山水库进行了优化调度计算(在 Wang Vs—300 小型机上运算，用 FORTRAN77 语言编程)，求得了考虑时段径流预报和可靠性约束的最优化调度成果。该成果是年内各时段的决策流量矩阵表(因 11 月和 12 月水电站机组停机检修，故为 20 个时段的 20 张决策流量矩阵表)，对于任一时段，可根据时段初库水位和面临时段的径流预报，由相应时段的决策流量矩阵表求得水电站的引用流量(DT)及相应的发电出力 N，应用简便实用。

① 本文因将径流过程作混合随机描述，这不仅增加了计算工作量，而且因年内各时段径流间相关与不相关的交错出现，使优化调度计算的复杂性增加——相关时段与不相关时段的衔接与传递。文中进行了算法改进，使此问题得到了妥善解决。

② 鲇鱼山水库的优化调度模型，考虑了面临时段的径流预报，从而使调度图呈现为调度面的形式，增加了调度的灵活性和决策的针对性。为此，配置了时段径流(月径流)预报方案[8]基本上满足了水库预报调度的要求。

③ 灌溉用水的随机性是这类综合利用水库的特点，本文所建模型计人了供水的可靠

(C)1994-2023 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

性约束。为了探讨罚系数 F_A 对灌溉供水保证率 P 及年期望发电量的影响，我们设置了不同的 F_A，进行了优化调度计算(见表 2)。

表 2　F_A 与 P 及 G^* 的敏感性分析

$F_A(10^4)$	0.0	10	14	16	20	30	40	100	200	500
P(%)	80.1	87.8	89.2	89.9	91.3	93.3	95.5	97.6	99.0	99.3
$G^*(10^6KWh)$	28.74	29.43	29.64	29.73	29.87	30.17	30.55	31.10	31.57	32.52

④　鉴于鲇鱼山水库是以防洪灌溉为主结合发电的综合利用水库，下游农田灌溉季节(4～9 月份)也正是水电站发电的多水期。在优选决策的递推方程中加入了惩罚项 $F_A\lambda_t^d(l,m)$，其作用是剔除某些不满足灌溉保证流量要求的可行决策，所以罚系数 F_A 的增大将使灌溉供水保证率 P 提高。同时，由于 F_A 的引入及增大，将使大多数最优发电水量 $d_t^*(i)$满足灌溉保证水量的要求，这样将相对增大了发电引水流量(可从决策流量矩阵表中看出)，从而使水电站的 G^* 随 F_A 增大而有所增加。这是这类水库(发电结合灌溉)区别于上游引水灌溉的综合利用水库的显著特点。

⑤　鲇鱼山水库的灌溉用水设计保证率(年保证率)为 79%，换算为历时保证率 P＝89%，据此可由表 2 内插求得相应的 F_A 和 G^* 值。现取 $F_A＝16\times 10^4$ 作为选定的罚系数，则相应的正常供水保证率为 P＝89.9%，年期望发电量为 $G^*＝29.73\times 10^6KWh$。最后，输出打印了该优化调度方案的最优决策流量矩阵表，以作为该水库实时优化调度的依据。

参　考　文　献

1　陈惠源. 水库运行的随机优化及可靠性分析，武汉水利电力学院学报，1984 年第 2 期.

2　贺北方. 王海周. 综合利用水库优化调度的随机模型. 水利经济. 1989 年第 2 期.

3　贺北方. 石宾. 罗贯英. 策略迭代法在水库优化调度中的应用. 郑州工学院学报. 1991 年第 4 期.

4　贺北方. 张锡林等. 综合利用水库优化调度的策略迭代法. 水电能源科学. 1992 年第 1 期.

5　张勇传等. 优化理论在水库调度中的应用. 湖南科学技术出版社. 1985 年.

(下转第 13 页)

(C)1994-2023 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

Study on Allowable Value of Amplitude in Surge tanks

Yang Lingxia
(Zhengzhou Institute of Technology)

Abstract: This paper advances a new study question on allowable value of amplitude in Surge tanks. Then, the formula to determine allowable value of amplitude in surge tanks is yielded according to the adjust principle. When the allowable value is determined, a throttled surge tanks, which is of a smaller stable Cross–sectional area than Thoma's section, can be designed and used in practice. And it will economize the cost of construction. This study is of the theoretical and practical Significance.

Keywords: Surge tank, Surge amplitude, Allowable value.

(上接第 7 页)

6 戴国瑞. 水电站水库最优调度中河川径流的随机描述. 武汉水利电力学院学报. 1982 年第 3 期.
7 陈惠源. 径流过程随机描述有关问题的探讨, 武汉水利电力学院学报. 1989 年第 4 期.
8 贺北方. 吕延军. 月径流序列的季节性 ARIMA 模型. 郑州工学院学报. 1992 年第 3 期.

Markovian Decision Planning Model of Compound Stochastic Description

He Beifang Xiang Guang hong
(Zhengzhou Institute of Technology)

Abstract: In this paper, compound stochastic description are adopted for the runoft process. Constrain of the reliability and the stochastic character of irrigation water inquited into, Marhovian decision planning model in which runoff forecast and constrain of the reliabiluty are considered. The proctice optimal operation shows that the model and calcultion method are reasonable and effective.

Keywords: compound stochastic series. reliability of water supply, Markovian decision planning model.

(C)1994-2023 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net