

钢筋混凝土跨中开洞深梁 正截面抗裂计算*

王新玲 龚绍熙

(郑州工学院土建系结构研究室)

摘 要: 本文根据 9 根简支钢筋砼跨中开洞深梁在集中荷载作用下的试验分析结果, 建立了跨中开洞深梁的正截面抗裂计算公式。该式可推广用于一般简支深梁, 计算值与实验结果符合良好。

关键词: 钢筋砼深梁, 开洞, 抗裂计算

钢筋砼深梁在工业与民用建筑中有广泛的应用, 如各类贮仓, 框支剪力墙底层大梁、地下室墙壁等。由于工艺和使用要求, 属于深梁范畴的大梁经常在跨中区段开门、窗和设备洞口。对于要求不出现裂缝的钢筋砼开洞深梁, 其正截面抗裂计算成为急待解决的问题之一。本文在试验基础上提出正截面抗裂计算公式, 供制定《钢筋砼深梁设计规程》和设计时参考。

1 试验结果及分析

1.1 试验结果

试验研究详见文献[1], 如图 1、2 即为本次试验梁 (DB-1~DB-9) 的配筋及加荷简图, 其试验参数见表 1。

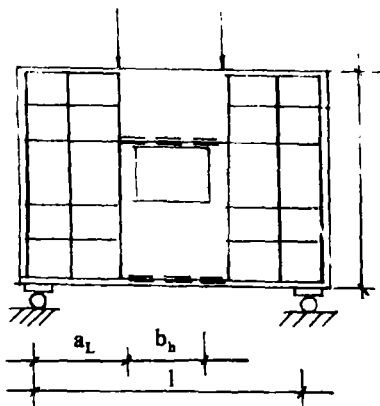


图 1

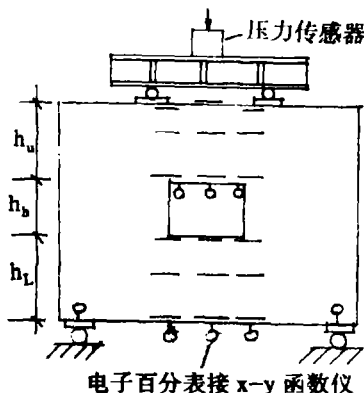


图 2

* 收稿日期: 1990.04

表 1 试验构件一览表

试 件 编 号	洞 口 尺 寸 (mm)					l / h	砼强度 (MPa)		纵 向 钢 筋			
	h _u	h _b	h _L	a _L	b _b		f _{cu}	f _c	洞 顶		梁 底	
									A _{n2} (mm ²)	f _y (MPa)	A _{n2} (mm ²)	f _y (MPa)
DB-1	100	400	300	350	500	1.5	39.6	26.3	2φ10 157	390.5	2φ14 308	256.6
DB-2	300	300	200	350	500	1.5	33.7	22.7	157	390.5	267	286.4
DB-3	500	200	100	350	500	1.5	36.9	24.5	157	390.5	226	316.1
DB-4	200	400	200	550	500	2.0	44	29.3	157	390.5	226	316.1
DB-5	400	300	100	550	500	2.0	48.2	31.9	157	390.5	308	256.6
DB-6	300	200	300	550	500	2.0	48.2	31.9	157	390.5	267	286.4
DB-7	300	400	100	950	500	3.0	48	31.9	157	390.5	267	286.4
DB-8	200	300	300	950	500	3.0	43.4	28.9	157	390.5	226	316.1
DB-9	400	200	200	950	500	3.0	51.3	34.1	157	390.5	308	256.5

由文献[1]的分析结果: 上横梁截面、下横梁截面的平均应变分别近似符合平截面假定, 且在弹性阶段二者近似平行, 如图 3 所示。(图 3 中各图均表示梁处于弹性阶段时的应变)。

1.2 影响开洞深梁正截面抗裂弯矩 M_{cr} 的因素:

因为本次试验梁采用正交设计 $L_9(3^4)$, 所以通过正交分析即可得各变化因素对 M_{cr} 的影响程度:

① h_L/h 的变化对 M_{cr} 影响最大, 且随 h_L/h 增大, M_{cr} 亦提高。

② h_L/h (即 h_u/h) 的变化对 M_{cr} 影响次之, 随 h_b/h 减小 (即 h_u/h 增大), M_{cr} 增大。

③ ρ_L 对 M_{cr} 也有一定影

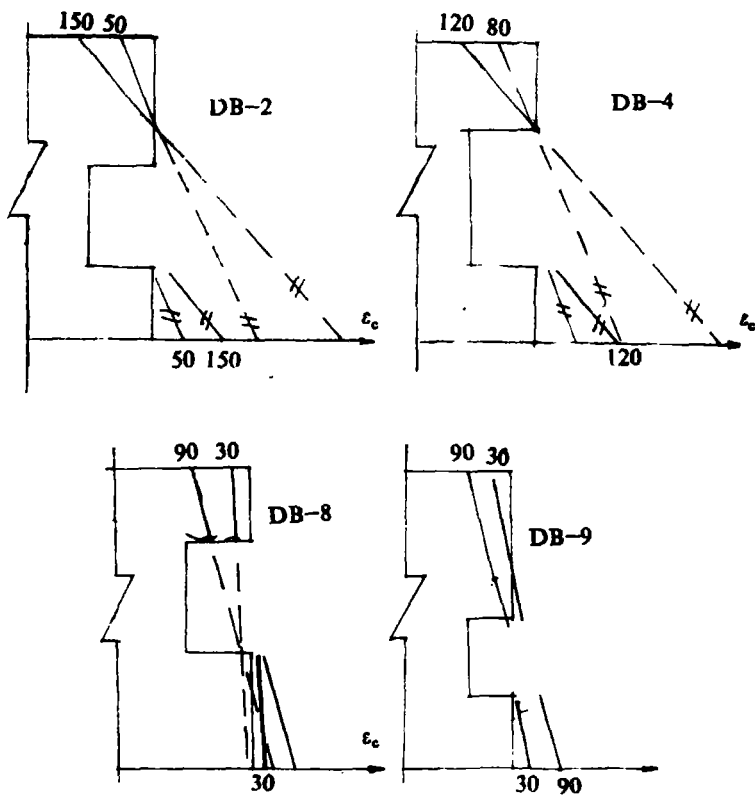


图 3

响, 提高 $\rho_L = \frac{A_{SL}}{bh}$, M_{cr} 有一微小的增大。

④ l/h 对 M_{cr} 几乎无影响 (可忽略)。

2 跨中开洞深梁正截面抗裂计算

2.1 正截面抗裂弯矩表达式为:

$$M_{cr} = \gamma f_t W_0 = \gamma_0 f_t W_e \quad (1)$$

式中: f_t —混凝土抗拉设计强度;

W_e —截面弹性抵抗矩;

γ_0 —为纵筋参与工作的拉区混凝土塑性系数。

因此 M_{cr} 的计算主要是 γ_0 如何确定, 影响 γ_0 的主要因素为:

2.1.1 拉区混凝土应力图形: 符合平截面假定的梁, 其压应力假定为三角形分布, 而拉区混凝土应力图形有矩形、梯形、抛物线等不同的假定。

2.1.2 塑化系数 α : $\alpha = \varepsilon_{lu} \cdot E_c / f_t$, 反映拉区混凝土进入塑性的程度。

2.1.3 纵筋作用: 可以和混凝土共同承担拉力, 尤其是拉区混凝土进入塑性阶段, 作用更大。

2.2 正截面抗裂计算:

2.2.1 基本假定:

①开裂截面的上、下横梁截面平均应变分别符合平截面假定, 且应变分布图互相平行, 如图 4(a)所示, $ac \parallel a'c'$ 。

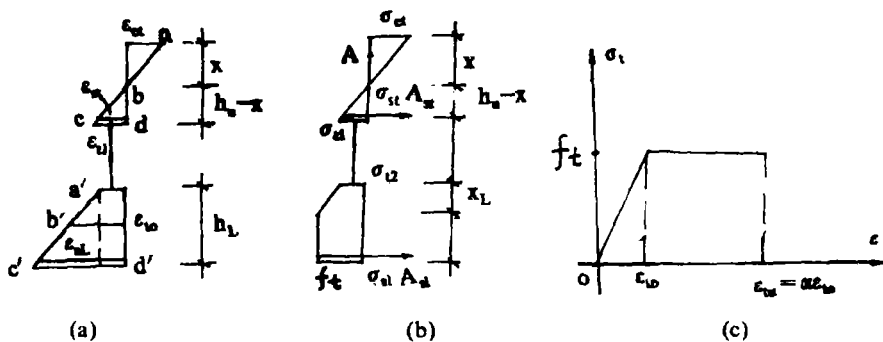


图 4

②混凝土受拉应力, 应变关系如图 4(c)。

③应力图形: 上横梁压应力图形为三角形, 拉应力图形为三角形, 下横梁拉应力图形为梯形, 如图 4(b)。

④由于开裂前变形很小, 可近似认为:

$$\varepsilon_{st} = \varepsilon_{tl}, \quad \varepsilon_{sl} = \varepsilon_{lu}$$

2.2.2 x 表达式:

当梁上荷载 $F < F_{cr}$ 时, 处于弹性应力状态, 如图 5 所示。设 I_t 、 I_L 、 I 分别表示上、下横梁及整体截面的惯性矩, K 为洞口影响系数。

由材料力学方法得:

$$\sigma_{1A} = \frac{(1-K)M}{I} x' \quad (2)$$

$$\sigma_{2A} = \frac{KM}{I_t + I_L} \cdot C_1 \quad (3)$$

$$\therefore \frac{\sigma_{1A}}{\sigma_{1B}} = \frac{x'}{x' - h_u} \quad \sigma_{1B} = \frac{x' - h_u}{x'} \sigma_{1A} \quad (4)$$

$$\sigma_{2B} = -\sigma_{2A}$$

$$\therefore \frac{x}{h_u} = \frac{\sigma_{1A} + \sigma_{2A}}{\sigma_{1A} \sigma_{2A} + |\sigma_{2B}| - \sigma_{1B}} = \frac{(1-K)\frac{M}{I} x' + KM\frac{C_1}{I_t + I_L}}{\frac{h_u}{x'} \cdot \frac{1-K}{I} Mx' + 2KM\frac{C_1}{I_t + I_L}}$$

$$\therefore \frac{x}{h_u} = \frac{(1-K)(I_t + I_L)x' + KIC_1}{h_u(KI_0 + I_t + I_L)} \quad (5)$$

式中: $I_0 = I - I_t - I_L$

把 $C_1 = \frac{h_u}{2}$ (矩形截面) 代入上式:

$$x = \frac{2(1-K)(I_t + I_L)x' + KIh_u}{2(KI_0 + I_t + I_L)} \quad (6)$$

$$\text{由图5(a)得: } x' = \frac{A_L}{A} (y_t + y_L) + \frac{h_u}{2} \quad (7)$$

2.2.3 K 的表达式:

K 取决于洞口的大小和位置, 仍可由图 5 中应力状态推导出。因处于弹性阶段, 即其轴力 $N_{II} = N_t = N$, 再通过修正, 满足边界条件, 使其变化规律与理论分析及实验结果相一致, 得出:

$$K = \left\{ \frac{(I_t + I_L)[I_0 - (y_t + y_L)bh_u^2]}{[2(I_t + I_L) + (y_t + y_L)bh_u^2]I_0} + 1 - \frac{h_u}{h} \right\} \frac{h_u}{h} \quad (8)$$

式中: y_t 、 y_L —截面形心至上、下横梁截面距离;

A_t 、 A_L —上、下横梁截面面积。 $A = A_t + A_L$ 。

2.2.4 塑化系数 α : 取实验梁的平均值: $\alpha = 1.46$ 。

2.2.5 正截面抗裂计算的理论公式:

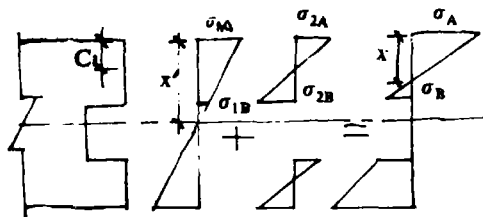


图 5

① x_L 的推导:

由图 5(b) 及假定 <1> 可得出:

$$\text{砼压力: } C = \frac{1}{2} b f_t (1 - \alpha) \cdot \frac{x^2}{x_L - h_L}$$

$$\text{砼拉力: } T_c = \frac{1}{2} b f_t [(\alpha - 1) \frac{(h_u - x)^2}{h_L - x_L} - (\alpha - 1) \frac{x_L^2}{h_L - x_L} + 2h_L]$$

$$\text{钢筋拉力: } T_s = \alpha \alpha_e f_t \left[\frac{\alpha - 1}{\alpha} \frac{h_u - x}{h_L - x_L} A_{s1} + A_{sL} \right]$$

$$\text{设: } \rho_t = A_{s1} / bh, \quad \rho_L = A_{sL} / bh, \quad \alpha_e = E_s / E_c$$

$$\text{由内力平衡: } \sum N = 0, \quad T_s + T_c = C$$

推出:

$$x_L^2 + \frac{2}{\alpha - 1} (h_L + \alpha \alpha_e h \rho_L) x_L - \frac{2h_L}{\alpha - 1} (h_L + \alpha \alpha_e \rho_L h) - 2(h_u - x)^2 - \alpha_e h (h_u - x) \rho_t + x^2 = 0$$

解之:

$$x_L = -\frac{1}{\alpha - 1} (h_L + \alpha \alpha_e h \rho_L) + \sqrt{\frac{1}{(\alpha - 1)^2} (h_L + \alpha \alpha_e \rho_L h)^2 + \frac{2h_L}{\alpha - 1} (h_L + \alpha \alpha_e \rho_L h) + 2(h_u - x)^2 + \alpha_e h (h_u - x) \rho_t - x^2} \quad (9)$$

② M_{cr} 表达式:

对截面压力合力点取矩:

$$M_{cr} = \gamma_0 f_t W_e \quad (10)$$

$$\text{式中: } W_e = \frac{1}{6} b h^2$$

$$\begin{aligned} \gamma_0 = & -\frac{2\alpha(\alpha-1)}{h^2} \frac{x^3 + (h_u - x)^3}{y_1} - \frac{3x_L y_2 + 3h_L^2}{h^2} - \frac{x_L^2}{h^2} \left(\frac{\alpha(\alpha-1)x}{y_1} + 1 \right) \\ & - \frac{4(\alpha-1)\alpha_e}{h} \rho_t \frac{(h_u - x)(h_{u0} - x)}{y_1} + \frac{6h_L(h - x)}{h^2} \\ & - \frac{3\alpha(\alpha-1)x_L y_2}{y_1} + \frac{6\alpha\alpha_e}{h} \rho_L (h_0 - x) \end{aligned} \quad (11)$$

$$\text{式中: } y_1 = x - h_u - (\alpha - 1)h_L, \quad y_2 = h - h_L - x$$

计算值和实验值比较见表 2。

但理论式太复杂, 为设计计算方便, 特提出简化的回归公式:

2.2.6 M_{cr} 的回归公式:

① x 的表达式:

x 主要和 h_u 有关, 因此可由式(2)反算出 x 值, 再回归分析得:

$$\frac{x}{h} = 0.0363 + 0.564 \frac{h_u}{h} \quad (12)$$

$n=9$, $R=0.978$, 所以在 $\alpha=0.01$ 上高度显著。

② γ_0 的回归式:

考虑到 γ_0 的主要影响因素: h_u/h 、 h_L/h 、 $\alpha_e \rho_L$, 可由实验值反算出 γ_0 , 再进行多元回归分析, 即可得出:

$$\gamma_{0h} = 0.9(0.1 + 0.2 \frac{h_u}{h})(1.5 + 12.7 \frac{h_L}{h})(1.04 + 2.5 \alpha_e \rho_L) \quad (13)$$

$n=9$, $R=0.925$, $f=10.1$

$$\textcircled{3} M_{cr} = \gamma_{0h} f_t W_c \quad (14)$$

其计算结果见表 2。

表 2 实验值与计算值比较

梁编号	实验值	理论值	$\frac{M'_{cr}}{M^e_{cr}}$	回归式	$\frac{M^t_{cr}}{M^e_{cr}}$
	M^t_{cr} (KN-m)	M^e_{cr} (KN-m)		M^{∞}_{cr} (KN-m)	
DB-1	31.9	39.4	0.81	33.7	0.95
DB-2	36.1	31.9	1.13	30.8	1.17
DB-3	28.5	30.2	0.94	27.7	1.03
DB-4	37.5	34.6	1.08	31.5	1.19
DB-5	30.0	32.2	0.93	29.5	1.02
DB-6	50.0	48.3	1.04	52.2	0.96
DB-7	22.4	27.1	0.83	25.7	0.87
DB-8	43.2	41.3	1.05	41.6	1.04
DB-9	47.2	47.1	1.00	46.7	1.01

$\mu=0.98$

$\mu=1.03$

$\delta=0.106$

$\delta=0.093$

2.3 讨论

2.3.1 公式(13)的意义:

①随 h_L/h 增大, γ_{0h} 增大, 即抗裂弯矩 M_{cr} 提高。

②当 h_L/h 不变时, 随 h_u/h 增大, 即洞口 h_b 减小, 则 M_{cr} 增大。

③随配筋率 $\alpha_e \rho_L$ 增大, M_{cr} 增大。

因此公式(13)的变化规律与实验结果一致。即其物理意义较明确。

2.3.2 回归公式(13)、(14)推广用于无洞简支深梁在集中荷载作用下的正截面抗裂计算:

①由上述分析, 当 h_L , h_u 增大至 $h/2$ 时, 即 $h_h \rightarrow 0$, 式(13)变为:

$$\gamma_{oh} = 0.9 \times (0.1 + 0.2 \times \frac{1}{2}) \cdot (1.5 + 1.27 \times \frac{h_L}{h}) (1.04 + 2.5\alpha_e \rho_L)$$

即: $\gamma_{oh} = 1.41(1.04 + 2.5\alpha_e \rho_L)$ (15)

②无洞简支深梁 M_{cr} :

$$M_{cr} = \gamma_{oh} \cdot f_t \cdot W_e$$
 (16)

式中: $W_e = \frac{1}{6}bh^2$

③式(15)、(16)计算值和实验值结果比较:

分别收集了我国规范组各单位的实验梁的试验结果[4], 用公式(15)、(16)计算, 共验算 100 根, 跨高比 $L/h = 1.0 \sim 3.0$, 统计参数:

$$n = 100, \quad \mu = 1.05, \quad \delta = 0.156$$

由此可看出和实验结果符合相当好。而原规范组[4]提出的 γ_0 公式, 和试验值比较, 离散率大, 且不统一, 因而未列入 GBJ10-89 规范中。由本文提出的公式, 不仅和实验值符合程度好, 而且和跨中开洞深梁相衔接。

3 建议及洞口限制条件

3.1 根据以上计算及分析, 建议:

3.1.1 用公式(13)、(14)进行跨中开洞深梁的正截面抗裂计算。

3.1.2 用公式(15)、(16)进行无洞简支深梁的正截面抗裂计算。

3.2 洞口限制条件:

3.2.1 洞口尺寸: $h_h/h = 0.2 \sim 0.6$, $b_h/L = 0.1 \sim 0.4$

3.2.2 洞口位置: $h_u/h > 0.2$, $h_L/h > 0.2$

参 考 文 献

- (1) 王新玲, 龚绍熙. 钢筋混凝土开洞深梁的试验研究及非线性有限元分析. 郑州工学院学报, 1990.1
- (2) 曹定秀, 龚绍熙. 钢筋混凝土简支矩形截面短梁正截面的性能、抗裂度和强度的研究. 郑州工学院研究生论文
- (3) F.K.Kong and G.R.Sharp. Structural idealization for deep beam with web openings, Magazine of Concrete Research. June 1977
- (4) 深梁专题组. 钢筋混凝土简支深梁(综合报告). Oct. 1982

A Calculation of Flexural Crack Resistance of Simple Supported Reinforced Concrete Deep Beams with Midspan Web Opening under Top Concentrated Loads

Wang Xinling Gong Shaoxi
(ZhengZhou Institute of Technology)

Abstract: In this paper, the experimental results on nine specimens of the simple supported reinforced concrete deep beams with midspan-web opening under the top concentrated loads are analyzed. The formulars for the calculation of the moment, when the flexural crack appear, of deep beams with midspan-web opening are obtained and tally with the test results.

Keywords: reinforced concrete deep beam, opening, a calculation of crack resistance