

# 模拟法测绘静电场实验的几个问题\*

袁升兴

(郑州工学院数理力学系)

**摘 要:** 本文较详细地讨论了静电场的模拟条件, 对实验装置提出改进意见, 并以同轴圆柱电极为例分析了其电位分布的误差。

**关键词:** 静电场, 稳恒电场, 电流密度, 电位移矢量

模拟法测绘静电场是大学物理实验的基本课题之一, 其所以基本就在于该实验处理问题的方法——模拟法在科研、设计等工程技术中有着广泛的应用。实验本身虽然并不太繁, 但要真正理解和掌握模拟条件, 以及在现有测试设备情况下较准确的测出各种边界条件的场分布还是比较困难的。本文针对这些问题提出看法, 以供研讨。

## 1 静电场的模拟条件

首先应该明确只要两个物理量所遵从的物理规律或描述该规律的数学形式相似, 就可以互相模拟。静电场的模拟也是一样的, 可以用电学量的稳恒电流场来模拟; 也可以用非电学量的其它场来模拟, 例如固体力学中的应变场等, 只要它们之间满足模拟条件即可。

本实验根据静电场与稳恒电流场的相似性, 利用碳素导电纸中的恒定电流场来模拟无源区 (空间不存在电荷) 的二维静电场, 测出在某种边界条件下无源区的静电场的分布。

在无源区的静电场中, 电场强度 $\vec{E}'$ , 电位多矢量 $\vec{D}$ 及电位 $\varphi'$ 所满足的基本方程与导出

$$\text{方程为: } \begin{cases} \nabla \times \vec{E}' = 0 \\ \nabla \cdot \vec{D} = 0 \\ \vec{D} = \epsilon \vec{E}' \end{cases} \quad \text{或} \quad \begin{cases} \oint \vec{E}' \cdot d\vec{l} = 0 \\ \oint \vec{D} \cdot d\vec{S} = 0 \\ \vec{E}' = -\nabla \varphi' \end{cases} \quad (1)$$

式中 $\epsilon$ 为电介质的介电常数。

在恒定电流场中, 电场强度 $\vec{E}$ , 电流密度 $\vec{j}$ 及电位 $\varphi$ 所满足的基本方程与导出方程为:

$$\begin{cases} \nabla \times \vec{E} = 0 \\ \nabla \cdot \vec{j} = 0 \\ \vec{j} = \lambda \vec{E} \end{cases} \quad \text{或} \quad \begin{cases} \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \\ \oint \vec{j} \cdot d\vec{S} = 0 \\ \vec{E} = -\nabla \varphi \end{cases} \quad (2)$$

式中 $\lambda$ 为导电介质的电导率。由此看出导电介质内部的稳恒电场与无源区的静电场有如下类似关系: 即电流场的 $\vec{E}$ 与静电场的 $\vec{E}'$ 相对应; 电流密度 $\vec{j}$ 与静电场的 $\vec{D}$ 相对应; 电导率 $\lambda$

\* 收稿日期: 1990.01.18

与介电常数  $\varepsilon$  相对应, 这种对应关系可用来将一种场的解模拟另一种场的解<sup>[1]</sup>。例如静电场的电位分布函数  $\varphi'$  与稳恒电流场的电位分布函数  $\varphi$  应满足相同形式的微分方程, 由方程(1)和(2)可直接求得:

$$\nabla \cdot (\varepsilon \nabla \varphi') = 0 \quad (3)$$

$$\nabla \cdot (\lambda \nabla \varphi) = 0 \quad (4)$$

在这两个场中, 对均匀介质来说,  $\varepsilon$  和  $\lambda$  均为一恒量, 也就是说它们的数值与坐标无关, 则以上两式均可简化为拉普拉斯方程, 即:

$$\nabla^2 \varphi' = 0 \quad (5)$$

$$\nabla^2 \varphi = 0 \quad (6)$$

由唯一性定理可知, 满足相同微分方程的两个电位场, 若它们具有相同的边界条件, 则这两个电场的解也是完全相同的, 从而可以互相替代。

另外从以上公式还可以看出, 若被模拟的静电场中电介质的介电常数  $\varepsilon$  是位置的函数, 则用以模拟该静电场的稳恒电流场中导电介质的电导率  $\lambda$  也应该是位置的函数<sup>[2]</sup>, 并且两者应具有完全相同的分布规律才行, 否则模拟条件就被破坏。

## 2 等位点的测量问题

在模拟法测绘静电场实验中, 一般采用(1)高内阻电压表直读和(2)电位差计指零两种方法测量等位点。若采用第一种方法进行测量时, 要特别注意电压表内阻的选择, 原则上应该是电压表的内阻越大越好, 一般应在  $M\Omega$  以上的数量级, 否则其分流作用对电位的分布影响极大; 若采用第二种方法进行测量时, 由于检流计的灵敏度很高, 探针稍微偏离等位点, 检流计的指针就会偏离零点很远, 不是向左就是向右, 很难稳定, 这样一来, 不但难以测准, 而且还极易把表针打坏。因此要改善这种状况, 就需要加上一个由固定限流电阻  $R$  (或可变电阻  $R'$ ) 及开关所组成的保护装置 (如图 1 所示)。开始时  $K_1$  接通,  $K_2$  断开 (或  $K_1'$  接通,  $R'$  阻值最大) 寻找等位点, 当检流计指针趋于零时, 再将  $K_1$  断开,  $K_2$  接通 (或使  $R'$  阻值逐渐减小) 进行细调, 直至找到等位点 (即检流计指针为零) 为止, 从而可以较快而又安全地找出每条等位线的各组等位点来。

## 3 电压等分问题

在实验教材中, 不同等位线的电位一般由电压等分器来提供, 这时要特别注意, 构成等分器的各电阻值不但要相等, 而且其接触电阻值的分布也必须趋于均匀, 否则就会使电压等分器不能等分电压, 测出来的电位分布与理论值偏离较大。如果以上两个条件不好满足的话, 也可用分压电路和一只高内阻电压表来代替电压等分器, 每条等位线的数值, 可由分压电路来调节, 并由电压表的读数所给出, 其电路图如图 2 所示, 其电位示零部分, 仍需有检流计保护装置。

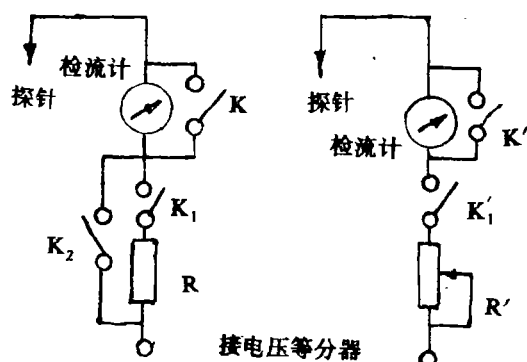


图1 检流计保护装置

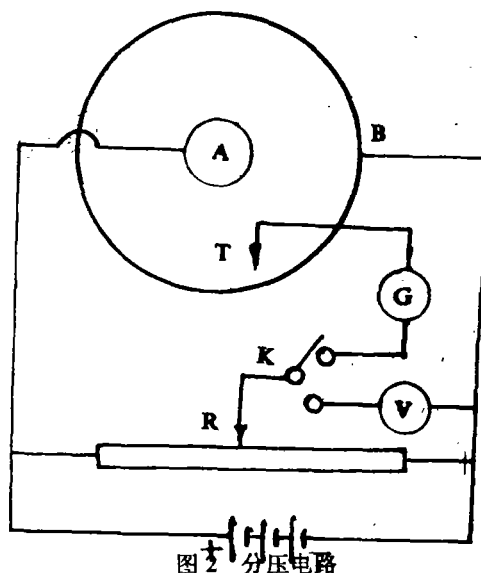


图2 分压电路

#### 4 实测电位与理论电位的分布及误差分析

为了正确估价模拟场的准确程度,现以同轴圆柱面模拟模型为例来进行讨论,首先测出该电极间的实际电位值随极坐标的分布关系,然后再与理论值进行比较,最后分析产生误差的原因。

具体测量方法为:在同轴圆柱面模拟电极间的截面上事先画好待测电位的坐标 $(r, \theta)$ 点,即在矢径方向上每隔0.50cm测一条等位线,从1.50cm起到4.50cm止,共测7条等位线,而在每条等位线上又相隔 $\pi/4$ 测量一个等位点,共测 $7 \times 8 = 56$ 个等位点,全部测量数据由附表1给出。从理论上说,同轴圆柱面电极间的电位应该是对称分布的,在每一条等半径的同心圆周上,其电位应该是相等的,附表1也给出了各条等位线的理论值。可是从表中看出,实测值与理论值相差很大,最大差值为+0.96伏,这说明存在着严重的偏心问题。若用各条等位线的平均电位值与其理论电位值比较看出,除中间部分实测电位值与理论电位值较符合外,越接近两个电极时误差越大,而且亦满足在高电位电极附近的实测值比理论值偏小,

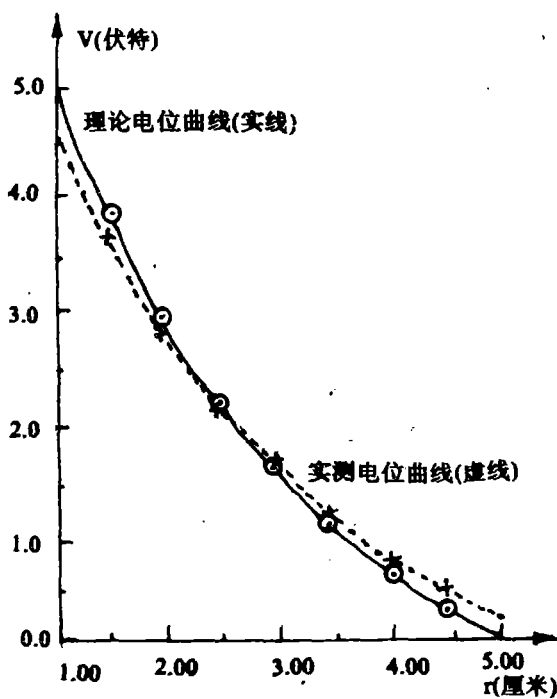


图3 实测电位与理论电位分布曲线

而在低电位电极附近的实测值比理论值偏大的规律<sup>[3]</sup>, 直到两个电极所在处时, 实测电位才突然跃变趋向于理论值。两条曲线在中间位置(3.30, 1.25)处相交。

产生电位分布不对称的原因, 主要是由于金属电极与导电纸之间的接触电阻所致。其阻值的大小取决于金属电极与导电纸相接触的松紧程度, 故减小接触电阻(将电极与导电纸压紧)和使接触电阻均匀(即电极与导电纸间的松紧程度处处相同)可使测量结果更接近理论值和使各条等位线的分布更接近于同心圆。在接触电阻不均匀的情况下, 适当提高导电纸的电阻率和电源电压, 也可进一步提高测量结果的精度。至于在高(或低)电位电极附近的测量值永远偏小(或大)的问题, 其产生原因和减小方法在文献[3]中已经作了详细讨论, 这里不再重复。

表1 同轴圆柱面电极实测电位值(V)

$\theta$ 值	r 值						
	1.50	2.00	2.50	3.00	3.50	4.00	4.50
0	3.05	2.34	1.88	1.45	1.00	0.62	0.30
$\pi/4$	3.31	2.39	1.94	1.40	1.00	0.60	0.30
$\pi/2$	3.55	2.62	2.00	1.55	1.04	0.68	0.35
$3/4\pi$	4.00	3.02	2.38	1.70	1.25	0.91	0.58
$\pi$	4.15	3.22	2.42	1.86	1.36	0.91	0.50
$5/4\pi$	3.80	2.84	2.24	1.75	1.34	0.91	0.68
$3/2\pi$	3.40	2.62	2.00	1.38	1.00	0.60	0.28
$7/4\pi$	3.10	2.35	1.80	1.35	1.00	0.60	0.30
平均值	3.55	2.68	2.08	1.55	1.12	0.73	0.41
理论值	3.74	2.84	2.15	1.58	1.10	0.69	0.32
差 值	0.19	0.16	0.07	0.03	-0.02	-0.04	-0.09

注: 角坐标单位: (弧度); 线坐标单位: (厘米); 电位单位: (伏特)。

## 参 考 文 献

- (1) 寥子宏, 徐在新. 物理学词典—电磁学分册. 科学出版社. 1983, P50
- (2) 朱鹏九, 陈济中, 路宏敏. 静电场边值问题的实验求解. 陕西物理. 1983, (2), P34
- (3) 贾山林, 袁升兴. 对电压表直读法测绘静电场的讨论. 郑州工学院学报. 1989, 10(3), P40

## Several Experimental Problems on Mapping Electrostatic Field with the Method of Simulation

Yuan Shengxing

(ZhengZhou Institute of Technology)

**Abstract:** It is discussed here the simulative conditions of electrostatic field in detail, with the providing of improving ideas on experimental method and the analysis of error of electric potential distribution via coaxial cylinder electrodes.

**Keywords:** electrostatic field, steady electric field, current density, electric displacement vector