

时序法在核电站主泵振动 监测中的应用*

王 伟 陈静波**

(郑州工学院数力系)

摘 要: 本文简要阐述了时序法的基本原理,说明了应用时应注意的一些问题。

最后将此法用于核电站主泵振动的监测,给出预报与实测结果的比较。

关键词: 时间序列法, 振动监测, 状态预报

中国图书分类号: TH113·1

时序法是直接利用观测数据拟合一个参数模型,再利用这个参数模型对观测数据及产生这一数据系统进行分析、研究与处理,具有广泛的应用价值,已引起人们的重视。但是,从目前国内的情况来看,存在着两个问题。一是绝大部分研究仍停留在理论分析或比较简单的实验室验证阶段,缺少工程应用实际;一是绝大多数应用仅限于市场经济预测等社会科学领域,缺少在自然科学或工程技术领域中的应用。因此,为推广应用时序法,目前主要是要找到合适的工程对象。

主泵是核电站的主要机械设备之一,其工作状态直接影响着核电站能否正常运行,而振动又是主泵发生故障的主要原因之一,因此,主泵的振动监测技术是保证主泵正常工作的关键。振动监测技术包含三个内容:

- ① 对运行中的设备状态进行正确测试,获取合理信号;
- ② 用适当的方法从信号中提取有用信息,判断设备有无异常预兆,即进行早期诊断;
- ③ 根据所得信息,预测设备运行状态的发展趋势。

其主要目的在于“防患于未然”,在事故发生之前,进行早期诊断,及时发现隐患并消除之。因此问题的关键在于如何根据所得到的观测数据,建立正确的数据模型,作出可靠的趋势分析并进行预报。

本文将时序法用于核电站主泵的振动监测。首先由观测到的数据识别,提取出趋势项,以便作趋势分析,然后将剔除趋势项后的数据拟合一个 ARMA 模型,利用 ARMA 模型的外延性质进行预报。

* 收稿日期: 1990.03.09

** 本文研究课题系国家“七·五”攻关项目

1 基本原理

主泵的振动信号一般是随机的连续信号,是时间 t 的函数,设为 $x(t)$ ($0 \leq t \leq T$),在等间隔上对此信号采样,则得一有序的随机序列: $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n$

其中 $x_i = x(t_i) = x(i\Delta)$ 。一般称此有序的随机序列为时间序列。所谓的趋势分析,状态预报就是根据 $x(t)$ 在 $t \leq T$ 时得到的测量 x_1, x_2, \dots, x_n 。

分析时间序列 $\{x_i\}$ 的趋势;推断产生时间序列 $\{x_i\}$ 的物理性质,预报 $t > T$ 时 $x(t)$ 的取值,以此来判断主泵在未来时刻的振动状态。

1.1 趋势分析

周期大于记录长度的频率成份称为趋势项,趋势分析就是识别提取趋势项,即利用统计分析的方法,识别非平稳时间序列 $x(t)$ 的数学期望: $E[x(t)] = d(t)$ 的形式,估计函数 $d(t)$ 中的参数。

这里比较困难的就是选择 $d(t)$ 的形式,一般应根据产生这一序列的物理机制或实验经验,在数学分析中相当广泛的一类曲线可以用多项式去逼近,因此,若一时选择不到合适的形式,可设 $d(t)$ 的形式为: $d(t) = C_0 + C_1 t + C_2 t^2 + \dots$

一般情况下取前四、五项即可。 $d(t)$ 的形式设定后,用最小二乘原则,由测量到的数据 x_1, x_2, \dots, x_N 即可估计出 $d(t)$ 中的参数 C_0, C_1, C_2, \dots , 等。

1.2 状态预报

假设所测量到的有序随机数列是一个平稳的,零均值的时间序列 $\{x_i\}$,则可以对它拟合一个差分方程形式的参数模型,即 ARMA 模型:

$$\begin{aligned} x_t + a_1 x_{t-1} + a_2 x_{t-2} + \dots + a_n x_{t-n} \\ = \varepsilon_t + b_1 \varepsilon_{t-1} + b_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + b_m \varepsilon_{t-m} \end{aligned}$$

由于 ARMA 模型是一个差分方程, x 与 ε 的下标都是跑标,因此模型是动态的,具有外延性质,尽管它是依据 N 个观测数据建立的,但适用范围并不局限于观测数据之内,还可以扩展到观测数据之外,即由 x 过去和现在的取值,利用 ARMA 模型的外推性质以预报 x 的未来值。

ARMA 模型适用于对平稳序列的分析、预报,当把它用于非平稳序列,进行分析、预测就很难给出有效的预报结果。因此,在采用 ARMA 模型对序列进行分析和预报之前,要首先检验序列的平稳性,如不平稳,则需对原始数据进行修正,以改进序列的平稳性。

序列的平稳性检验方法有两类,即:参数检验和非参数检验。平稳序列的两个基本特点是均值方差取常量,自相关函数只是时间间隔的函数,参数检验就是通过检验观察序列的均值 \bar{x} 、方差 S^2 、自相关函数 r_k 是否具有这两个性质来判断序列是否平稳,即将观测数据分成 K 个子序列,根据平稳假设,各子序列的 $x_i, S_i^2, r_i(t)$ 不应有显著差异,否则拒绝 $x(t)$ 的平稳性假设。由于 $x_i, S_i^2, r_i(t)$ 的散度大,很难精确求出它们的理论方程,且计算量较大,因而在实际应用时还存在一定困难,为此,我们利用一些非参数的检验方法检

验序列的平稳性。在此我们给出一种检验时间序列有无趋势现象特别有效的方法。其原理是: 将观测序列分为 K 个子序列, 当每个子序列中的数据个数足够时, 统计量 x_i 对于不同的子序列 i 可近似视为独立分布的随机变量, 假如给出统计量:

$$\overline{x_1}, \overline{x_2}, \dots, \overline{x_K}$$

定义随机变量:
$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{当 } i < j \text{ 时, } \overline{x_i} > \overline{x_j} \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

则统计量
$$A = \sum_{i < j} a_{ij}$$

给出序列的逆续总数, 可以证明:

$$E(A) = K(K-1)/4$$

$$D(A) = 2K^3 + 3K^2 - 5K / 72$$

当 $K > 10$ 时, 统计量:

$$u = (A + \frac{1}{2} - E(A)) / \sqrt{D(A)}$$

渐近服从 $N(0, 1)$ 分布, 如 $|u| \leq 2$, 则接受“无序列趋势”的假设。

通过平稳性检验, 如序列中存在趋势项, 则可通过趋势函数 $d(t)$ 剔除趋势项。

$$\eta(t) = x(t) - d(t)$$

经验表明, 适当选取 $d(t)$ 以改进序列的平稳性, 提高拟合和预报的精度。但一般说来, 观测数据量较小, 拟合比较复杂趋势函数 $d(t)$, 常常容易造成假象, 序列内部拟合精度高, 预报的精度低, 因此, 一般情况下取多项式的前四、五项就足够了。

剔除趋势项后的剩余部分 $\eta(t)$ 可能还含有周期小于测量长度的频率成份 $p(t)$, 为了找出序列的隐含周期, 识别提取周期项 $p(t)$, 我们采用周期图分析方法, 设:

$$p(t) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{\frac{l}{2}} (\alpha_i \cos \omega_i t + \beta_i \sin \omega_i t)$$

其中 $\alpha_0, \alpha_i, \beta_i, \omega_i (i=1, 2, \dots, l)$ 和 l 都是待识别、估计的参数。用 FFT 算法求出 $\eta(t)$ 的周期图, 再根据 Fisher 统计检验方法, 即可估计出上述待定参数, 从 $x(t)$ 中剔除 $d(t), p(t)$ 后, 把剩余部分:

$y(t) = x(t) - d(t) - p(t)$ 作为一个平稳序列进行分析预报, 然后再迭加上 $d(t), p(t)$, 即可得到 $x(t)$ 在 $t > T$ 时的预报值。

对于平稳序列 $y(t)$ 用 ARMA(n, m) 模型拟合主要是确定模型阶数和参数。

1.2.1 模型的定阶

关于模型的定阶问题, 目前有很多准则, 如 Q 准则、FPE 准则、AIC 准则等, 但还没有一个完善的理论上不存在问题的准则。定义不同的准则函数, 其目的是为了对拟合残差与参数个数之间进行不同的权衡, 以体现使用者对残差与阶数二者重要性的不同侧重。在此我们选择 AIC, 准则函数作模型的定阶准则, 即定义 AIC 函数为:

$$AIC(n, m) = N \log \sigma_e^2(n, m) + 2(n + m)$$

其中 $\sigma_e^2(n, m)$ 是用 ARMA(n, m) 拟合序列 $y(t)$ 的残差方差选择不同的 n 、 m 和模型参数对 $y(t)$ 进行拟合, 并计算该模型的 AIC 达到极小的模型是最佳模型。关于 n 、 m 取值方式, 按 ARMA(2n, 2n-1) 的方式进行, 即按 ARMA(2, 1), ARMA(4, 3)……的方式进行。

1.2.2 参数估计

ARMA 模型参数的估计在建模过程中工作量最大, 也最为关键。目前参数估计方法很多, 如相关矩估计, 非线性最小二乘估计、最大似然估计等, 各有千秋。相关矩估计计算量小, 但精度较差, 因此, 一般用来作初步估计, 极大似然估计在理论上较为严谨。但由于很难写出似然函数的解析式来, 因此其用途也受到限制。非线性最小二乘法物理概念简单, 直观, 且通用性较强、精度高, 因此我们选择非线性最小二乘法作为对模型参数进行精度估计的方法。

ARMA(n, m)模型:

$$x_t + a_1 x_{t-1} + \dots + a_n x_{t-n} = \varepsilon_t + b_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + b_m \varepsilon_{t-m}$$

可写为:

$$x_t = -a_1 x_{t-1} - a_2 x_{t-2} - \dots - a_n x_{t-n} + b_1 \varepsilon_{t-1} + b_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + b_m \varepsilon_{t-m} + \varepsilon_t \quad (1)$$

利用逆转关系:

$$\varepsilon_t = I(B)x_t = x_t - I_1 x_{t-1} - I_2 x_{t-2} - \dots = \sum_{i=0}^{\infty} (-I_i) B^i I_1$$

将 ε_{t-i} ($i = 1, 2, \dots, m$) 用 $x_{t-i}, x_{t-i-1}, \dots$ 的线性组合表示, 而:

$$I_i = -a_i - \sum_{j=1}^i b_j I_{i-j} \quad I_0 = -1$$

是 a_i, b_i 的非线性函数, 因式(1)式可写为:

$$x_t = f_t(a_i, b_i, x_i) + \varepsilon_t \quad (2)$$

这里 f_t 是参数 a_i, b_i 的非线性函数, $t = 1, 2, \dots, N$ 。

由(2)有:

$$\bar{y} = \bar{F}(\bar{x}, \bar{\beta}) + \bar{e}$$

其中: $\bar{y} = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}^T$

$$\bar{F} = \{f_1, f_2, \dots, f_N\}^T$$

$$\bar{e} = \{\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_N\}^T$$

$$\bar{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}^T$$

$$\bar{\beta} = \{a_1, a_2, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_m\}^T$$

$$Q = [\bar{y} - \bar{F}(\bar{x}, \bar{\beta})]^T [\bar{y} - \bar{F}(\bar{x}, \bar{\beta})]$$

根据观察值 x_1, x_2, \dots, x_N 使残差平方和 Q 达到最小的解 $\hat{\beta}_{LS}$ 即为 β 的最小二乘估计。

由于 $\bar{\beta}$ 是 F 的非线性函数, 因此要求 $\hat{\beta}_{LS}$ 须将 $F(\bar{x}, \bar{\beta})$ 线性化, 即将 $F(\bar{x}, \bar{\beta})$ 在 $\bar{\beta} = \bar{\beta}_0$ 处作 Taylor 展开, 然后取其线性部分, 因 \bar{x} 已知, 即可将 $F(\bar{x}, \bar{\beta})$ 写为 $F(\bar{\beta})$, 所以其展开式的线性近似为:

$$\begin{aligned} \bar{F}(\bar{\beta}) &= \begin{bmatrix} f_1(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_q) \\ f_2(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_q) \\ \vdots \\ f_N(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_q) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} f_1(\beta_{10}, \beta_{20}, \dots, \beta_{q0}) \\ f_2(\beta_{10}, \beta_{20}, \dots, \beta_{q0}) \\ \vdots \\ f_N(\beta_{10}, \beta_{20}, \dots, \beta_{q0}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \beta_1} & \frac{\partial f_1}{\partial \beta_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial \beta_q} \\ \frac{\partial f_2}{\partial \beta_1} & \frac{\partial f_2}{\partial \beta_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial \beta_q} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_N}{\partial \beta_1} & \frac{\partial f_N}{\partial \beta_2} & \dots & \frac{\partial f_N}{\partial \beta_q} \end{bmatrix} (\bar{\beta} - \bar{\beta}_0) \\ &= \bar{F}(\bar{\beta}_0) + [x(\bar{\beta}_0)] \{\bar{\beta} - \bar{\beta}_0\} \end{aligned}$$

于是, 在 $\bar{\beta} = \bar{\beta}_0$ 处残差平方为:

$$Q = [\bar{y} - \bar{F}(\bar{\beta}_0) - [x(\bar{\beta}_0)] \{\bar{\beta} - \bar{\beta}_0\}]^T \cdot [\bar{y} - \bar{F}(\bar{\beta}_0) - [x(\bar{\beta})] \{\bar{\beta} - \bar{\beta}_0\}]$$

要使 Q 最小, 则应有:

$$\frac{\partial Q}{\partial \bar{\beta}} = 0$$

$$\text{即: } \bar{\beta} - \bar{\beta}_0 = ([x(\bar{\beta}_0)]^T [x(\bar{\beta}_0)])^{-1} [x(\bar{\beta}_0)]^T [\bar{y} - \bar{F}(\bar{\beta}_0)] = \delta \bar{\beta}$$

当观测值 y 和参数初值 β_0 给定后, 可由上式求出 $\delta \bar{\beta}$, 进而 $\bar{\beta} = \bar{\beta}_0 + \delta \bar{\beta}$, 当 $|\delta \bar{\beta}|$ 较大时, 可令当前的 $\bar{\beta}$ 代替原来近似值 $\bar{\beta}_0$ 重复上述运算, 得新的 $\delta \bar{\beta}$ (进而得 $\bar{\beta}$), 这种情况反复迭代, 直至 $|\delta \bar{\beta}|$ 的值小到可以忽略, 或两次得到的 $|\delta \bar{\beta}|$ 差别不大或达到最大迭代次数为止, 这时 $\bar{\beta} = \hat{\beta}_{LS}$, 迭代格式为:

$$\bar{\beta}_{k+1} = \bar{\beta}_k + ([x(\bar{\beta}_k)]^T [x(\bar{\beta}_k)])^{-1} [x(\bar{\beta}_k)]^T [\bar{y} - \bar{F}(\bar{\beta}_k)]$$

为了防止初始参数选得不好, 迭代不收敛, 在实际计算中对上述算法进行改进, 采用 Marguardt 方法, 其迭代格式为:

$$\bar{\beta}_{k+1} = \bar{\beta}_k + ([x(\bar{\beta}_k)]^T [x(\bar{\beta}_k)] + \lambda^{(k)} [I])^{-1} [x(\bar{\beta}_k)]^T [\bar{y} - \bar{F}(\bar{\beta}_k)]$$

其中 $\lambda^{(k)}$ 为阻尼因子, 选取的原则是: 在迭代收敛的情况下, 为减少迭代次数, $\lambda^{(k)}$ 取较小

的值; 仅当不能保证相应的残平方和Q比前次小的情况下, 才选取较大的 λ 值。因此 $\lambda^{(k)}$ 是随迭代过程变化的。

为使Marquardt法有更快的收敛速度, 在这里我们简要介绍一种改进的法, 其迭代格式为:

$$\vec{\beta}_{k+1} = \vec{\beta}_k + ([x(\vec{\beta}_k)]^T [x(\vec{\beta}_k)] + \lambda^{(k)} \cdot [L]_k)^{-1} [x(\vec{\beta}_k)]^T [\bar{y} - \bar{F}(\vec{\beta}_k)]$$

其中 $[L]_k$ 与 $[x(\vec{\beta}_k)]$ 有如下关系:

$$[x(\vec{\beta}_k)]^T [x(\vec{\beta}_k)] = [L]_k (D)_k [L]_k^T$$

$$[L]_k = \begin{bmatrix} 1 & & 0 \\ l_{20}^{(k)} & 1 & \\ \vdots & \vdots & \\ l_{N1}^{(k)} & l_{N2}^{(k)} & 1 \end{bmatrix} \quad [D]_k = \begin{bmatrix} d_1^{(k)} & & 0 \\ & d_2^{(k)} & \\ 0 & & d_N^{(k)} \end{bmatrix}$$

由以上可以看出改进的M法与M法的区别仅在于用正定矩阵 $[L]_k [L]_k^T$ 替代了单位矩阵 $[I]$, 计算实例表明这种改进M法有更快的收敛速度。

1.2.3 序列预报

对序列 x_1, x_2, \dots, x_N 拟合了一个适用的ARMA模型, 即确定了ARMA模型的阶数和参数后, 剩下的问题就是利用此模型的外延性质, 将观测数据外推 x_i 在 $i > N$ 时的值。在预报方差最小意义下我们采用逆函数法对序列进行预报。

由逆转形式:

$$x_t = \sum_{j=1}^{\infty} I_j x_{t-j} + \varepsilon_t$$

可推得 t 时刻的第 l 步预报值为:

$$\hat{x}_t(l) = \sum_{j=1}^{l-1} I_j \hat{x}_t(l-j) + \sum_{j=1}^{\infty} I_j x_{t+l-j} \quad (3)$$

由于 $\hat{x}_t(l-j)$ ($j=1, 2, \dots, l-1$) 也是 x_{t-j} ($j=0, 1, 2, \dots$) 的线性组合, 所以可令:

$$\bar{x}_t(l) = \sum_{j=1}^{\infty} I_j^{(l)} x_{t+l-j} = I^{(l)}(B) x_t \quad (4)$$

式中: $I^{(l)} B = \sum_{j=1}^{\infty} I_j^{(l)} B^{j-1}$

比较(3)、(4)式两边系数可得:

$$\begin{cases} I_j^{(l)} = I_{j+l-1} + \sum_{i=1}^{l-1} I_i I_j^{(l-i)} \\ I_j^{(l)} = I_j \end{cases}$$

由逆函数逆推公式:

$$I_i = -a_i' - \sum_{j=1}^i b_j' I_{i-j}, \quad I_0 = -1$$

$$\text{其中: } a_i' = \begin{cases} a_i & 0 \leq i \leq n \\ 0 & i > n \end{cases}$$

$$b_j' = \begin{cases} b_j & 0 \leq j \leq m \\ 0 & j > m \end{cases}$$

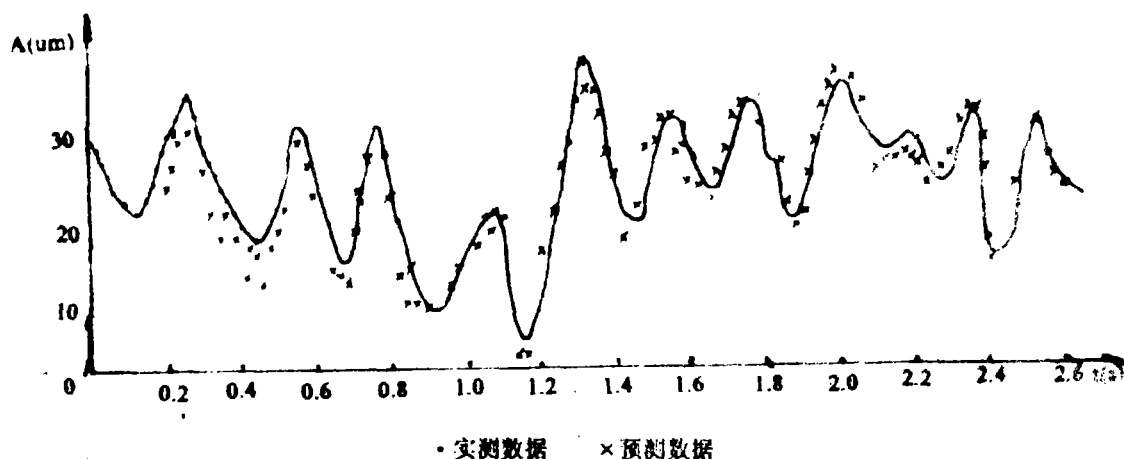
和(3)、(4)式, 可直接从已知的观察数据出发, 对 ARMA(n, m) 序列的未来值进行预报。

2 计算实例及结论

今对一振动系统测得位移数据 130 个, 采样间隔为 0.02 秒, 如图, 对此系统用 ARMA 模型拟合, 得 ARMA(4, 3) 模型:

$$x_t = 0.702x_{t-1} - 0.351x_{t-2} + 0.890x_{t-3} - 0.695x_{t-4}$$

$$= a_t - 1.074e_{t-1} - 1.096e_{t-2} - 0.259e_{t-3}$$



从图中可以看出, 预测结果与实测结果吻合的比较好, 因此将时序法用于振动状态的监测是切实可行的。

为了对机械实现预知维修, 须对机械的运行状态加以预测。目前, 状态预测与判断通常用下列方式:

- ① 根据历史数据作点值图, 利用外推差分方式进行未来时刻状态预测;
- ② 对点值图用假定的振动状态变化趋势作曲线拟合, 然后进行预测;
- ③ 利用拉格朗日或其它插值方法作多项式曲线拟合, 给出外推插分结果作为预报值。

上述三种方法的不足之处是显而易见的:

- ① 方法一, 完全忽略了历史数据的内在联系, 而主观地进行外推推断;

② 方法二, 虽然考虑了历史数据的内在联系, 但联系方式是人为的;

③ 方法三, 简单地把本来包含有随机因素的物理过程确定化了。

此外, 以上三种方法把原来的动态过程为静态处理。因此可以推断, 实际问题中运用上述方法预测振动状态的效果不可能好。本文提出的将时序法用于机械的振动状态监测, 充分利用了历史数据的内在联系及动态特性, 综合考虑了确定性与随机性的两种趋势, 能适时建模跟踪振动状态的变化。此外, 将系统不同时刻的振动状态看作一多维时间序列, 可综合考虑振动状态与多个运行参数之间的影响, 给出比较准确的预报值。

参 考 文 献

- (1) 杨位钦, 顾岚. 时间序列分析与动态数据建模. 北京工业学院出版社, 1986
- (2) 安鸿志, 顾岚. 统计模型与预报方法. 气象出版社, 1986
- (3) 黄世霖. 工程信号处理. 人民交通出版社, 1986
- (4) 冯康. 数值计算方法. 国防工业出版社, 1975
- (5) S.Mpandit, S.M.Wu. Time Series and System Analysis with Applications. John Wiley and Sons, 1976

Time Series Method and its Application in Vibration Monitoring of Nuclear Power Plant Primary Pump

Wang Wei Chen Jinbo
(Zhengzhou Institute of Technology)

Abstract: The paper is an introduction to fundment of time series method, the problem to pay attention is discussed when the method is used. The method is used for vibration monitoring of nuclear power plant primary pump and it is presented to compare forecasting with tested results.

Keywords: time series method, vibration monitoring, condition forecasting