第13卷 第1期　　郑州工学院学报　　Vol.13 No.1
1992年 3 月　　Journal of Zhengzhou Institute of Technology　　Mar. 1992

间接测量结果误差的实例分析*

齐印相

(郑州工学院数力系)

提　要：本文研究了在物理实验中，对某些间接测量结果的相对误差处理．采用何种处理方法是科学的，以实例分析提出了个人的看法，供探讨．

关键词：间接测量量，误差．

中国图书分类号：04-34

在测某些物理量时，如果没有直读该物理量的仪器仪表，那么只能通过能够直接测量量，并代人一定的它们之间的关系式，算出该物理量，这种测量叫间接测量，这个物理量叫间接测量量，例如：测量某导体的电导率 σ（$\sigma = L/RS$）时，只有测量出导体的长度 L 和导体的横截面积 S 以及导体的体电阻 R 后，才能计算出电导率 σ，象测 σ 这类量称为间接测量量它是直接测量量 L、S、R 的函数。

由于测量仪器仪表准确度和测量技术条件的限制，测量值与真值（实际值）总是有差别的，其差别就叫误差．

1　问题的提出：

不少人不管在做完"用流体静力称衡法测定固体密度 ρ"的实验，还是"用转动惯量仪测刚系的转动惯量 I"的实验等．如果他们测量的各直接测量量相同，但用各直接测量量计算间接测量量 ρ 和 I 的相对误差大小时，经常出现两个截然不同的误差计算结果，在不同版本的教材中，也有类似情况出现，要说用同一组数据不同人计算出两个大小不同的结果，若认为都对，这个问题值得研究．这里仅以转动惯量 I 的实验为例进行研讨，其 I 与直接测量量 t、h、h′ 的函数关系式如下：

$$I = Kt^2 \frac{h - \frac{1}{2}h'}{2h^2} \tag{1}$$

式中：K 是常数。

2　用算术平均误差计算间接测量量的相对误差大小。

两个不同的误差处理结果。

a，第一个算法是直接用平均误差传递公式逐项写出各量的相对误差 E，结果是：

$$E_I = E_t + E_h + E_{hh'} \tag{2}$$

* 收稿日期：1990-01-08

即:
$$E_I=\frac{\triangle I}{I}=\frac{2\triangle t}{t}+\frac{2\triangle h}{h}+\frac{\triangle h+\frac{1}{2}\triangle h'}{h-\frac{1}{2}h'} \tag{3}$$

经整理(3)式合并同类项得:
$$E_I=\frac{2\triangle t}{t}+\frac{3h-h'}{h(h-\frac{1}{2}h')}\triangle h+\frac{1}{2(h-\frac{1}{2})h'}\triangle h' \tag{4}$$

b，第二个算法是先对(1)式取对数得:
$$lnI=lnK'+2lnt-2lnh+ln(h-\frac{1}{2})h' \tag{5}$$

对(5)式求微分得:
$$\frac{dI}{I}=\frac{zdt}{t}-\frac{2dh}{h}+\frac{dh-\frac{1}{2}dh'}{h-\frac{1}{2}h'} \tag{6}$$

将微分符号"*d*"为误差符号"△"得:
$$\frac{\triangle I}{I}=\frac{2\triangle t}{t}-\frac{2\triangle h}{h}+\frac{\triangle h-\frac{1}{2}\triangle h'}{h-\frac{1}{2}h'} \tag{7}$$

经整理(7)式合关同类项,将误差系数取绝对值得:
$$EI'=\frac{2}{t}\triangle t+\left|\frac{h'-h}{h(h-\frac{1}{2}h')}\right|\triangle h+\left|\frac{-1}{2(h-\frac{1}{2}h')}\right|\triangle h' \tag{8}$$

从上边两个不同算法的相对误差结果看:

$(3h-h')>|h'-h|$，即: $E_i>E_i'$

3　由实例测量数据，来比较Ⅰ的相对误差

例: 甲、乙二人对某一刚体系的转动惯量Ⅰ进行10次重复测量，其数据如表1，表2所示。

表1

物体降落距离h时所测时间t(秒)	12.3	12.4	12.5	12.6	12.7	12.8
出现相同时间的次数N	1	1	2	3	2	1

表2

物体回升距离h′(厘米)	10.3	10.4	10.5	10.6	10.7
出现相同距离h′的次数	1	2	3	3	1

h＝100.0厘米，△h＝0.2厘米

① 甲、乙二人计算的算术平均值和算术平均误差完全相同都为:

$t = \bar{t} \pm \triangle t = 12.57 \pm 0.12$秒

$h_0 = h \pm \triangle h = 100.0 \pm 0.2$厘米

$h' = \bar{h'} \pm \triangle h' = 10.5 \pm 0.1$厘米

② 甲、乙二人计算的相对误差

甲用所测数据代入 (4) 式的方法计算得:

$$E_I = 1.9\% + 0.6\% + 0.1\% = 2.6\% \tag{9}$$

乙用所测数据代入 (8) 式的方法计算得:

$$E_I' = 1.9\% + 0.2\% + 0.1\% = 2.2\% \tag{10}$$

从二人计算的间接测量量 I 的相对误差 E 的结果看，甲比乙要大 18%，而甲计算的 h 误差系数是乙的 3 倍! 问题出在哪里?

4 产生原因和处理方法

不难看出，甲用第一个算法是根据教材中对间接测量量的相对误差传递公式的叙述计算的，叙述是: 间接测量量是直接测量量的积或商时，间接测量量的相对误差值等于各直接测量量的相对误差值之和。

例如:

$$N = XY / z \tag{11}$$

则
$$E_N = \frac{\triangle N}{N} = \frac{\triangle x}{x} + \frac{\triangle y}{y} + \frac{\triangle z}{z} \tag{12}$$

但没有对叙述的各直接测量量作进一步说明，强调适用范围和使用条件，这个问题往往被忽视，可以证明: 间接测量量是各直接测量量的乘除关系式中，在计算间接测量量的相对误差时，只有各直接测量量是“完全独立”的才可以直接使用，象 (11) 式。但 (1) 式中的 h 是不“完全独立”的 (分母、分子都含同一量 h) 测量量，就不能直接套用分式 (11) 或 (12)，否则就使得 h 的相对误差△h / h 重复计算，故使 h 出现较大的误差，所以间接测量量的相对误差必然增大，这里有的同志认为: 误差估算的偏大不算错，更有把握，那么这样计算的相对误差结果包含真值的概率是多少? 科学依据是什么? 众所周知: 用算术平均误差计算，本来就是从最不利的情况下估算出的误差，如果“随意”计算出一个误差结果，作为测量误差的结果那就不恰当了，就会导致数学上的混乱，就会贬低实际测量的效果。

如果直接测量的量在计算式子中是不“完全独立”的量，现在还没有找到一个简便的方法去计算，在这种情况下，只能采用严密的数学计算法则，如用全微分法，并从最不利情况出发得出一个有依据的结果。

总之，对于某一不“完全独立”的直接测量量不管采用那一种误差表示方法计算，只能得出一个相应的结果，至少误差的有效数字一样，否则就更值得探讨了。

参 考 文 献

[1] 华中工学院，上海交大，天津大学合编"物理实验"80年12月版

[2] "大学物理实验"河南教育出版社出版，88年7月第一版

[3] 王国华主编，"大学物理实验"贵州人民出版社出版，87年7月版

[4] 潘人培主编"物理实验"南京学院出版社，86年11月

The Example Analyses of Errors Resulted From the Indirect Measument

Qi Yinxiang
Department of Math and Mechanics
Zhengzou Institute of Technology

Abstract: it is presuunted here the disposition of the relatioc errors to the indirect measuring resuits in the General, PhYsics Experiment, and the sientific menthod, With personal, view to possible wide inguirements.

Keywords: indirect measuring quantity; error.