

梯形四折叠箱式聚光灶曲面设计*

马光援 杨满香**

(郑州工学院太阳能研究室)

摘 要: 本文详述了“梯形四折叠箱式聚光灶曲面设计”的基本构思, 整体结构是梯形箱式, 灶面由四片梯形组合。梯形腰与底边之比接近 0.618, 曲面设计基本方程是有效面分析——三心圆方程。计算内容包括: 各代表点与代表矢量; 各相关夹角; 投影面积; 箱体理论厚度等计算。通过计算为制造工艺提供了加工数据。

关键词: 太阳灶, 旋转抛物面, 圆锥面, 箱式结构

中国图书分类号: TK513

《玻璃钢箱式聚光太阳灶》(图 1) 是郑州工学院太阳能研究室承担的国家“七五”科技攻关课题, 该课题已于 1990 年 10 月通过国家鉴定和验收。专家们一致认为, 该灶结构参数选择的理论根据充分: 在国内首次应用了投影等腰梯形法合理地设计灶面, 边角工艺点共面性好, 计算简便。该灶结构紧凑, 便于收藏、运输。外形美观大方。各项指标达到攻关项目专题合同要求。主要热性能指标居国内先进水平。

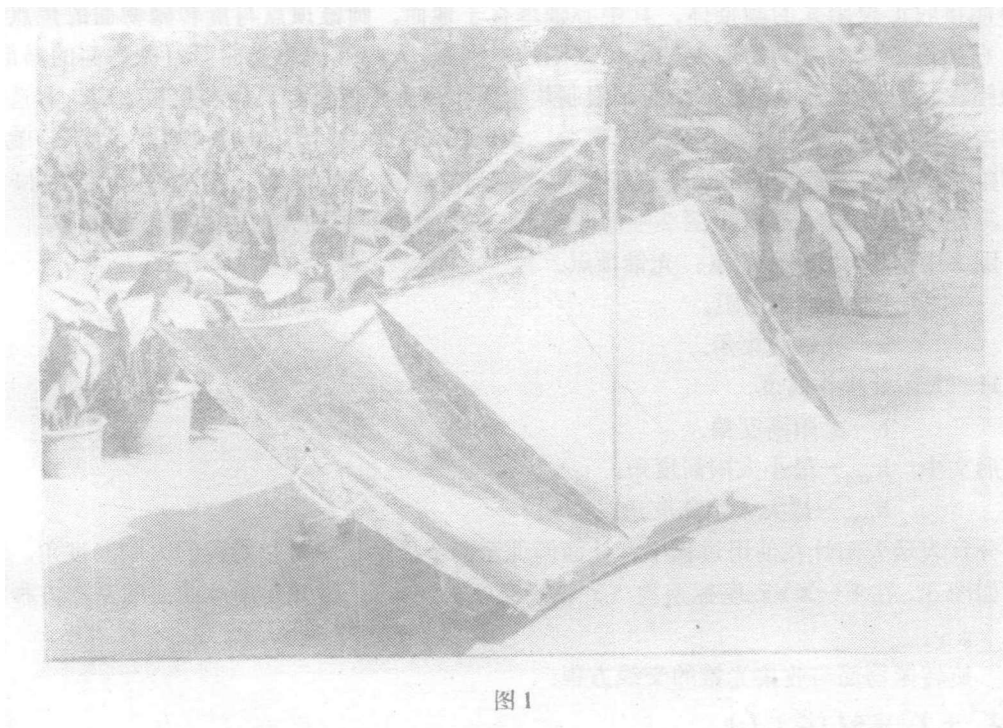


图 1

* 参加本课题的还有 王乐轩 张嵩英 刘恩臣三老师
设计与制造过程中曾得到 王发明 蒋惠琴 李挺林诸老师的帮助。

** 收稿日期: 1991-06-15

本文将介绍梯形四折叠箱式聚光太阳灶的曲面设计。

1 设计构思与基本方程

太阳灶是利用太阳能进行炊事工作的一种装置,聚光型太阳灶的炊事功能和家庭常规炊事炉灶的功能相当。在我国农村,特别是常规能源短缺的地区,太阳灶作为重要的辅助炊事装置,已显示出了其强大的生命力。

中国的聚光型太阳灶,灶面绝大部分为整体形结构,不便于收藏,常年暴露在自然环境中,由于太阳辐射以及其他各种自然因素的破坏,大大地影响使用寿命。

为使太阳灶在保证功率的情况下,便于收藏运输,延长使用寿命,并试图做到商品化生产,本太阳灶设计构思称谓“四折叠箱式太阳灶”。

1.1 设计构思

太阳灶反射面由四块组成,两块主灶面做成能开合的箱体,两块侧翼灶面可放入主箱体内收藏,展开后灶面整体类似扇形,布局美观。

炊事过程中,锅底平面始终与地面平行,并且操作位置适中。

轮式支撑,便于调节灶面跟踪阳光和运输移动。

1.2 基本方程

聚光太阳灶的数学模型是旋转抛物面与圆锥面的动态相交。其基本思想是在锅底设置一个能接收汇聚阳光的圆锥体,其中心轴垂直于地面,圆锥顶点与旋转抛物面的焦点重合,在炊事过程中(抛物面主轴跟踪太阳的过程),太阳灶的反光曲面(抛物面的局部)应始终在收集光锥的覆盖之下。为了限制炊事操作高度,使之与人体参数相适应,有选择地将与地面接触的旋转抛物面除去一部分,参看图 2。除去阴影的转旋抛物面局部,就是太阳灶反射曲面供选择的部分。理论证明光锥与旋转抛物面的交线(图 2 中曲线 1 和 2)以及地面与抛物面的交线,(图 2 中的曲线 3)在抛物面的主轴方向上的投影都是圆。

图 2 中: F—抛物面焦点、光锥顶点。

f—抛物面焦距。

α —光锥收集角。

H—太阳灶操作高度。

h—太阳高度角。

后文中: h_{\min} —最小太阳高度角。

h_{\max} —最大太阳高度角。

分别表示太阳灶在使用过程中,灶面俯仰至两个极端位置时相对应的太阳高度角。

如图 3,在 F—XYZ 坐标系内(Y 轴垂直书面向里),设计太阳灶曲面的基本方程如下:

1.2.1 旋转抛物面与收集光锥的交线方程:

$$X^2 + Y^2 = 4f(Z + f) \quad (1)$$

$$(X \sinh + Z \cosh)^2 + Y^2 = [(Z \sinh - X \cosh) \cdot \lg \frac{\alpha}{2}]^2 \quad (2)$$

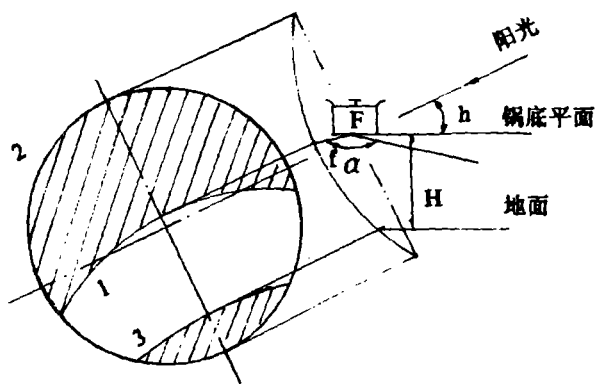


图2

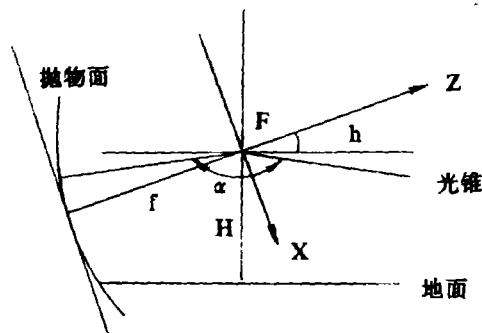


图3

1.2.2 旋转抛物面与收集光锥的交线在Z方向的投影方程:

$$X^2 + Y^2 - 4fx \cosh / [\cos \frac{\alpha}{2} + \sinh] + 4f^2 [\cos \frac{\alpha}{2} - \sinh] / [\cos \frac{\alpha}{2} + \sinh] = 0 \quad (3)$$

该投影方程为圆。

$$\text{圆心坐标: } \begin{cases} OX = 2f \cosh / [\cos \frac{\alpha}{2} + \sinh] \\ OY = 0 \end{cases} \quad (4)$$

$$\text{圆半径: } R = 2f \sin \frac{\alpha}{2} / [\cos \frac{\alpha}{2} + \sinh] \quad (5)$$

1.2.3 旋转抛物面与地面的交线方程:

$$\begin{cases} X^2 + Y^2 = 4f(Z + f) \\ Z \sinh - X \cosh = -H \end{cases} \quad (6)$$

1.2.4 旋转抛物面与地面的交线在Z方向的投影方程:

$$X^2 + Y^2 - 4f x \tanh + 4f(H / \sinh - f) = 0 \quad (7)$$

该投影方程为圆。

$$\text{圆心坐标: } \begin{cases} OX = 2f \tanh \\ OY = 0 \end{cases} \quad (8)$$

$$\text{圆半径: } R = 2f(1 - H \sinh / f)^{1/2} / \sinh \quad (9)$$

1.2.5 旋转抛物面与收集光锥的交线在Y方向的投影方程:

$$Z = [\cosh / (\cos \frac{\alpha}{2} + \sinh)]x - 2f \cos \frac{\alpha}{2} / (\cos \frac{\alpha}{2} + \sinh) \quad (10)$$

该方程为直线。

2 梯形四折叠箱式聚光灶曲面设计

2.1 设计程序

2.1.1 绘制太阳灶有效面分析图——三心圆法

在方程(3)中 取 $f = 800\text{mm}$ (灶面曲率适中, 常取此值)。 $\alpha = 150^\circ$ (反射光50%以上可被锅底吸收)

分别选取 $h = h_{\min} = 25^\circ$ (早晨此一高度角的太阳辐射已有炊事效果) 和 $h = h_{\max} = 80^\circ$ (基本满足中国各地使用) 绘制出两圆, 如图 2 中圆弧 1 与圆弧 2 示意。

另在方程 (7) 中, 选 $h = h_{\min} = 25^\circ$

$H = 1250\text{mm}$ (适合人体操作)

绘制出第三条圆弧, 如图 2 中圆弧 3 示意。

以上三心圆所包围的投影面, 构成太阳灶有效面分析图。与投影图相应的旋转抛物面局部, 供选太阳灶曲面, 可以保证太阳灶自 25° 的太阳高度角, 到 80° 的太阳高度角之间使用, 灶面反射的阳光始终能被锅底截获, 最大操作高度不超过 1.25 米。

2.1.2 梯形四折叠箱式聚光灶曲面的选取——投影等腰梯形法

在上述被限定的三个投影圆内如何选取四折叠灶面? 有人曾作矩形箱式灶, 由于各边角工艺点与旋转抛物面共面性差, 给制造带来困难, 我们改做类扇形箱式灶, 采用投影等腰梯形法很好的解决了共面性难题。

在 Z 方向投影面上, 选作旋转抛物面与收集光锥交线投影, 做为一个基准圆, 为了计算简化, 使该圆弧通过坐标原点, 即令方程 (4) 等于方程 (5),

得 $\cosh = \sin \frac{\alpha}{2}$ 的关系。基准圆 R_1 与方程 (3) 中选取 $\alpha = 150^\circ$ 、 $h = h_{\min} = 15^\circ$ 、

$f = 800\text{mm}$ 相对应。

再做该基准圆的同心圆 R_2 , 使 $R_1 - R_2 = \text{定长}$ (等于主灶面箱长的投影; 本设计两圆半径之比约为 3:2), 经证明, 该两同心圆是旋转抛物面上两平行的截交线在 Z 轴向正投影。在两个同心圆围成的圆环中, 两两对称地选取四块等腰形, 长宽比取黄金分割, 投影后的等腰梯形将与太阳灶的空间曲面相对应。并看图 4。

2.2 太阳灶曲面代表点及各边框代表直线 (矢量) 计算

2.2.1 A 点座标

A 点应在抛物面上; 投影后 A 点在圆弧 R_1 上, 投影后 A 点通过坐标中心。

求解下列方程组, 可得 A 点座标:

$$\begin{cases} X^2 + Y^2 = 4f(Z + f) \\ Y = 0 \\ \text{方程(3)} \end{cases}$$

方程(3) 的限定条件: $h = h_{\min} = 15^\circ$ $\alpha = 150^\circ$ $f = 800\text{mm}$

2.2.2 B 点座标及 AB 实长

B 点应在抛物面上; B 点投影在 X 轴上; 取 AB 投影为定长 (本设计 $AB = 1000\text{mm}$)。求解下列方程组, 可得 B 点座标:

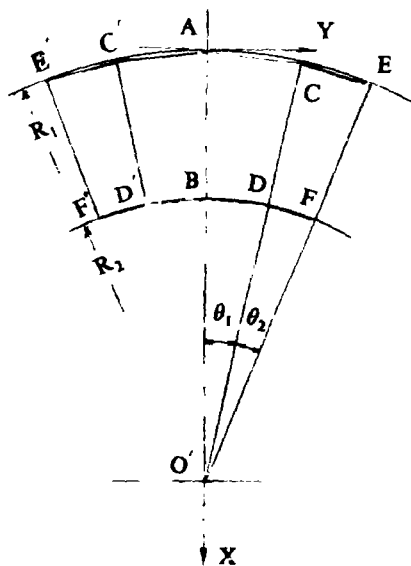


图 4

$$\begin{cases} X^2 + Y^2 = 4f(Z + f) \\ Y = 0 \\ X = 1000 \end{cases}$$

AB实长:

$$|AB| = [(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2 + (Z_B - Z_A)^2]^{\frac{1}{2}} \quad (11)$$

2.2.3 C点坐标及AC实长

C点应在抛物面上; 投影后C点在圆弧 R_1 上; AB与AC按黄金分割取舍, 圆整后取投影长 $AC=620\text{mm}$ 。

求解下列方程组, 可得C点坐标:

$$\begin{cases} X^2 + Y^2 = 4f(Z + f) \\ \text{方程(3)} \\ X^2 + Y^2 = 620^2 \end{cases}$$

$$AC\text{实长: } |AC| = [(X_C - X_A)^2 + (Y_C - Y_A)^2 + (Z_C - Z_A)^2]^{\frac{1}{2}} \quad (12)$$

2.2.4 D点坐标及BD、CD实长

D点应在抛物面上; 另由图4中 $\triangle DBO'$ 的边角关系, 求解下列方程组, 可得D点坐标。

$$\begin{cases} X = R_1 - R_2 \cos \theta_1 \\ Y = R_2 \sin \theta_1 \\ X^2 + Y^2 = 4f(Z + f) \end{cases}$$

其中 R_1 由方程(5)求出,

$$R_2 = R_1 - AB\text{长}$$

$$\sin \theta_1 = Y_C / R_1$$

$$BD\text{实长: } |BD| = [(X_D - X_B)^2 + (Y_D - Y_B)^2 + (Z_D - Z_B)^2]^{\frac{1}{2}} \quad (13)$$

$$CD\text{实长: } |CD| = [(X_D - X_C)^2 + (Y_D - Y_C)^2 + (Z_D - Z_C)^2]^{\frac{1}{2}} \quad (14)$$

2.2.5 E点坐标及CE实长

求解下列方程组, 可得E点坐标:

$$\begin{cases} X^2 + Y^2 = 4f(Z + f) \\ X = R_1 - R_1 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ Y = R_1 \sin(\theta_1 + \theta_2) \end{cases}$$

其中 $\sin(\frac{\theta}{2}) = (CE/2) / R_1$ (参看图4)

CE投影长取 $CE=520\text{mm}$ (为使侧翼放入主箱体, CE略小于AC)

$$CE\text{实长: } |CE| = [(X_E - X_C)^2 + (Y_E - Y_C)^2 + (Z_E - Z_C)^2]^{\frac{1}{2}} \quad (15)$$

2.2.6 F点坐标及EF、DF实长

求解下列方程组, 可得 F 点座标:

$$\begin{cases} X^2 + Y^2 = 4f(Z + f) \\ X = R_1 - R_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ Y = R_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \end{cases}$$

$$EF \text{ 实长: } |EF| = [(X_F - X_E)^2 + (Y_F - Y_E)^2 + (Z_F - Z_E)^2]^{\frac{1}{2}} \quad (16)$$

$$DF \text{ 实长: } |DF| = [(X_F - X_D)^2 + (Y_F - Y_D)^2 + (Z_F - Z_D)^2]^{\frac{1}{2}} \quad (17)$$

2.2.7 本设计曲面工艺计算参数汇总

表 1

反光曲面工艺代表点座标

代表点	座 标		
	X	Y	Z
A	0	0	-800
B	1000	0	-487.5
C	64.38	616.65	-679.875
D	1042.67	410.1	-407.7
E	215.84	1114.57	-397.23
F	1143.55	741.3	-219.61
C'	64.38	-616.65	-679.875
D'	1042.67	-410.1	-407.7
E'	215.84	-1114.57	-397.23
F'	1143.55	-741.3	-219.61

表 2

太阳灶箱体各边框代表直线 (矢量)

线 段	实长(mm)	投影长(mm)
AB	1047.69	1000
AC AC'	631.53	620
BD BD'	420	412.34
CD C' D'	1036.24	1000
CE C' E'	592.24	520
DF D' F'	394.02	345.83
EF E' F'	1015.64	1000

2.3 曲面箱体结构计算

2.3.1 曲面投影面积计算

被设计的箱式太阳灶投影面积为四块等腰梯形面积之和 (参看图 4)

$$S = d_1(AC + BD) + d_2(CE + DF) \quad (18)$$

$$d_1 = (R_1 - R_2) \cos \frac{\theta_1}{2} \quad (19)$$

$$d_2 = (R_1 - R_2) \cos \frac{\theta_2}{2} \quad (20)$$

式中: S —投影面积

d_1 —主箱体灶面投影等腰梯形高

d_2 —侧翼灶面投影等腰梯形高

AC 、 BD 、 CE 、 DF —各相应梯形上下底边投影长

计算结果 $S \approx 2m^2$

2.3.2 灶面箱体展开夹角的计算参看图 5 及图 6

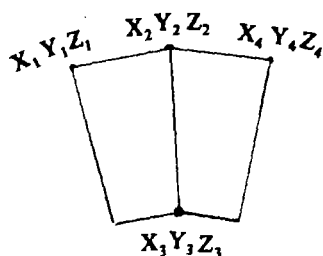


图 5

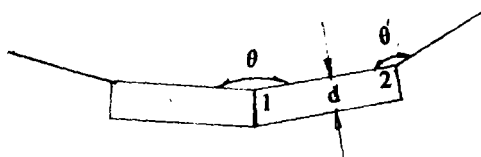


图 6

二平面夹角 θ 的计算:

$$\cos \theta = (xX + yY + zZ) / [(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{1}{2}} \cdot (X^2 + Y^2 + Z^2)^{\frac{1}{2}}] \quad (21)$$

式中: $x = (Y_1 - Y_2)(Z_3 - Z_2) - (Z_1 - Z_2)(Y_3 - Y_2)$

$$y = (Z_1 - Z_2)(X_3 - X_2) - (X_1 - X_2)(Z_3 - Z_2)$$

$$z = (X_1 - X_2)(Y_3 - Y_2) - (X_3 - X_2)(Y_1 - Y_2) \quad (22)$$

$$X = (Y_4 - Y_2)(Z_3 - Z_2) - (Z_4 - Z_2)(Y_3 - Y_2)$$

$$Y = (Z_4 - Z_2)(X_3 - X_2) - (X_4 - X_2)(Z_3 - Z_2)$$

$$Z = (X_4 - X_2)(Y_3 - Y_2) - (X_3 - X_2)(Y_4 - Y_2) \quad (23)$$

计算结果: 主箱体展开后夹角 $\theta = 162.4015^\circ$

主箱体与侧翼灶面展开后夹角 $\theta' = 165.4508^\circ$

主箱体端头边框视角 $\angle_1 = 98.7993^\circ$

$\angle_2 = 97.2746^\circ$

2.3.3 主箱体厚度计算

箱体厚度等于被选抛物灶面上一点到开口平面距离的最大值。

单侧箱体开口平面方程:

$$A(X - X_A) + B(Y - Y_A) + C(Z - Z_A) = 0 \quad (24)$$

$$\text{式中: } A = (Y_c - Y_A)(Z_B - Z_A) - (Y_B - Y_A)(Z_c - Z_A) \quad (25)$$

$$B = (X_c - X_A)(Z_B - Z_A) - (X_B - X_A)(Z_c - Z_A) \quad (26)$$

$$C = (X_c - X_A)(Y_B - Y_A) - (X_B - X_A)(Y_c - Y_A) \quad (27)$$

设点 $M(X, Y, Z)$ 为抛物面

$Z = (X^2 + Y^2) / 4f - f$ 上的一点, 点 $M(X, Y, Z)$ 到箱体开口平面的距离为 d (见图 6 示意):

$$d = [A(X - X_A) + B(Y - Y_A) + C(Z - Z_A)] / (A^2 + B^2 + C^2)^{\frac{1}{2}} \quad (28)$$

在一定条件下, 求 d 的最大值即为箱体的厚度。

$$\begin{aligned} \text{令 } F(X, Y, Z) = & [A(X - X_A) + B(Y - Y_A) + C(Z - Z_A)] / (A^2 + B^2 + C^2)^{\frac{1}{2}} + \lambda[(X^2 \\ & + Y^2) / 4f - f - Z] \end{aligned} \quad (29)$$

求解下列方程组:

$$\begin{cases} F'_X(X, Y, Z) = A / (A^2 + B^2 + C^2)^{\frac{1}{2}} + \lambda X / 2f = 0 \end{cases} \quad (30)$$

$$\begin{cases} F'_Y(X, Y, Z) = B / (A^2 + B^2 + C^2)^{\frac{1}{2}} + \lambda Y / 2f = 0 \end{cases} \quad (31)$$

$$\begin{cases} F'_Z(X, Y, Z) = C / (A^2 + B^2 + C^2)^{\frac{1}{2}} - \lambda = 0 \\ Z = (X^2 + Y^2) / 4f - f \end{cases} \quad (32)$$

求得主箱体灶面理论厚度。

本设计 $d = 93.54\text{mm}$

按照以上理论, 我们实际设计的箱式聚光太阳灶在使用过程中, 当太阳高度角从 25° 角变化到 80° 角, 太阳灶反光面全部在 $\alpha = 150^\circ$ 的收集光锥覆盖下, 灶面各处反射的阳光均能被锅底吸收在 50% 以上。在这一高度角变化范围内, 主灶面全部及侧翼灶面的一半, 均能在 $\alpha = 120^\circ$ 收集光锥的覆盖下, 也就是, $2/3$ 的设计灶面, 各部分反射的阳光, 80% 以上都能被锅底吸收, 使用操作高小于 1.15 米。

被设计的太阳灶除了在地纬度 45° 以上地区冬至这一天不能使用外, 中国各个地方基本上四季均可使用。

参 考 文 献

- (1) 郑效卿. 用反射光线的收集锥确定太阳灶截光面的轮廓. 太阳能学报. 第 6 卷 第 2 期

Camber Design of Solar Spotlight Cooker with Four Trapezoid Folding

Cases Ma Guang yuan, Yang Man Xiang
(Zhengzhou Institute of Technology)

Abstract: This paper introduced the design of the “trapezoid box four-folded concentrating solar cooker”. This kind of solar cookers could be folded into a reflecting concentrating surface. The the propertion of waist side length and base side length is about 0.618. The design equation is “effective analysis three centers circle equation”. The calculation analysis included: All particular points and vectors, all particular angles, project areas, the theoretjcal box thickness. The calculation results provide reliable data for the manufacture.

Keywords: Solar cooker, revolutionary paraboloid, box structure