第13卷 第4期 郑州工学院学报 Vol.13 No.4
1992年 12月 Journal of Zhengzhou Institute of Technology Dec. 1992

三维有限元局部网格细化边界条件插值计算与数据自动采集*

王宗敏 周鸿钧 耿惠

(水环系) (黄委会设计院)

摘 要：本文就整体三维结构粗网格局部细化后，其边界位移条件根据形函数进行了插值处理，并自动采集数据，以供细网格进行有限元分析计算。通过实例分析证明了所采用方法，节约了大量的人工计算时间，且保证了计算精度，具有一定的工程价值和较广的适用性。

关键词：三维有限元，网格细化，插值计算

中图分类号：TV31

在中国目前的国情，微机占工程设计单位主导地位的情况下，在大型复杂结构物有限元计算中，由于微机容量的限制,往往划分的网格较粗，而工程设计单位根据设计精度要求，往往要求的网格又较细。特别是对于粗网格计算的结果，进行了分析以后的基础上，对于应力状态较差或较危险的局部部位，又要求精度较高的局部细化，将计算分两次进行。按照以往的细化方法，考虑到边界条件的引入和精度要求，大都是在细网格的边界和粗网格布置同样的节点，划分同样的单元，然后逐步过渡变细。

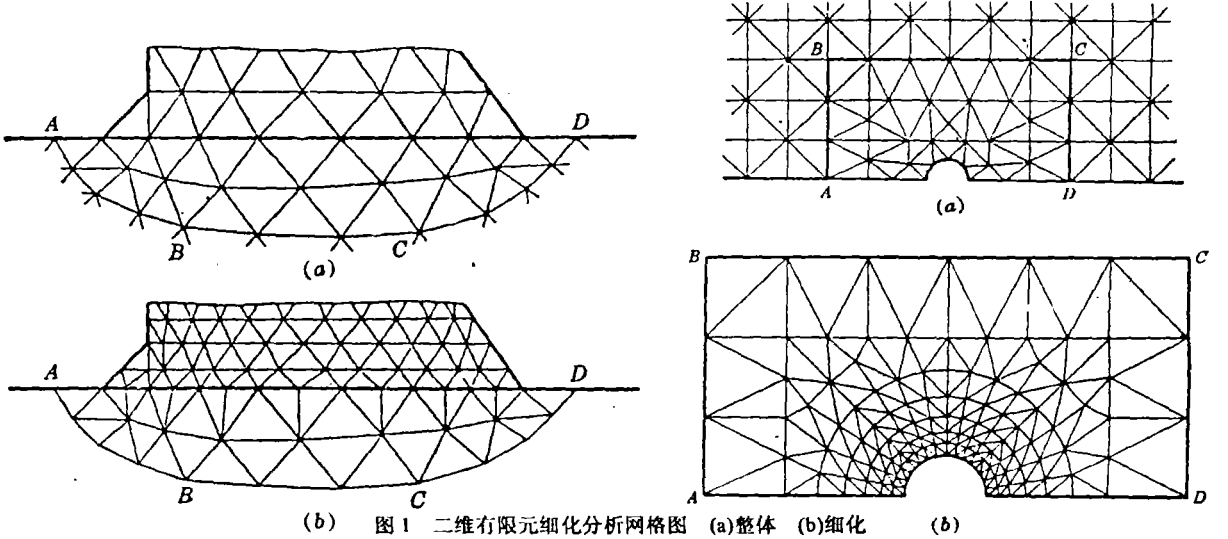

图1 二维有限元细化分析网格图 (a)整体 (b)细化 (a) 左：重力坝 右：具有孔洞的平板 (b)

如图1所示二维细化分析，第一次先算出ABCD一线上各结点位移，第二次再局部

* 收稿日期:1991-05-09

细化结构，将 ABCD 一线上各结点的位移作为边界位移输入，作为最后成果．这样既避免了超出微机的容量，又避免了每次计算中单元尺寸过分悬殊．然而如此细化方法，要达到一定的细化精度要求，就需要较大范围的过渡单元，起不到任意细化的目的，为此，在实际工作中，我们提出了一种在粗网格基础上任意局部任意细化，而不采用过渡单元的方法，而边界条件的引入，我们采用细网格所在边界上粗网格单元的形函数进行插值，从而既进行了任意局部网格细化，又保证了边界条件的精度，达到了细化的目的，满足了工程需要．

1　局部细化网格边界条件的引入

1.1 单元形函数

对于大型三维复杂结构物，大都采用三维等参单元进行有限元分析，单元型式如图 2 所示．

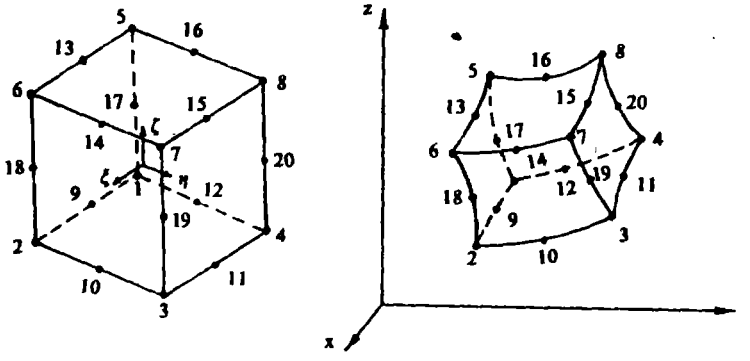

图 2　三维等参元

其位移模式为：$u=\sum_{i=1}^{20}N_iu_i,\ v=\sum_{i=1}^{20}N_iv_i,\ w=\sum_{i=1}^{20}N_iw_i$　(1)

坐标变换式为：$x=\sum_{i=1}^{20}N_ix_i,\ y=\sum_{i=1}^{20}N_iy_i,\ z=\sum_{i=1}^{20}N_iz_i$　(2)

式中N_i为单元形状函数。

对于8～20变节点三维等参元：

$$\begin{cases}N_1=n_1-(N_9+N_{12}+N_{17})/2\\N_2=n_2-(N_{10}+N_9+N_{18})/2\\N_3=n_3-(N_{11}+N_{10}+N_{19})/2\\N_4=n_4-(N_{12}+N_{11}+N_{20})/2\\N_5=n_5-(N_{13}+N_{16}+N_{17})/2\\N_6=n_6-(N_{14}+N_{15}+N_{18})/2\\N_7=n_7-(N_{15}+N_{14}+N_{19})/2\\N_8=n_8-(N_{16}+N_{15}+N_{20})/2\end{cases}\quad(3)$$

上式中 $n_i=(1+\xi_0)(1+\eta_0)(1+\zeta_0)/8 \quad (i=1,2,\cdots,8)$ (4)

为八节点等参元的形函数。

$$\begin{cases} N_i=(1-\xi^2(1+\eta_0)(1+\zeta_0)(1-\xi_i^2)\eta_i^2\zeta_i^2/4 \\ +(1-\eta^2)(1+\zeta_0)(1+\xi_o)(1-\eta_1^2)\zeta_i^2\xi_i^2/4 \qquad \text{节点}i\text{存在} \\ +(1-\zeta^2)(1+\xi_o)(1+\eta_o)(1-\zeta_i^2)\xi_i^2\eta_i^2/4 \\ N_i=0 \qquad\qquad \text{节点}i\text{不存在} \end{cases} \tag{5}$$

$$(i=9,10,\cdots,20)$$

ξ、η、ζ为单元的局部坐标，

ξ_i、η_i、ζ_i为i点在局部坐标系ξ、η、ζ中的值，

$$\xi_o=\xi_i\xi,\eta_o=\eta_i\eta,\ \zeta_o=\zeta_i\zeta \tag{6}$$

1.2 边界条件引入

当在粗网格基础上进行细化时，我们需要得到细化网格的边界节点位移。如果对于该节点位移，我们采用该节点所在粗网格单元的节点位移进行简单的线性插值，当这样的节点较多时，计算工作量之大是可以想象的，特别是当计算工况较多时，这样的计算又需要多次重复进行，人工计算是难以忍受的，且计算精度也受到一定的限制，同时计算结果的可靠性也较差。当我们采用粗网格单元的形函数进行插值，并使用微机进行边界数据自动采集时，就可以避免上述问题。

使用式（1）进行插值，则

$$u_j=\sum_{i=1}^{20}N_iu_i,\quad v_j=\sum_{i=1}^{20}N_iv_i,\quad w_j=\sum_{i=1}^{20}N_iw_i, \tag{7}$$

式中：u_j，v_j，w_j 为细网格边界节点j的位移，也即细网格边界条件，

u_i，v_i，w_i $(i=1,\cdots,20)$ 为细网格节点 j所在粗网格单元的节点位移，该值可由粗网格有限元分析得到，是个已知数。

N_i为粗网格单元形函数，从式（3）、（4）、（5）、（6）可以看出，节点 j在粗网格单元的局部坐标 ξ、η、ζ是 N_i的唯一未知数，如何求得 ξ、η、ζ就成为问题的关键。

由坐标变换式（2），有

$$x_j=\sum_{i=1}^{20}N_ix_i,\ y_j=\sum_{i=1}^{20}N_iy_i,\ z_j=\sum_{i=1}^{20}N_iz_i, \tag{8}$$

式中：$x_j\cdot y_j\cdot z_j$为细网格边界节点坐标，

$x_i\cdot y_i\cdot z_i$为节点所在粗网格单元的节点坐标。

由式（8）可以看出，该式为关于局部坐标 ξ、η、ζ的三元非线性方程组。

为此我们构造函数：

$$\begin{cases} u(\xi,\eta,\zeta)=\sum_{i=1}^{20}N_i x_i - x_s \\ v(\xi,\eta,\zeta)=\sum_{i=1}^{20}N_i y_i - y_s \\ w(\xi,\eta,\zeta)=\sum_{i=1}^{20}N_i z_i - z_s \end{cases} \tag{9}$$

采用泰勒级数在点(ξ_n,η_n,ζ_n)展开,并保留一次项

$$\begin{cases} u(\xi,\eta,\zeta)=u(\xi_n,\eta_n,\zeta_n)+(\frac{\partial u}{\partial \xi})_n(\xi-\xi_n)+(\frac{\partial u}{\partial \eta})_n(\eta-\eta_n)+(\frac{\partial u}{\partial \zeta})_n(\zeta-\zeta_n) \\ v(\xi,\eta,\zeta)=v(\xi_n,\eta_n,\zeta_n)+(\frac{\partial v}{\partial \xi})_n(\xi-\xi_n)+(\frac{\partial v}{\partial \eta})_n(\eta-\eta_n)+(\frac{\partial v}{\partial \zeta})_n(\zeta-\zeta_n) \\ w(\xi,\eta,\zeta)=w(\xi_n,\eta_n,\zeta_n)+(\frac{\partial w}{\partial \xi})_n(\xi-\xi_n)+(\frac{\partial w}{\partial \eta})_n(\eta-\eta_n)+(\frac{\partial w}{\partial \zeta})_n(\zeta-\zeta_n) \end{cases} \tag{10}$$

为三元线性方程组.

给定初值 (ξ_n,η_n,ζ_n)，通过迭代可以求得局部坐标ξ、η、ζ.

将ξ、η、ζ代入式 (7)，即可得到边界位移u_j,v_j,w_j.

2　程序实现与实例分析

采用上述方法，我们编制了网格细化边界条件自动采集程序 bound，程序的数据输入是极其简单的，仅仅需要输入细网格的边界节点号和其在粗网格所在单元的单元号，而其他有关数据（坐标、单元信息、粗网格位移等），程序自动从细网格和粗网格的有关输入和输出文件中直接采集。

最后，我们使用北京大学袁明武教授开发的微机 SAP84 结构分析程序，对黄河小浪底水利枢纽工程 1 号明流洞进水塔弧形门局部进行了三维静动力有限元分析*，该项目分五种工况计算. 整体粗网格、局部细化网格见图 3，顺水流方向剖面网格见图 4，细化网格边界节点共 384 个，假若按最简单的情况，8 节点单元进行线性插值，对一种工况，需处理的数据个数为 384（个边界节点）×8（节点单元）×3（个方向位移）×4（列位移）×8（个坐标差），大致近 30 万个数据，况且许多数据尚需从众多的数据中经判断提取出来，另外上述计算中 8 个坐标差（细网格边界点到粗网格单元的各节点之距离）仅按 8 个数计算是远不够的. 综上述情况，对于五种工况，不说人工线性插值的精度如何，仅 150 万个数据的算术运算，对人工来说，工作量可想而知，而使用本文所编程序 bound 仅数分钟即可处理一种工况的边界条件，且使边界条件直接成为 SAP84 程序可使用的数据文件的一部分，大大节约了计算时间，保证了数据采集的可靠性.

3　结束语

* 该项目受黄委会设计院委托

本文为微机解决大型复杂结构物应力分析问题开劈了一条新途径，提出了一种三维复杂结构局部有限元网格细化后，边界条件处理的新方法，利用形函数对边界条件进行了插值计算，并自动产生供大型结构分析程序的数据文件段，最后进行了实例分析，计算结果表明：采用的方法可大大节省人力，节约计算时间，保证细网格的计算精度和数据采集的可靠性特别对多种工况的结构分析具有较大的工程价值。

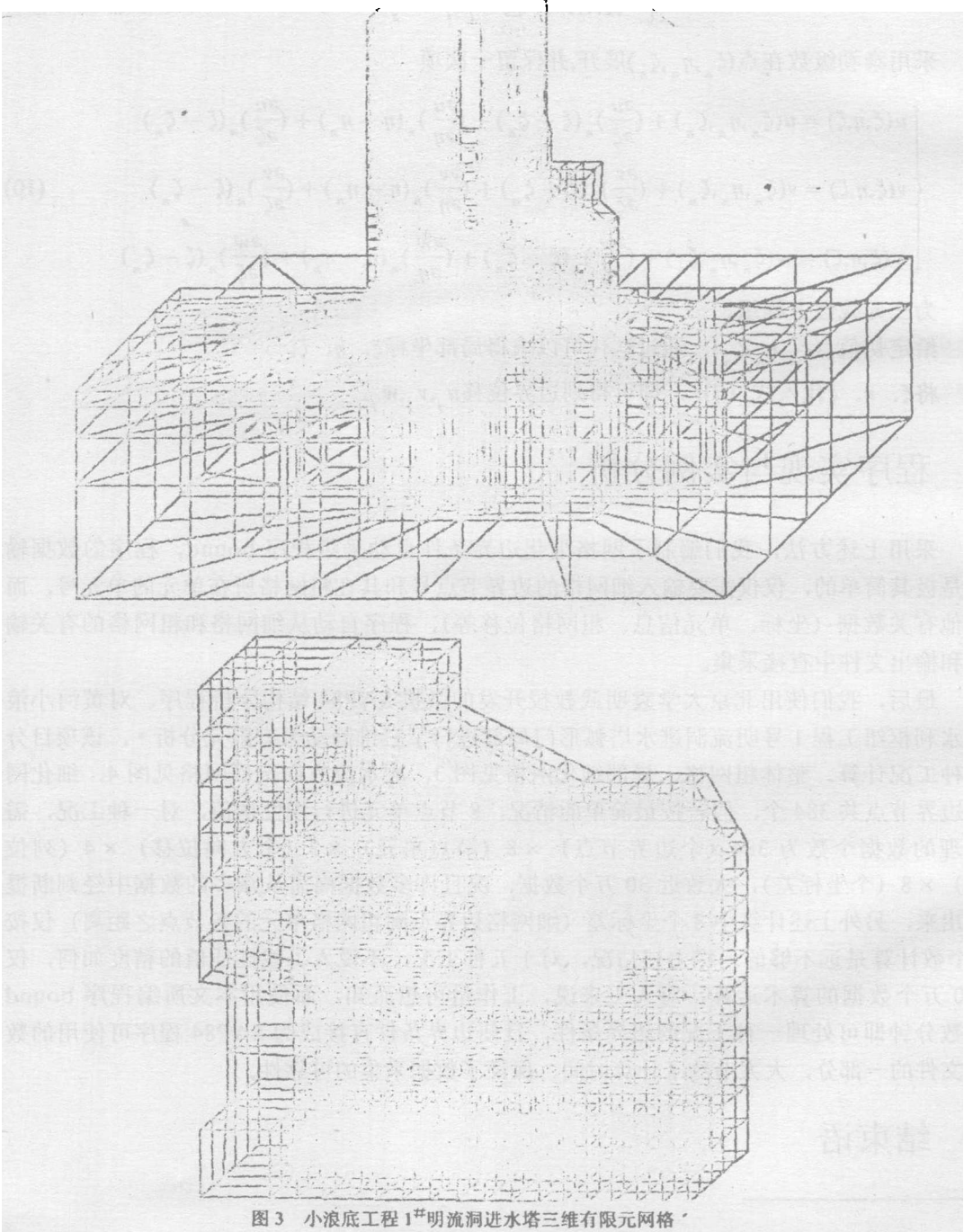

图3 小浪底工程1#明流洞进水塔三维有限元网格

(a)整体结构 (b)工作门段局部

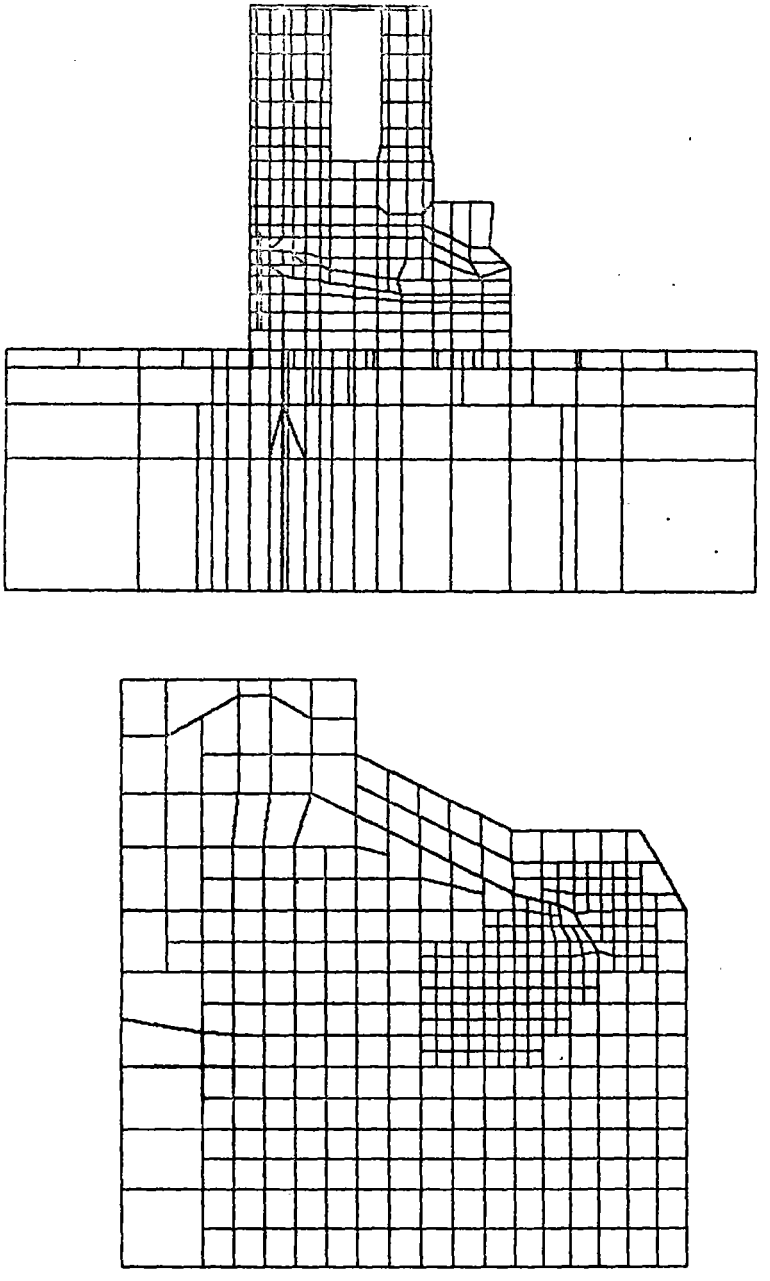

图4　小浪底工程1#明流洞进水塔顺水流向剖面网格

(a)整体结构　(b)工作门段局部

参考文献

[1]徐芝伦，弹性力学简明教程，1980年第一版

[2]谢贻权、何福保，弹性和塑性力学中的有限单元法，1981年第一版

[3]袁明武等，微机上结构分析通用程序SAP84使用说明V2.52

Interpolation of Boundary Displacement and Automatic Gathering of Data for Local Discrete Network of Three-dimensional Finite Element

Wang Zongmin Zhou Hongjun

(Dept. of Hydr. Eng.)

Geng Hui

(Reconnaissance Planning & Design Inst. YRCC MWR)

Abstract: In this Paper ,a new method is presented, which can automatically deal with the doundary displacements of fine network according to the shape functions of local coarse network. This provides a fast and accurate way of calculating boundary displacements for the finite element analysis on fine network.

The application of the adopted method to a practical project shows that this method can not only save a great deal of mannual work and a lot of computing time, but also guarantee high accuracy. It also possesses high value and wide range of engineering application.

Keywards: three-dimensional finite element, shape functions, interpolation