

行星锥式无级变速器的自由度及运动分析

张明成

金国光

(郑州工学院)

摘 要: 本文首次对行星锥式无级变速器的自由度进行了分析,从而确定了行星锥的约束条件。同时,本文也对该类型的无级变速器进行了运动学分析。

关键词: 自由度, 闭廓数, 定点运动, 进动系数。

中图分类号: TH113

无级变速器是依靠物体之间的摩擦来传递运动和动力的,所以分析其自由度有些困难。行星锥式无级变速器属于空间机构,空间机构自由度的计算是一个很复杂的问题,很长一段时间以来,人们还没有找到一种适合于任何空间机构的自由度计算公式。直到本世纪七十年代,美国学者 F·Freudenstein 才提出了一个可以没有例外地应用于计算各种机构的自由度的公式^{[4]、[3]}。本文依据 F·Freudenstein 公式解决了行星锥式无级变速器的自由度问题,从而为该类型的无级变速器的动力学分析提供了一种途径。

近年来,考虑在弹流状态下工作的行星锥式无级变速器,在国内已开始试制和生产。但由于运动参数难以确定,所以给弹流的计算带来不便,即使是国内外权威的文献^{[6]、[7]},也没有对行星锥式无级变速器进行完整的运动学分析。本文应用矩阵法对圆锥滚子进行了运动分析。

1 自由度分析

如图1所示为行星锥式无级变速器,它由输入轴1,行星锥2,输出轴3,保持架4,机架5组成。保持架4可使N个行星锥均布在半径为R的圆周上。当输入角速度 ω_1 给定时,通过改变锥顶点O与接触点C之间的距离($|OC|=x$),可使输出轴得到连续变化的角速度 ω_2 。

由文献〔2〕、〔3〕,空间机构自由度W可由下式给出(即F·Freudenstein公式)

$$W = \sum_{k=1}^5 W_k P_k - \sum_{i=1}^L \lambda_i \quad (1)$$

式中 $W_k = 6 - K$ 为第K级运动副所允许产生的相对独立运动数, L 为机构中的独立闭廓数,而 $\lambda_i = 6 - m_i$ 为第i个闭廓的自由度, m_i 为第i个闭廓所受的公共约束。

由文献〔1〕知, λ_i 为第i个闭廓末杆的自由度,且

$$\lambda_i = \lambda_i' + \lambda_i'' + \lambda_i''' \quad (2)$$

式(2)中, λ_i' 为第 i 个闭廓末杆的转动自由度, λ_i'' 为第 i 个闭廓由移动引起的移动自由度, λ_i''' 为第 i 个闭廓由转动引起的移动自由度。故由式(1)知, $F \cdot \text{Freudenstein}$ 公式可写成

$$W = \sum_{k=1}^5 W_k P_k - \sum_{i=1}^L (\lambda_i' + \lambda_i'' + \lambda_i''') \quad (3)$$

为计算图1所示机构的自由度 W , 我们不妨假定 $N=2$, 即在半径为 R 的圆周上均布 2 个行星锥 (如图1所示的 2 和 2'), 这样并不影响整个机构的自由度计算。

首先确定该机构的闭廓数 L 。

$$L = P - n \quad (4)$$

式中 P 为机构的运动副数, n 为机构的活动构件数。对图1所示机构, $p=10$, $n=5$, 故

$$L = 10 - 5 = 5$$

即该机构的闭廓数等于 5。这 5 个闭廓分别是: ① 5-1-2-5; ② 5-1-2'-5; ③ 5-1-2-3-5; ④ 5-1-2'-3-5; ⑤ 5-2-4-2'-5。现分析如下:

1.1 闭廓 5-1-2-5 (即闭廓 1)

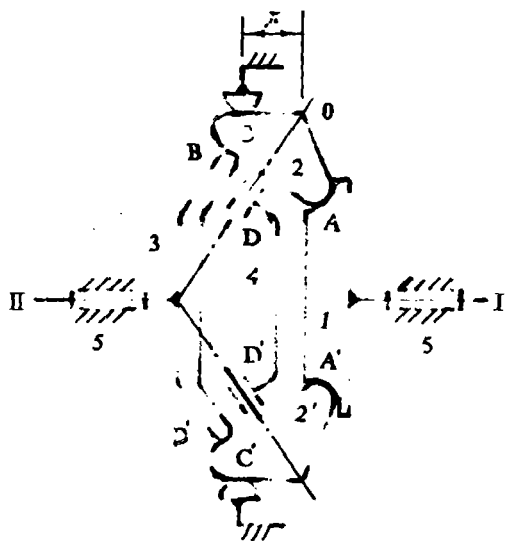


图 1

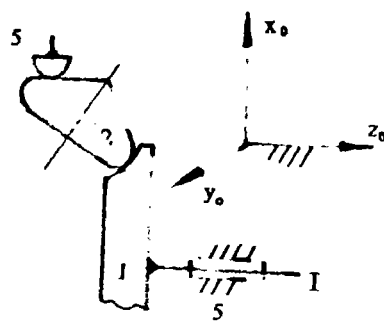


图 2

如图 2 所示, 在闭廓 5-1-2-5 中, 5 为末杆。则该闭廓末杆 5 的 $\lambda_1' = 3$ (末杆 5 绕 x_0, y_0, z_0 三轴的转动自由度); $\lambda_1'' = 0$

(末杆 5 由移动引起的自由度等于 0); $\lambda_1''' = 3$

(末杆 5 由转动引起的移动自由度)

故, 对于闭廓 5-1-2-5, 末杆 5 的自由度 λ_1 为

$$\lambda_1 = \lambda_1' + \lambda_1'' + \lambda_1''' = 3 + 0 + 3 = 6$$

1.2 闭廓5-1-2'-5(即闭廓2)

同1.1, 该闭廓末杆的自由度为

$$\lambda_2 = 6$$

1.3 5-1-2-3-5(即闭廓3)

如图3所示, 在闭廓5-1-2-3-5中, 5为末杆。则该闭廓末杆的 $\lambda_3' = 3$ (末杆绕 x_0, y_0, z_0 三轴的转动自由度); $\lambda_3'' = 0$ (末杆5由移动引起的自由度等于零); $\lambda_3''' = 3$ (末杆5由转动引起的自由度)。

故, 对于闭廓5-1-2-3-5, 末杆5的自由度为

$$\lambda_3 = \lambda_3' + \lambda_3'' + \lambda_3''' = 3 + 0 + 3 = 6$$

1.4 闭廓5-1-2-3'-5(即闭廓4)

同1.3 该闭廓末杆的自由度为

$$\lambda_4 = 6$$

1.5 闭廓5-2-4-2'-5(即闭廓5)

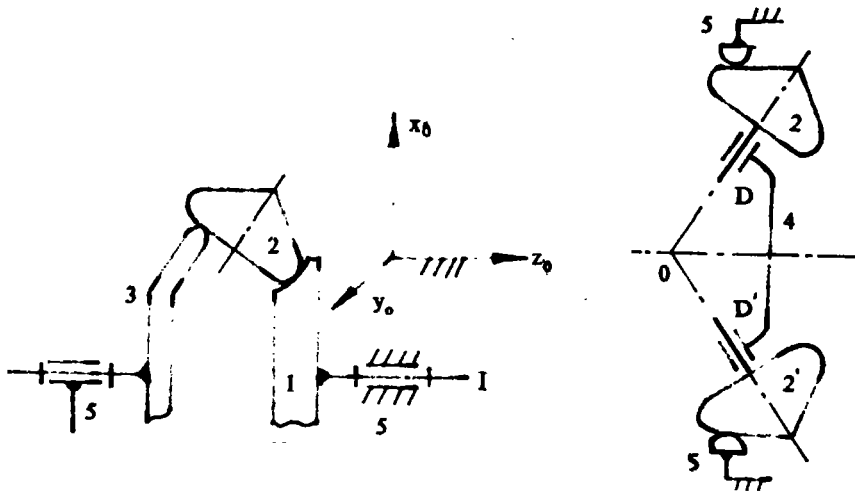


图3

图4

如图4所示,

闭廓5-2-4-2'-5中, 行星锥2与2'的轴线恒交于一定点O, 故该闭廓所受的公共约束为 $m_5 = 1$

所以, 该闭廓的自由度 $\lambda_5 = 6 - m_5 = 6 - 1 = 5$

综上所述:

$$\sum_{i=1}^L \lambda_i = \sum_{i=1}^5 \lambda_i = 6 + 6 + 6 + 6 + 5 = 29 \quad (5)$$

又

由图 1 知:该机构的 5 级运动副数 $P_5 = 2$ (即输入与输出轴的两个转动副); 4 级运动副数 $P_4 = 2$ (即 D 与 D' 处的两个圆柱副); 3 级运动副数 $P_3 = 0$; 2 级运动副数 $P_2 = 6$ (在 A, A', B, B', C, C' 处, 其接触型式均为点接触, 但在无级变速器运转起来后, 这些接触点的某一局部区域内将形成弹流, 致使接触点处的两构件间形成一种固定的相对运动, 所以, 在 A, A', B, B', C, C' 处形成的运动副, 实际上有两个约束条件, 即 A, A', B, B', C, C' 处, 分别具有两个运动约束条件, 所以, 2 级运动副数 $P_2 = 6$), 1 级运动副数 $P_1 = 0$. 故

$$\sum_{k=1}^5 W_k P_k = (6-1) \times 0 + (6-2) \times 6 + (6-3) \times 0 + (6-4) \times 2 + (6-5) \times 2 = 0 + 24 + 0 + 4 + 2 = 30 \quad (6)$$

由式(5)、式(6)得该机构的自由度为

$$W = \sum_{k=1}^5 W_k P_k - \sum_{i=1}^5 \lambda_i = 30 - 29 = 1 \quad (7)$$

通过以上的分析, 该机构的自由度 $W = 1$, 故只须一个原动机即可.

2 运动学分析

由于该机构的自由度 $W = 1$, 故只须一个广义坐标即可描述该机构的运动. 今取 I 轴 (即输入轴) 的角位移 ϕ 为广义坐标.

2.1 输入轴 I

输入轴 I 只绕 Z_0 轴转动, 故其角速度 $\omega_I^{(0)}$ 和角加速度 $\varepsilon_I^{(0)}$ 分别为

$$\bar{\omega}_I^{(0)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \phi \end{bmatrix} = \phi \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\bar{\varepsilon}_I^{(0)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \phi \end{bmatrix} = \phi \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

2.2 输出轴 II (输出轴)

输出轴 II 也只是绕 Z_0 轴转动, 由文献[4], II 轴的角速度 $\omega_{II}^{(0)}$ 和角加速度 $\varepsilon_{II}^{(0)}$ 分别为

$$\bar{\omega}_{II}^{(0)} = \eta_{II} \phi \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \eta_{II} \cdot \bar{\omega}_I^{(0)} \quad (10)$$

$$\bar{\varepsilon}_{II}^{(0)} = \eta_{II} \phi \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \eta_{II} \cdot \bar{\varepsilon}_I^{(0)} \quad (11)$$

式中

$$\eta_{II} = \frac{X \sin \alpha - a R / R'}{X \sin \alpha + r_2 R / r_1} \quad (12)$$

η_{II} 为输出运动系数. 式(12)中各符号的意义见图 5

2.3 保持架 4

保持架 4 只绕 Z_0 轴转动, 其角速度 $\omega_4^{(0)}$ 与角加速度 $\varepsilon_4^{(0)}$ 分别为

$$\bar{\omega}_4^{(0)} = \eta_H \phi \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \eta_H \cdot \bar{\omega}_1^{(0)} \quad (13)$$

$$\bar{\varepsilon}_4^{(0)} = \eta_H \dot{\phi} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \eta_H \cdot \bar{\varepsilon}_1^{(0)} \quad (14)$$

式中

$$\eta_H = \frac{r_1 X \sin \alpha}{r_1 X \sin \alpha + r_2 R} \quad (15)$$

η_H 为进动系数, 式(15)中各符号的意义见图 5.

2.4 圆锥滚子

如图 5 所示, 圆锥滚子作定点运动, 其自转角为 ϕ , 章动角为 θ , 进动角为 ψ . 事实上圆锥滚子的定点运动, 可视为绕 Z 轴的自转与绕 Z_0 轴的公转. 其自转角速度 $\omega_z^{(0)}$ 在动坐标系(固连于滚子上的坐标系)XYZ 中表为

$$\bar{\omega}_z = -\frac{R}{X \cdot \sin \alpha} \eta_H \dot{\phi} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

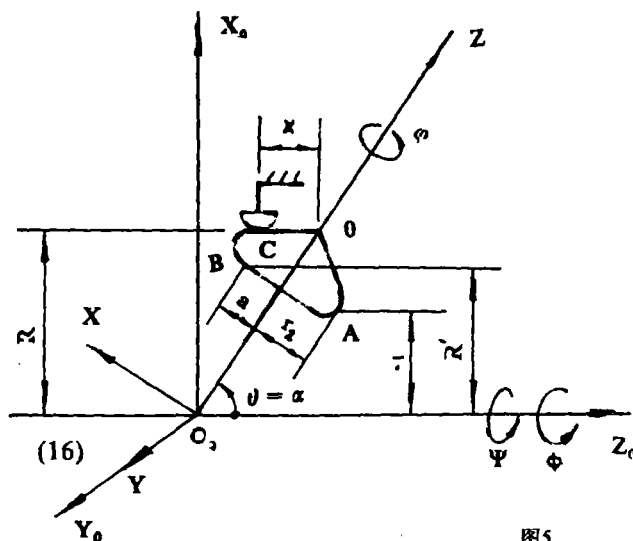


图5

自转角速度 $\bar{\omega}_z^{(0)}$ 在 $X_0 Y_0 Z_0$ (定坐标系) 中的表达式为

$$\begin{aligned} \bar{\omega}_z^{(0)} &= \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \bar{\omega}_z \\ &= \frac{R \eta_H \dot{\phi}}{X} \begin{bmatrix} -\sin \psi \\ \cos \psi \\ -\cot \alpha \end{bmatrix} \quad (17) \end{aligned}$$

故由式(13), 式(17)得, 滚子的角速度 $\omega_g^{(0)}$ 在 $X_0 Y_0 Z_0$ 中的表达式为

$$\bar{\omega}_g^{(0)} = \bar{\omega}_z^{(0)} + \bar{\omega}_4^{(0)}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{R\eta_H\dot{\phi}}{X} \begin{bmatrix} -\sin\psi \\ \cos\psi \\ -\operatorname{ctg}\alpha \end{bmatrix} + \eta_H\dot{\phi} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\
 &= \eta_H\dot{\phi} \begin{bmatrix} -\frac{R}{X}\sin\psi \\ \frac{R}{X}\cos\psi \\ 1 - \frac{R}{X}\operatorname{ctg}\alpha \end{bmatrix} \quad (18)
 \end{aligned}$$

式(18)中,进动角 ψ 可用轴 I 的输入角 ϕ 来表示,即

$$\psi = \int \omega_4^{(0)} \cdot dt = \eta_H \phi + C_\psi \quad (19)$$

C_ψ ——积分常数

结合式(18),式(19)得滚子的角加速度 $\bar{\varepsilon}_r^{(0)}$ 为

$$\begin{aligned}
 \bar{\varepsilon}_r^{(0)} &= \frac{d\bar{\omega}_r^{(0)}}{dt} \\
 &= \eta_H\dot{\phi} \begin{bmatrix} -\frac{R}{X}\sin\psi \\ \frac{R}{X}\cos\psi \\ 1 - \frac{R}{X}\operatorname{ctg}\alpha \end{bmatrix} - \eta_H^2\dot{\phi}^2 \begin{bmatrix} \frac{R}{X}\cos\psi \\ \frac{R}{X}\sin\psi \\ 0 \end{bmatrix} \quad (20)
 \end{aligned}$$

滚子上任一点 P(以 $OP=c$ 表示其位置)的速度 \bar{v}_p 及加速度 \bar{a}_p 分别为

$$\bar{v}_p = \bar{e} \times \bar{\omega}_r^{(0)} \quad (21)$$

$$\bar{a}_p = \frac{d\bar{v}_p}{dt} = \bar{e} \times \bar{\varepsilon}_r^{(0)} + \bar{e} \times \bar{\omega}_r^{(0)} \quad (22)$$

3 结论

3.1 圆锥滚子受到圆柱副 D 与 D' 的约束作用,故在设计保持架 4 时,应充分考虑到其强度和刚度,对大功率无级变速器更应如此。

3.2 输出轴 II 的转速可用输出系数 η_H 表达;进动角速度(即 $\omega_4^{(0)}$)可用进动系数 η_H 表达。

η_H, η_H 与 X 的变化关系如图 6 所示。由图 6 可知, $\eta_H > \eta_H$ 。

3.3 进动角速度 $\omega_4^{(0)}$ 始终与输入角速度 ϕ 转向相同,而输出角速度 $\omega_{II}^{(0)}$ 与输入角速度 ϕ 转向有时相同,有时相反。

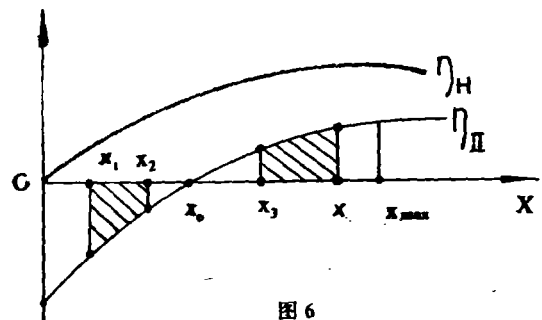


图 6

当 $X = X_0 = \frac{aR}{R'\sin\alpha}$ 时, $\bar{\omega}_{\Pi}^{(0)} = 0$.

3.4 $X=0$ 时, Π 轴具有最高的反向输出转速. 但当 $X=0$ 时, $\eta_0=0$, 即进动角速度 $\omega_4^{(0)}=0$, 这时, 保持架 4 实际上成为机架.

3.5 考虑到强度条件和弹流形成条件, 输出系数 η_{Π} 的取值区间如图 6 阴影部分所示. 其中 X_1 由强度条件确定, 而 X_2, X_3, X_4 均由弹流条件确定. 一般地, $X = (0.2 \sim 0.4)X_0$, $X_2 = (0.7 \sim 0.9)X_0$, $X_3 = X_0 + 0.3(X_{\max} - X_0)$, $X_4 = X_0 + 0.7(X_{\max} - X_0)$.

参 考 文 献

- [1] 张明成, 金国光. 行星锥式无级变速器干涉问题探讨. 郑州工学院学报. 1992 第 1 期
- [2] 张启先. 空间机构的分析与综合. 机械工业出版社. 1984
- [3] F. Freudenstein, R. A. Ligade. on the Degree of Freedom of Mechanisms With variable general Constraint. Read at the 4th World Congress On the Theory of Machine and Mechanisms. 1975
- [4] 孙桓. 关于机构的公共约束. 机械设计. 1981 第 1 期
- [5] 夏恒青, 张明成. 2K-H (A) 齿轮差动和行星锥轮无级变速器组合机构分析. 1990 江苏扬中
- [6] 阮忠唐主编. 机械无级变速器. 机械工业出版社. 1983
- [7] L. L. FAULKNER, S. B. MENKES. TRACTION DRIVES 1983 by MARCEL DEKKER. INC.

Freedom and Kinematics Analysis of planet-Cone

Traction Drive Machine

Zhang Mingcheng Jin Guo Guang

(Zhengzhou Institute of Technology)

Abstract: In this paper, Freedom analysis which planet-cone traction drive machine is presented here for the first time. And then constraint conditions of planet-cone are given. Kinematics analysis for this type traction drive machine is followed.

keywords: Freedom, loop number, motion with a fixed point, precession coefficient.