第13卷 第1期 郑州工学院学报 Vol.13 No.1
1992年 3 月 Journal of Zhengzhou Institute of Technology Mar. 1992

行星锥式无级变速器干涉问题探讨*

张明成 金国光

(郑州工学院)

摘 要：本文首次提出了行星锥式无级变速器的行星锥干涉与曲线干涉问题，从而得出了设计准则.

关键词：无级变速器，行星锥，曲线，干涉，设计准则.

中国图书分类号：TH132.46

近年来，在弹流状态下工作的行星锥式无级变速器，国内已开始试制和生产．针对设计中如何确定最多行星锥数和避免行星锥与曲线的干涉，明确设计准则。本文提出了最多行星锥数 N_{max} 及避免行星锥与曲线干涉的数学表达式.

1 问题的提出

如图 1 所示为行星锥式无级变速器，由输入轴 1、行星锥 2、输出轴 3、保持架 4、机架 5 组成．保持架 4 可使 N 个行星锥均布在半径为 R 的贺周上．当输入角速度 ω_I 给定时，通过改变锥顶点 O 与接触点 C 之间的距离（$|oc|=x$），可使输出轴得到连续变化的角速度 ω_{II}．

由于 N 个行星锥倾斜地均布在半径为 R 的圆周上，设计者预先无法直观而又准确地确定最多行星锥数．显然，若行星锥数太多，则行星锥要相互挤在一起，这就是行星锥干涉问题，在设计中应绝对避免.

每个行星锥均在半径为 R 的大圆环上运动，为了保证运动的确定性，则每个行星锥必与大圆环之间有唯一的接触点（即 C 点)．如果在大圆环所在的平面 P 内，大圆环与圆锥曲线接触点不是唯一的，则行星锥无法运动，这就是曲线干涉问题.

2 行星锥干涉

如图 1，为了讨论干涉问题，取行星锥的计算高度为 $H_1=|OD|=H-r_r$（H-行星锥总高度，r_r-锥底圆角半径)，并设半锥角为 α。把高度为 H_1；半锥角为 α 的圆锥称为计算圆锥．因而，只须讨论计算圆锥的干涉问题.

如图 2 所示，计算圆锥的底面在与输入轴垂直的平面 P 内的投影为椭圆（共 N 个)，椭圆的长、短半轴长度分别为 a、b，则有

$$\left.\begin{aligned} a &= H_1 tg\alpha \\ b &= H_1 sin\alpha \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

* 收稿日期：19910-04-05

椭圆 1 的方程为

$$\frac{U^2}{a^2}+\frac{[V-(R-b)]^2}{b^2}=1 \tag{2}$$

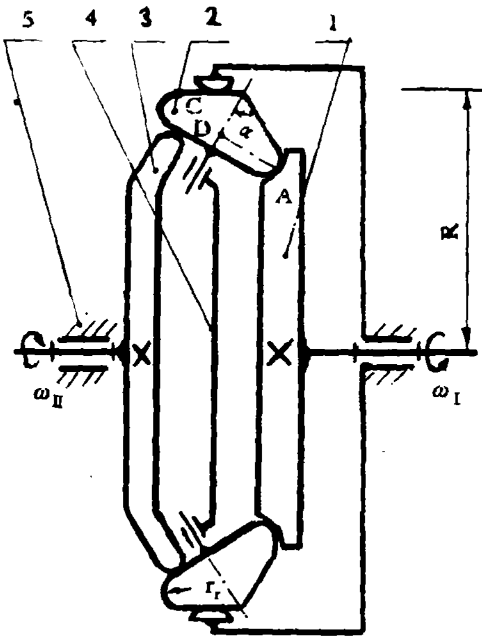

图 1

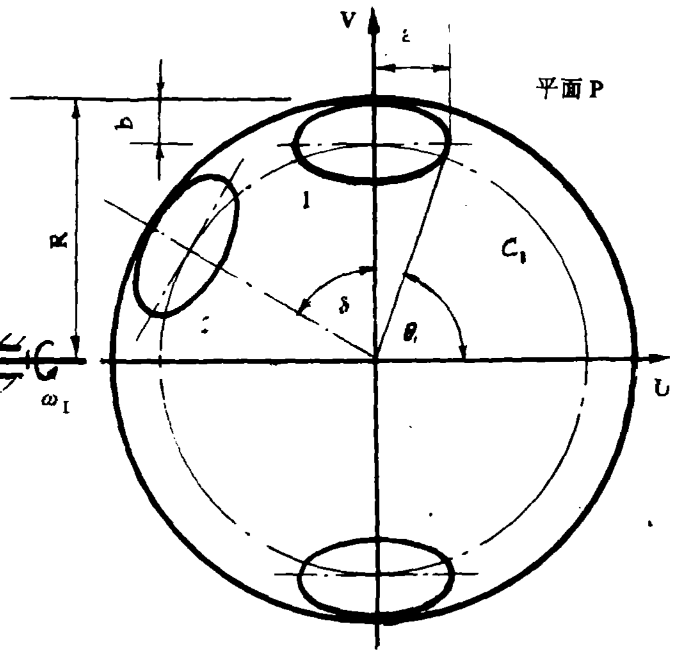

图 2

由于 N 个椭圆的中心均布在半径为 R−b 的圆周C_1上，如图 2 所示，为了避免行星锥干涉，则只须

$$2(\frac{\pi}{2}-\theta_1)<\delta=\frac{2\pi}{N} \tag{3}$$

又圆周C_1可用参数方程表为

$$\left.\begin{aligned}U&=(R-b)cos\theta\\ v&=(R-b)sin\theta\end{aligned}\right\} \tag{4}$$

把(4)代入(2)得

$$sin\theta_1=\frac{a^2(R-b)\pm b\sqrt{a^2(a^2-b^2)+b^2(R-b)^2}}{(a^2-b^2)(R-b)}$$

由于$0<\theta_1<\frac{\pi}{2}$(即$0<sin\theta_1<1$)，故

$$\theta_1=arcsin\left[\frac{a^2(R-b)-b\sqrt{a^2(a^2-b^2)+b^2(R-b)^2}}{(a^2-b^2)(R-b)}\right] \tag{5}$$

把(5)代入(3)，并令$\mu=H_1/R$，得

$$N < \frac{2\pi}{\pi - 2arcsin\left[\frac{1-\mu sin\alpha - \sqrt{\mu^2 sin^4\alpha + cos^4\alpha(1-\mu sin\alpha)^2}}{sin^2\alpha(1-\mu sin\alpha)}\right]}$$

上式右边为小数，故最多行星锥数N_{max}为

$$N_{amx} = INT\left\{\frac{2\pi}{\pi - 2arcsin\left[\frac{1-\mu sin\alpha - \sqrt{\mu^2 sin^4\alpha + cos^4\alpha(1-\mu sin\alpha)^2}}{sin^2\alpha(1-\mu sin\alpha)}\right]}\right\} \tag{6}$$

式中$\mu = H_1 / R$　　为锥高系数.

表 1 列出了不同锥顶角 2α，及不同锥高系数 μ 的最多行星锥数 N_{max}.

表 1　不发生行星锥之间干涉的 N_{max}

μ	2α							
	105°	110°	115°	120°	125°	130°	135°	140°
0.10	22	20	18	16	15	13	12	11
0.15	14	13	10	10	9	8	/	/
0.20	10	9	8	7	7	/	/	/
0.25	7	6	6	6	/	/	/	/
0.30	6	5	5	/	/	/	/	/
0.35	5	4	/	/	/	/	/	/
0.40	4	4	/	/	/	/	/	/

由表 1 可以看出，锥顶角 2α 越小，锥高系数 μ 越小，N_{max} 越多；反之，N_{max} 越少。

3　曲线干涉

如图 3 所示，在平面 P 内，应保证圆锥曲线 Γ_1 与圆周曲线 Γ_2（即半径为 R 的大圆环）只有唯一的接触点 C，否则，曲线 Γ_1 与 Γ_2 将发生干涉，即发生曲线干涉. 为避免曲线干涉，应使曲线 Γ_1 在 C 点的曲率半径 ρ_C 小于曲线 Γ_2 的曲率半径 R，即

$$\rho_c < R \tag{7}$$

由图 3 知，ρ_c 是圆锥曲面在法平面（即平面 P）内的曲率半径. 设平面 Q 是过 C 点且与圆锥面之轴线 Z 相垂直的平面，在平面 Q 内，圆锥曲线是半径为 $R_c = x sin\alpha$ 的圆，由微分几何知

$$\rho_c \cdot cos\varphi = R_c = x sin\alpha$$

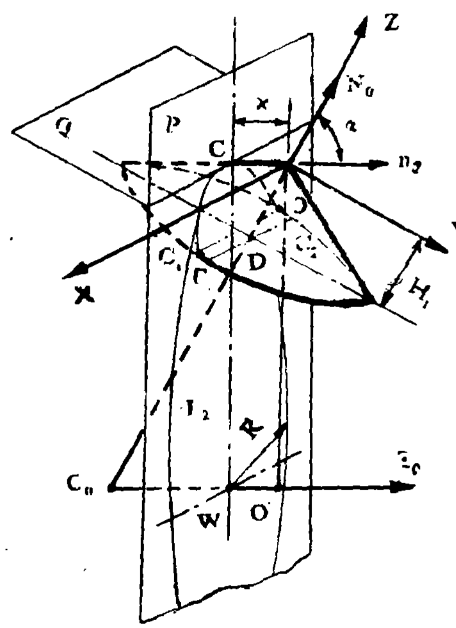

图 3

式中，φ 为平面P的单位法向量$\overline{n_0}$与平面Q的单位法向量$\overline{n_0}$之夹角，显然 $\varphi=\alpha$。因而

$$\rho_c = x t_g \alpha \tag{8}$$

由（7），（8）得　$x t_g \alpha < R$　(9)

因$x_{max} = H_1 / cos\alpha$，故由（9）得　$\mu t_g \alpha < cos\alpha$　(10)

即，只要满足（10），则对任意的 x（$0 < x < x_{max}$），曲线Γ_1与Γ_2都不会在C点附近发生干涉。

如果只满足条件（10），Γ_2能否与圆锥底面发生干涉？如下引理回答了这个问题。

引理：如果锥高系数 μ 与半锥角 α 满足条件（10），则 Γ_2（即半径为R的大圆环）不会与圆锥底面发生干涉。

证明：设Γ_1与圆锥底面之交点为C_1，C_2大圆环之中心为W，则只须证明$|WC_1| = |WC_2| < R$。

圆锥底面方程为　$Z = -H_1$　(11)

圆锥曲面方程为　$-Ztg\alpha = \sqrt{X^2 + Y^2}$　(12)

由于平面P的单位法向量$\bar{n}_0 = [0, sin\alpha, cos\alpha]^T$，C点坐标为$C(0, -xsin\alpha, -xcos\alpha)$，故平面P方程为

$$0 \cdot (X-0) + sin\alpha \cdot (Y + xsin\alpha) + cos\alpha \cdot (Z + xcos\alpha) = 0 \tag{13}$$

联立（11），（12），（13）得C_1，C_2两点坐标

$$C_1\left(\sqrt{(H_1 t_g \alpha)^2 - \left(\frac{H_1 cos\alpha - x}{sin\alpha}\right)^2},\ \frac{H_1 cos\alpha - x}{sin\alpha}, -H_1\right)$$

$$C_2\left(-\sqrt{(H_1 t_g \alpha)^2 - \left(\frac{H_1 cos\alpha - x}{sin\alpha}\right)^2},\ \frac{H_1 cos\alpha - x}{sin\alpha}, -H_1\right)$$

大圆环（曲线Γ_2）中心W坐标为

$$W(0, Rcos\alpha - xsin\alpha,\ -Rsin\alpha - xcos\alpha)$$

因$|WC_1| = |WC_2|$，故只须证明$|WC_1|^2 - R^2 < 0$，为此，令

$$f(x) = |WC_1|^2 - R^2$$

化简上式得

$$f(x) = -x^2 + \frac{2R}{t_g \alpha} x + H_1^2 sec^2\alpha - \frac{2RH_1}{sin\alpha} \tag{14}$$

在（14）中，x应满足

$$\left.\begin{aligned} xtg\alpha &< R \\ xcos\alpha &< H_1 \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

结合条件（10），由（15）可得x的取值范围为

$$x < min\{R / tg\alpha,\ H_1 / cos\alpha\} = H_1 sec\alpha \tag{16}$$

在（14）中，对x求导得

$$f'(x) = -2x + \frac{2R}{tg\alpha} \tag{17}$$

由 (16), (17) 知, $f'(x)>0$, 即当 $x<H_1\sec\alpha$ 时, f (x) 是单调递增函数, 故对任意的 $x<H_1\sec\alpha$, 必有

$$f(x)<f(H_1\sec\alpha) \tag{18}$$

引理得证.

由此, 可得行星锥式无级变速器不发生曲线干涉的条件; 即

曲线不干涉准则: 行星锥式无级变速器不发生曲线干涉的充分必要条件是 $\mu\mathrm{tg}\alpha<\cos\alpha$.

设大圆环的回转轴为 Z_0, 圆锥曲面轴线 Z 与 Z_0 轴之交点为 O_0, 并设圆锥曲面顶点 O 在 Z_0 轴上的投影为 O′. 则如上曲线不干涉准则的几何意义是: 接触点 C 在 Z_0 轴上的投影 W, 总是居于 O_0 与 O′ 之间. 换言之, 如果点 W 不在 O_0, O′ 之间, 则必发生曲线干涉.

需要指出的是, 就目前我们所看到的文献, 还未见避免曲线干涉的上述准则. 该准则为行星锥式无级变速器的尺寸设计提供了直观而又可靠的依据.

4 结　论

4.1 由表 1 可看出, 锥高系数和锥顶角不宜取得过小, 否则, 所能容纳的行量锥数很多, 这会给调速带来不良影响 (如果所用行星锥数较少, 则结构空间不能充分利用).

4.2 由曲线不干涉准则可知, 锥高系数和锥顶角不宜取得过大, 否则, 将发生曲线干涉, 即增大锥高 H_1 或减小大圆环的半径 R 都有可能会发生曲线干涉.

4.3 由 (10) 的推导过程可以看出, 接触点 C 越远离锥顶点 O (即增大 x), 则越易发生曲线干涉. 即行星锥式无级变速器的调速范围是有限制的.

4.4 由 4.1 及 4.2 可知, 锥高系数 μ 和锥顶角 2α 应有适当的范围. 本文建议: ①当 $2\alpha=110°$ 时, 取 $\mu=0.18\sim0.40$, 这时, $N_{max}=4\sim10$; ②当 $2\alpha=120°$ 时, 取 $\mu=0.14\sim0.26$, 这时 $N_{max}=5\sim11$; ③当 $2\alpha=130°$ 时, 取 $\mu=0.12\sim0.18$, 这时 $N_{max}=7\sim11$. 按照本文所建议的参数设计行星锥式无级变速器, 既不会发生行星锥之间的干涉, 也不会发生曲线干涉.

上述四个结论可做为行星锥式无级变速器的设计准则.

参 考 文 献

〔1〕 P.Elu, Y.Kemper. Performance of a Nutating Traction Drive. ASME 80-C2/DET-63

〔2〕 Stuart H.Loewenthel. A HIstorical Perspective of Traction Drives and Related Technology. NASA Lewis Research Center.

〔3〕 阮忠唐主编　机械无级变速器　机械工业出版社　1983年

〔4〕 机械设计　[日]通卷第401号Vol.31NO.8 JUNE　1987年

〔5〕 机械设计　[日]通卷第419号Vol.32NO.7 MAY　1988年

〔6〕 数学手册　高等教育出版社　1979年

〔7〕 夏恒青, 张明成　2K-H(A)齿轮差动和行星锥轮无级变速器组合机构分析　第四届全国机构创造发明学术年会论文　1990.5(江苏杨州)

Research on the Interference Problems of planet–Cone Traction Drive Machine

Zhang Mingcheng Jin Guoguang
(Zhengzhou Institute of Technology)

Abstract: In this paper, the problems of planet–cone interference and curve interfercnce are researched for the first time. And then, design criteria are given here.

Keywords: traction drive machine, planet–cone, curve, interference, design criteria