

# 钢纤维混凝土弯曲性能的研究\*

高丹盈\*\*

(水利系)

**摘 要:** 本文首先讨论了普通混凝土梁中和轴高度和塑性系数的计算问题,在此基础上根据对钢纤维混凝土梁弯曲性能的分析,提出了与普通混凝土相衔接的钢纤维混凝土梁中和轴高度、初裂弯矩以及极限弯矩的计算公式。

**关键词:** 中和轴高度, 初裂弯矩, 极限弯矩

**中国图书分类号:** TU313

普通混凝土梁的弯曲试验表明, 试验梁一裂即断, 梁的初裂弯矩即是梁的极限弯矩。同时, 极限弯矩存在着明显的尺寸效应。对于钢纤维混凝土梁, 由于钢纤维的阻裂增强作用及边壁效应, 其初裂弯矩和极限弯矩随纤维含量特征参数的增大而增大, 初裂弯矩和极限弯矩的尺寸效应比混凝土梁更加显著, 作为反映不同钢纤维混凝土梁初裂弯矩和极限弯矩的计算公式理应反映试件尺寸效应的影响, 并与混凝土梁初裂弯矩或极限弯矩的计算方法衔接, 这是本文要解决的问题之一。

钢纤维混凝土梁达到极限弯矩时的中和轴位置(或受压区高度), 从另一个角度反映钢纤维的阻裂增强作用, 得到各国学者的普遍重视, 但给出的公式不尽相同。事实上, 钢纤维混凝土梁达到极限弯矩时的受压区高度是与纤维含量特征参数及纤维类型有关的, 本文结合试验结果对此问题亦进行讨论。

## 1 混凝土梁达极限强度时的受压区高度

试验表明, 普通混凝土梁一裂即断, 梁的初裂弯矩即是梁的极限弯矩。此时, 梁的受拉区呈现明显的塑性能, 应力图形为曲线, 最大应力达到混凝土的抗拉强度  $f_t$ , 而梁受压区的应力分布一般为弹性分布, 初裂弯矩计算式为:

$$M_{cra} = f_t \cdot M_s \quad (1)$$

式中  $M_s$  ——考虑塑性变形影响后构件截面对受拉边缘的弹塑性抵抗矩。

为简化计算, 通常是用塑性系数  $\gamma_m$  考虑受拉区弹塑性发展程度, 用弹性应力图代替弹塑性应力图的方法建立材料力学的初裂弯矩计算公式, 这时截面应力分布为线性, 受拉边缘应力为  $\gamma_m \cdot f_t$ ,  $M_{cra}$  的计算式变换为:

$$M_{cra} = \gamma_m f_t W_0 \quad (2)$$

式中  $W_0$  ——截面对受拉边缘的弹性抵抗矩。

比较 (1)、(2) 式得

\* 河南省自然科学基金项目

\*\* 收稿日期: 1990-06-29

$$\gamma_m = \frac{W_s}{W_0} \quad (3)$$

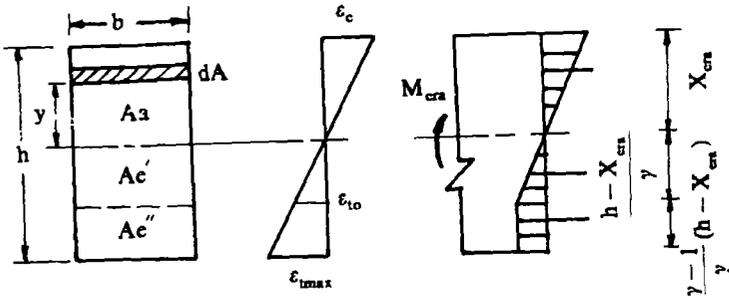


图 1

对于矩形截面, 裂缝即将出现时截面应变应力分布见图 1 (b)、(c) 所示。图中  $\epsilon_{t0}$  为对应  $f_t$  时的混凝土拉应变,  $\epsilon_{tmax}$  为混凝土的极限拉应变,  $\epsilon_{tmax} / \epsilon_{t0} = \gamma$  为混凝土的受拉塑性化系数, 其值随截面高度、混凝土强度和截面配筋率的大小变化,

详见文献[4], 这里仅给出  $\gamma$  的具体表达式:

$$\gamma = (2.232 - 0.16\sqrt{f_c} + 15/h) \times (1 + \frac{\rho}{d}) \quad (4)$$

当  $f_c < 10\text{MPa}$ , 取  $f_c = 10\text{MPa}$ ;  $f_c > 40\text{MPa}$ , 取  $f_c = 40\text{MPa}$

当  $h < 20\text{cm}$ , 取  $h = 20\text{cm}$ ;  $h > 100\text{cm}$ , 取  $h = 100\text{cm}$ 。

式中  $f_c$ ——混凝土立方体抗压强度, 单位 MPa;

$h$ ——截面高度, 以厘米计;

$\rho$ ——纵筋配筋率,  $\rho = \frac{A_s}{bh_0} \times 100$ ;

$d$ ——纵筋直径, 以毫米计。

### 1.1 受压区高度 $X_{cra}$ 的计算公式

由图 1 c 可见, 受压区距中和轴  $y$  处的应力  $\sigma_x$  为:

$$\sigma_x = \frac{\gamma f_t}{h - X_{cra}} \cdot y$$

受压区合力  $D$  为:

$$D = \int_{A_c} \frac{\gamma f_t}{h - X_{cra}} y dA = \frac{\gamma f_t}{h - X_{cra}} \int_{A_c} y dA = \frac{\gamma f_t}{h - X_{cra}} S_a$$

受拉区上半部合力  $Z_1$  和下半部合力  $Z_2$  分别为:

$$Z_1 = \int_{A_1'} \frac{\gamma f_t}{h - X_{cra}} y dA = \frac{\gamma f_t}{h - X_{cra}} \int_{A_1'} y dA = \frac{\gamma f_t}{h - X_{cra}} S_1'$$

$$Z_2 = \int_{A_1''} f_t dA = f_t \int_{A_1''} dA = f_t A_1''$$

由静力平衡条件  $D = Z_1 + Z_2$  得确定中和轴高度  $X_{cra}$  的公式为:

$$\frac{\gamma}{h - X_{cra}} \cdot S_a = \frac{\gamma}{h - X_{cra}} S_1' + A_1'' \quad (5)$$

式中  $X_{cra}$ ——按弹塑性计算时截面中和轴高度;

$S_a$ ——受压区面积对中和轴的面积矩;

$S'_1$ —受拉区上半部面积对中和轴的面积矩;

$A_a$ —受压区面积;

$A'_1$ —受拉区下半部面积;

$A''_1$ —受拉区下半部面积;

把  $S_a$ 、 $S'_1$ 、 $A''_1$  的关系式代入 (5) 式得到矩形截面中和轴高度的计算公式为:

$$x_{cra} = \frac{1 - 2\gamma + \gamma\sqrt{2\gamma - 1}}{(\gamma - 1)^2} \cdot h \quad (6)$$

### 1.2 塑性系数 $\gamma_m$ 的计算公式

受拉区和受压区对中和轴取矩得:

$$\begin{aligned} M_R &= \int_{A_a} \frac{\gamma f_t}{h - x_{cra}} y^2 dA + \int_{A'_1} \frac{\gamma f_t}{h - x_{cra}} y^2 dA + \int_{A''_1} f_t y dA \\ &= \frac{\gamma f_t}{h - X_{cra}} (\int_{A_a} y^2 dA + \int_{A'_1} y^2 dA) + f_t \int_{A''_1} y dA \\ &= f_t \left[ \frac{\gamma}{h - X_{cra}} (J_a + J'_e) + S''_e \right] \end{aligned}$$

根据式(1)得:

$$W_s = \frac{\gamma}{h - X_{cra}} (J_a + J'_e) + S''_e \quad (7)$$

式中  $J_a$ —截面受压区面积对中和轴的惯性矩;

$J'_e$ —受拉区上半部面积对中和轴的惯性矩;

$S''_e$ —受拉区下半部面积对中和轴的面积矩。

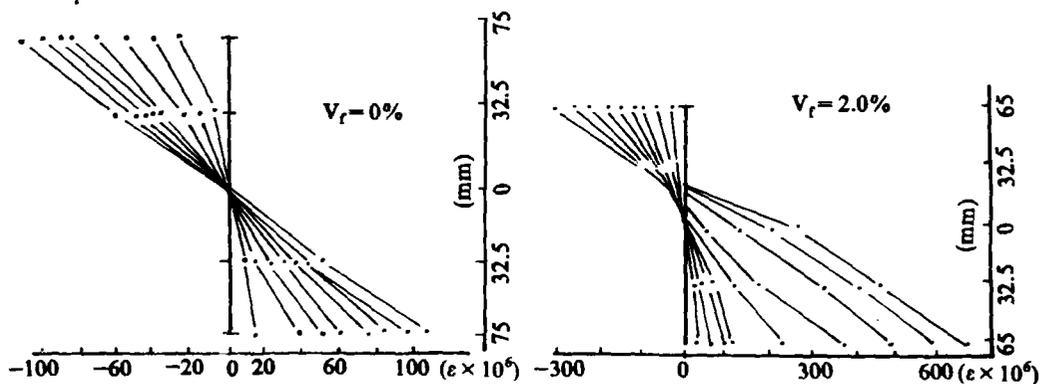


图2 截面应变变化图

把 (7) 式代入 (3) 式, 并把  $J_a$ 、 $J'_e$ 、 $S''_e$ 、 $X_{cra}$ 、 $w_0$  的具体表达式一起代入 (3) 式得到矩形截面塑性系数的计算公式为:

$$\gamma_m = \frac{1}{W_0} \left[ \frac{\gamma}{h - X_{cra}} (J_a + J'_e) + S''_e \right] = 1 + 2 \left( \frac{\gamma - \sqrt{2\gamma - 1}}{\gamma - 1} \right) \quad (8)$$

## 2 钢纤维混凝土梁达极限强度时的受压区高度

在钢纤维混凝土梁的弯曲性能试验中, 通过布置在纯弯段梁两侧沿梁高方向的电阻片和千分表引伸仪, 观测不同高度处截面应变及其变化规律, 进而把握受压区高度及其演变过程<sup>(6)</sup>。图2是实测基体配合比相同的素混凝土和 $v_f=2.0\%$ 的钢纤维混凝土梁弯曲过程中截面应变变化情况。

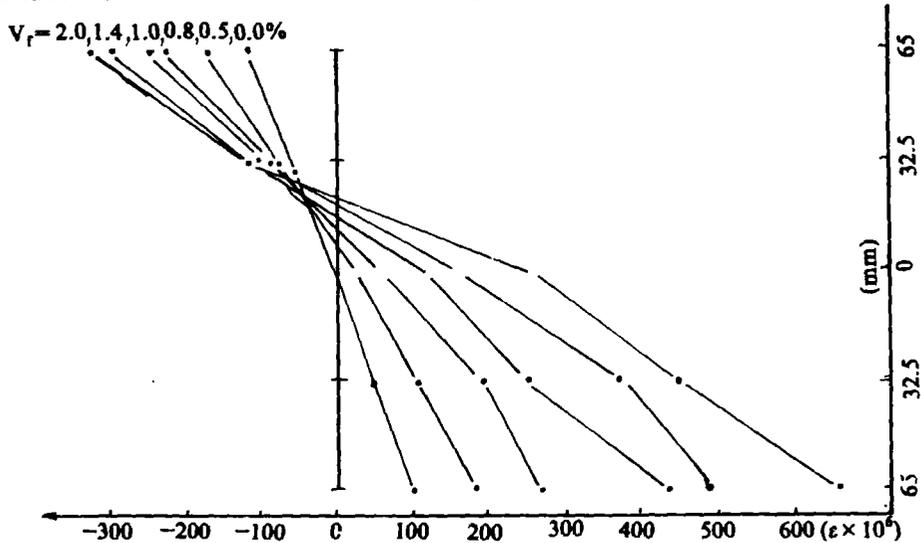


图3 极限荷载时截面应变

图3是相同基体不同纤维体积率的梁达极限强度时截面应变分布。普通混凝土( $v_f=0.0\%$ )梁达极限强度时受压区高度略低于 $0.5h$ , 而 $v_f=2.0\%$ 的钢纤维混凝土梁在极限荷载时的受压区高度在 $0.35h$ 左右, 此时拉区最大应变约为普通混凝土极限荷载时拉区最大应变的7倍。

图4具体反映了钢纤维含量特征参数对极限荷载时受压区高度的影响。通过对试验结果的回归分析, 得到极限弯矩时的压区高度 $X$ 与混凝土塑化系数 $\gamma$ 以及钢纤维含量特征参数 $v_f \frac{l}{d}$ 的经验公式为:

$$X = (K - 0.15 \sqrt{v_f \frac{l}{d}})h \quad (9)$$

式中 $K$ 是与混凝土塑化系数 $\gamma$ 有关的参数, 对矩形截面梁计算公式为:

$$K = \frac{1 - 2\gamma + \gamma\sqrt{2\gamma - 1}}{(\gamma - 1)^2}$$

若近似取 $K=0.5$ , 式(9)与试验结果的符合程度见图4。

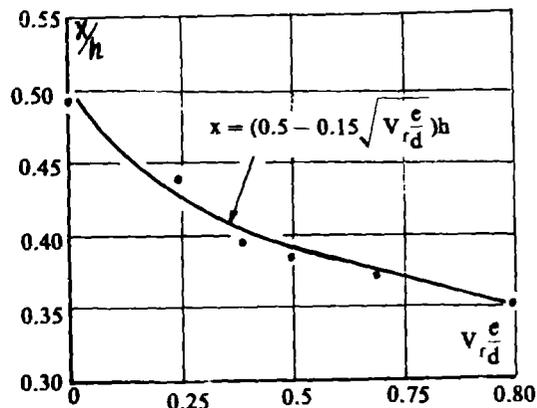


图4 极限荷载时压区高度与 $v_f \frac{l}{d}$ 关系

### 3 钢纤维混凝土梁的初裂弯矩和极限弯矩

#### 3.1 钢纤维混凝土梁的初裂变矩

钢纤维混凝土梁初裂时,受拉区混凝土呈现明显的塑性性能,应力分布为曲线型,钢纤维起有一定的抗拉作用;受压区混凝土应力分布接近弹性,应力图形为近似三角形。为简化计算并考虑与普通混凝土抗裂计算的衔接问题,对钢纤维混凝土仍按照等效原则,用材料力学方法进行计算,即假定应力分布为直线分布,用初裂抗弯强度  $f'_{fb}$  反映受拉区混凝土的塑性和钢纤维的阻裂增强作用,因此初裂弯矩的计算式为:

$$M'_{fb} = W_0 f'_{fb} \quad (10)$$

式中  $f'_{fb}$  为钢纤维混凝土的初裂抗弯强度,作者在文献[5]中对  $f'_{fb}$  的计算公式作过详细讨论,下面仅列出最终关系式。

$$\text{对圆直纤维} \quad f'_{fb} = \gamma_m f_t + 0.65v_f \frac{l}{d}$$

$$\text{对月牙型纤维} \quad f'_{fb} = \gamma_m f_t + 1.4v_f \frac{l}{d}$$

式中  $f_t$ 、 $f'_{fb}$  以 Mpa 为单位。

#### 3.2 钢纤维混凝土梁的极限弯矩

对于普通混凝土梁,初裂弯矩即是极限弯矩,但对于钢纤维混凝土梁,由于钢纤维的阻裂增强作用,极限弯矩大于初裂弯矩。极限状态时,裂缝发展到一定深度,受拉区基体混凝土失去一部分承载力,而钢纤维则达到极限粘结强度。为了使公式简单,并与普通混凝土计算公式相衔接,极限弯矩的计算模式取与初裂弯矩的计算模式相同,把应力状态变化所引起的差别反映在一个系数中。因此,钢纤维混凝土梁极限弯矩的计算公式为:

$$M_{fb} = W_0 \cdot f_{fb} \quad (11)$$

式中  $f_{fb}$  为钢纤维混凝土抗折强度(或极限抗弯强度),作者在文献[5]中对  $f_{fb}$  的计算公式作过详细讨论,下面仅列出最终关系式。

$$\text{对圆直纤维} \quad f_{fb} = \gamma_m f_t + 0.99v_f \frac{l}{d}$$

$$\text{对月牙型纤维} \quad f_{fb} = \gamma_m f_t + 2.07v_f \frac{l}{d}$$

式中  $f_t$ 、 $f_{fb}$  以 Mpa 为单位。

## 4 结 论

4.1 混凝土受拉塑化系数  $\gamma$  综合反映截面高度,混凝土强度和配筋对抗裂计算的影响,并且矩形截面混凝土梁的受压区高度和塑性系数可以表达为  $\gamma$  的函数。

4.2 钢纤维混凝土梁达极限弯矩时的受压区高度随纤维含量特征参数的增大而减小,这说明钢纤维混凝土梁的延性随纤维含量特征参数的增大而增大。

4.3 用正截面抗裂塑性系数  $\gamma_m$  和钢纤维含量特征参数  $v_f \frac{l}{d}$  反映各因素对钢纤维混凝土初裂弯矩和极限弯矩影响的方法意义明确、公式简单,并与普通混凝土的计算方法相衔接。

### 参 考 文 献

- (1) 赵国藩, 预应力混凝土, 钢筋混凝土及混凝土构件抗裂性通用计算方法, 土木工程学报, 1964年2月
- (2) 陈本沛, 钢筋轻骨料混凝土及预应力钢筋轻骨料混凝土抗裂度计算方法, 建筑结构, 1986年1月
- (3) 许彬彬, 姚珉, 钢纤维水复合材料的抗压强度和抗弯强度, 混凝土及加筋混凝土, 1986年3月
- (4) 高丹盈, 考虑主要因素影响的常用截面构件正截面抗裂塑性系数的计算, 东北水力发电学报, 1987年
- (5) 高丹盈, 钢纤维混凝土及其配筋构件力学性能的研究, 大连理工大学博士学位论文, 1989年5月
- (6) 张忠刚, 钢纤维混凝土基本特性及钢纤维混凝土与普通混凝土叠合构件的弯曲性能, 大连理工大学硕士学位论文, 1987年
- (7) 丁自强, 水工钢筋混凝土构件截面抵抗矩塑性系数的计算, 水电建设参考资料, 1981年1月

## The study ter Bendyng Behavior of SFc

Gao Danying

(Department of Hydraulic Engingcring)

**Abstract:** In this paper, the calculating problems about neutral axis height and plastic factor of plain concrete are first diocued. Based on this, the calculating fermulao of nneutral axio height, initial cracking memker and ulti mate member of SFCbeam are put forward, which is connected with plain ckncrete beam.

**Keywords:** Neatral axis height, Initial cxacking member, utimate member