

# 绕丝筒体的附加断裂阻力\*

魏新利\*\*

(郑州工学院化工系)

**摘要:** 含轴向外表面裂纹的筒体经预应力钢丝缠绕后, 不仅由于筒体环向应力的降低而使其承载能力提高, 而且还由于处于裂纹上方的钢丝对裂纹的张开和外鼓趋势具有局部约束作用, 使筒体的起裂压和断裂压都大大提高。本文在一定简化条件下, 计算了这种局部约束作用对筒体产生的断裂阻力, 并进行了实验验证。计算结果与实验结果吻合较好。本文的分析结果, 可供工程绕丝止裂设计参考。

**关键词:** 止裂, 绕丝, 应力强度因子, 断裂阻力

压力容器或管道经预应力钢丝缠绕后, 一方面在筒体中产生一预压应力; 另一方面在内压升起后, 还要产生一背压, 从而使绕丝处筒体的环向应力大大降低。对于含外表面裂纹的筒体, 钢丝层除了产生背压之外, 处于裂纹上方的钢丝还将对裂纹附近产生某种附加作用。因为随着压力的升高, 裂纹将有张开和外鼓的趋势。此时钢丝层对其产生一种约束作用, 这种趋势越严重, 约束作用也就越明显, 断裂阻力也就越大。A.K.Sherckmaker<sup>(1)</sup>等人对以轴向和环向等强度为条件设计的绕丝容器曾进行过试验。结果发现对含有 20% 以上剪应变断裂的材料, 有这种附加断裂阻力。但没有给出详细计算。笔者用含轴向外表面裂纹(人工预制)的氧气瓶为实验对象, 对这种附加断裂阻力进行了研究。旨在为压力容器或管道的绕丝止裂设计提供力学分析基础。

## 1 分析计算

当含轴向外表面裂纹的筒体承受内压时, 由于裂纹的存在, 处于其上方的钢丝将承担一部分附加应力 $\Delta\sigma_T$ , 即这时钢丝中的应力为 $\sigma_T + \Delta\sigma_T$ 。同时由于裂纹的外鼓趋势受到约束, 在裂纹附近上方将产生一附加背压 $\Delta q_T$ ; 由于裂纹的张开趋势受到约束, 在裂纹两侧将产生静摩擦力 $\Delta q_f$ (见图 1, 取单位圆环分析, 假设裂纹为长裂纹  $a/c < 0.1$ , 裂纹两边的影响长度为 1)。为了讨论这种附加作用对裂纹起裂或扩展所产生的影响, 可通过计算在这种附加荷载作用下的应力强度因子来定量的反映其作用的大小。将图 1 分解为图 2 与

\* 收稿日期: 1990.04

\*\* 该文在大连理工大学杨芳毓教授指导下完成。

图3之和, 根据叠加原理可知, 图3应力强度因子即为图1的应力强度因子。然后再把图3分解为一含边裂纹的微块和一缺口圆环, 求图3的应力强度因子变为求图4微块的应力强度因子。

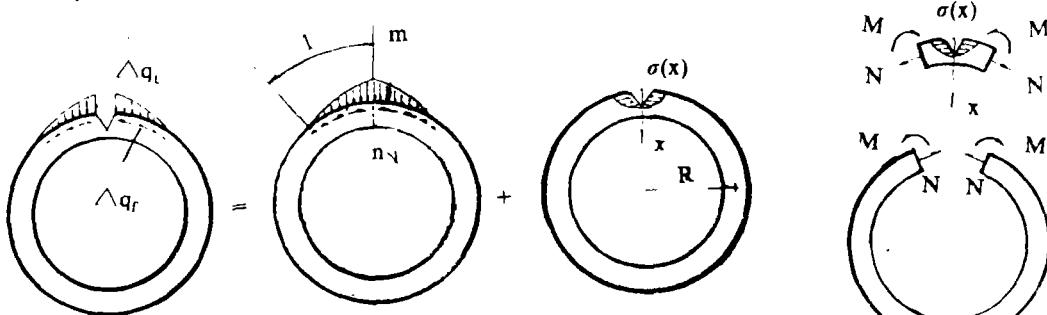


图1

图2

图3

图4

由图4可见, 微块在局部载荷作用下的应力强度因子为:

$$K_1^* = -K_1^p - K_1^m + K_1^n$$

$$\text{其中: } K_1^p = \sigma \sqrt{\pi a} f_p \left( \frac{a}{t} \right) \quad K_1^m = \frac{6M}{t^2} \sqrt{\pi a} f_m \left( \frac{a}{t} \right) \quad K_1^n = \frac{N}{t} \sqrt{\pi a} f_n \left( \frac{a}{t} \right)$$

$\sigma$  为参考应力。

为求得  $K_1^*$ , 必须先求出微块上的载荷  $\sigma(x)$  及内力  $M$  和  $N$ 。要求  $\sigma(x)$ , 必须求出  $\Delta q_T$ 、 $\Delta q_F$  以及局部作用的范围  $l$ 。由于篇幅所限, 现只给出结果, 详细过程可参见[2]。

$$K_1^* = -\sqrt{\pi a} [A_0 f_0 + A_1 \left( \frac{a}{t} \right) f_1 + A_0 (3M_0 f^m - N_0 f_0) + A_1 (3M_1 f^m - N_1 f_0)] \quad (1)$$

其中:

$$A_0 = \Delta q_{Tm} \cdot \frac{R}{t} \left\{ \left( 1 - \cos 57 \frac{l}{R} + 0.58 \frac{l}{R} \right) + \frac{6R}{t} \frac{2}{\pi} \sin 57 \frac{l}{R} + 1.37 \left( \cos 57 \frac{l}{R} - 1 \right) \right\}$$

$$+ q_c \left[ 0.29 \frac{l}{t} - 1.11 \frac{R^2}{t^2} \left( 1 - \cos 57 \frac{l}{R} \right) \right]$$

$$A_1 = -12 \Delta q_{Tm} \frac{R^2}{t^2} \left[ \frac{2}{\pi} \sin 57 \frac{l}{R} + 1.37 \left( \cos 57 \frac{l}{R} - 1 \right) \right] + 2.22 q_c \frac{R^2}{t^2} \left( 1 - \cos 57 \frac{l}{R} \right)$$

$$f_0 = \frac{1.121}{\left( 1 - \frac{a}{t} \right)^3} - \frac{1.0892}{\left( 1 - \frac{a}{t} \right)^2} - 0.5210 \frac{a}{t} + 1.1007$$

$$f_1 = \frac{0.3737}{(1 - \frac{a}{t})^{\frac{3}{2}}} - \frac{0.2643}{(1 - \frac{a}{t})^{\frac{1}{2}}} - 0.079 \frac{a}{t} + 0.5797$$

$$f^m = \begin{cases} 1.12 - 1.40 \frac{a}{t} + 7.33 (\frac{a}{t})^2 - 13.08 (\frac{a}{t})^3 + 14.0 (\frac{a}{t})^4 & \frac{a}{t} \leq 0.6^{[3]} \\ 0.3753 \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{a}{t}}} \cdot \frac{1}{(1 - \frac{a}{t})^{\frac{3}{2}}} & \frac{a}{t} > 0.6^{[4]} \end{cases}$$

$$M_0 = \frac{V_p^0 G_3 - S_p^0 G_1}{G_1 G_2 - G_3 G_4}; \quad M_1 = \frac{V_p^1 G_3 - S_p^1 G_1}{G_1 G_2 - G_3 G_4}$$

$$N_0 = \frac{V_p^0 G_2 - S_p^0 G_4}{G_1 G_2 - G_3 G_4}; \quad N_1 = \frac{V_p^1 G_2 - S_p^1 G_4}{G_1 G_2 - G_3 G_4}$$

$$G_1 = \int_0^{\frac{a}{t}} \left( \frac{a}{t} \right) [f_0(\frac{a}{t})^2] d(\frac{a}{t}) + 18 \frac{R^3}{t^3} \quad G_2 = 3 \int_0^{\frac{a}{t}} \left( \frac{a}{t} \right) [f^m(\frac{a}{t})]^2 d(\frac{a}{t}) + \frac{R}{t}$$

$$G_3 = \int_0^{\frac{a}{t}} \left( \frac{a}{t} \right) f_0(\frac{a}{t}) f^m(\frac{a}{t}) d(\frac{a}{t}) + 2 \frac{R^2}{t^2} \quad G_4 = 3 \int_0^{\frac{a}{t}} \left( \frac{a}{t} \right) f_0(\frac{a}{t}) f^m(\frac{a}{t}) d(\frac{a}{t}) + 6 \frac{R^2}{t^2}$$

$$V_p^0 = \int_0^{\frac{a}{t}} \left( \frac{a}{t} \right) [f_0(\frac{a}{t})]^2 d(\frac{a}{t}) \quad S_p^0 = \int_0^{\frac{a}{t}} \left( \frac{a}{t} \right) f_0(\frac{a}{t}) f^m(\frac{a}{t}) d(\frac{a}{t})$$

$$V_p^1 = \int_0^{\frac{a}{t}} \left( \frac{a}{t} \right)^2 f_1(\frac{a}{t}) f_0(\frac{a}{t}) d(\frac{a}{t}) \quad S_p^1 = \int_0^{\frac{a}{t}} \left( \frac{a}{t} \right)^2 f_1(\frac{a}{t}) f^m(\frac{a}{t}) d(\frac{a}{t})$$

用  $G_R$  表示应力强度因子减弱系数则：

$$G_R = \frac{K_1^\sigma + K_1^s}{K_1^\sigma} \quad (2)$$

$$\text{其中: } K_1^\sigma = FM_s \sigma \frac{\sqrt{\pi a}}{\psi} \quad (3)$$

由于  $K_1^s$  为负值，所以  $G_R$  为一小于 1 的值。当  $G_R=1$  时， $K_1^s=0$ ，即无附加作用。 $G_R$  越小，局部约束作用越大。由(1)、(2)、(3)式可见， $G_R$  分别与筒体及裂纹几何尺寸、绕丝参数、内压大小及筒体材料等因素有关，即：

$$G_R \propto G_R \left( \frac{a}{t}, \frac{a}{R}, \frac{R}{t}, n, \sigma_w, P_i, \sigma_r, \sigma_b \right) \quad (4)$$

## 2 实验及其结果对比

实验采用国产气瓶（材质 40Mn2A，φ219，ψ40）。首先在气瓶外表面铣出轴向切槽，槽深 2.5~3mm，长 90~100mm。然后经疲劳预裂纹，最后在裂纹处绕丝。绕丝是在适应工厂现场绕丝而设计的专门绕丝机上完成的。实验用气瓶及钢丝参数见表 1。绕

丝与不绕丝气瓶的起裂压和断裂压的比较见表2。在起裂压和断裂压的提高率中，局部附加约束作用所占比例的理论与实测值的比较见表3。

表1 实验用气瓶及钢丝参数

瓶号	a	c	t	R	$\sigma_t$	$\sigma_b$	$\sigma_{bt}$	$\sigma_w$	n	d	L
1	3.4	43	6.4	107	510	821	1127	72	1	1.25	270
2	3.3	44	6.1	108	505	797	1127	88	3	1.25	250
3	4.4	45	6.7	106	487	812	1127	88	8	1.25	290
4	4.5	45	6.7	110	519	841	1127	86	4	1.25	300
5	4.2	47	6.6	110	511	787	1127	147	6	1.25	295
6	3.8	47	6.6	110	511	787	1127	209	6	1.25	285
7	3.8	47	6.4	110	511	787	1127	169	4	1.25	290

注：各符号的意义及单位见符号说明。

表2 绕丝与不绕丝气瓶的起裂压和断裂压的比较

瓶号	层数	$P_c$	$P_t$	$P_c^*$	$P_t^*$	起裂压总提高	断裂压总提高	失效形式
1	1	11.5	20.8	14.7	26.5	27.86%	27.19%	爆破
2	3	11.4	20.7	19.6	35.3	72.40%	70.16%	爆破
3	8	9.1	18.7	/	57.8	/	> 211.40%	完好气瓶爆破
4	4	8.2	18.2	/	31.4	/	/	泄漏
5	6	9.0	18.6	27.5	48.3	206.61%	159.41%	泄漏
6	6	10.9	20.9	35.3	54.2	223.35%	> 159.26%	完好气瓶爆破
7	4	10.1	19.5	24.0	42.2	138.45%	116.10%	爆破

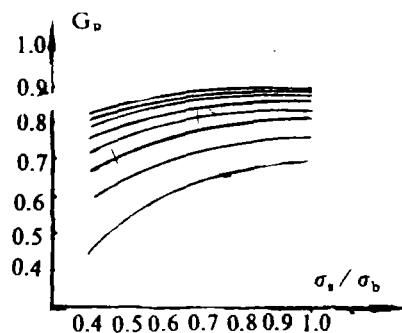
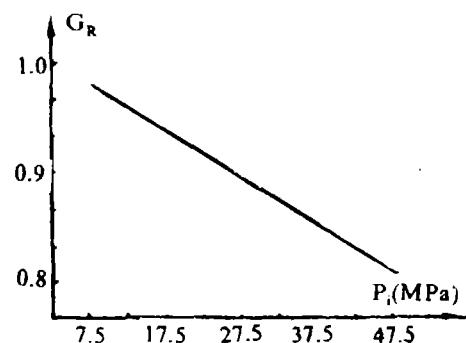
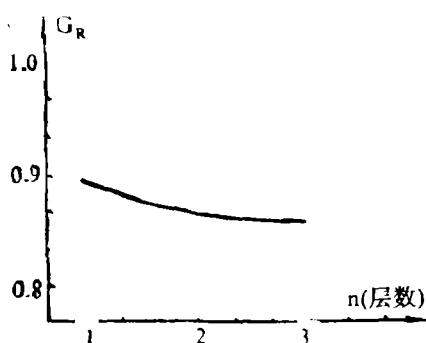
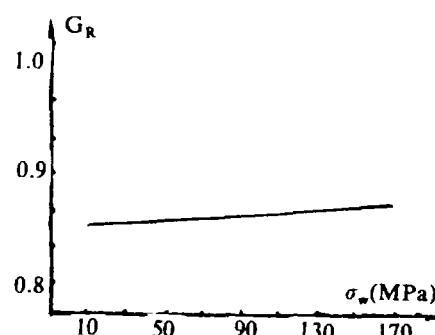
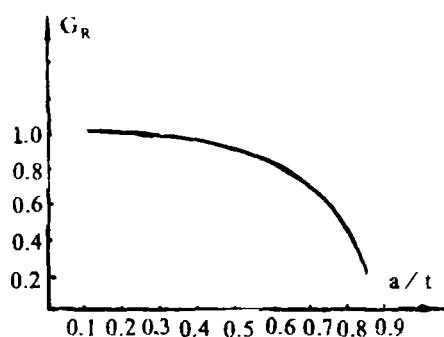
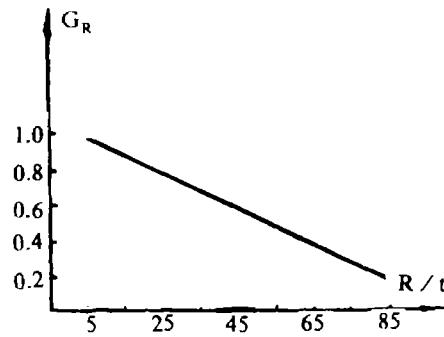
注：表中  $P_c$ 、 $P_t$  和  $P_c^*$ 、 $P_t^*$  分别为不绕丝和绕丝后的起裂压和断裂压。 $P_c^*$ 、 $P_t^*$  为用动态应变仪跟踪监测的实测值。 $P_c$ 、 $P_t$  为[5]、[6]推荐式的计算值，二者在气瓶上均有成熟的使用经验。单位均为 MPa。

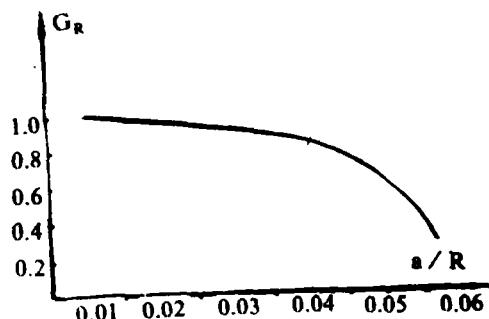
表3 在起裂压和断裂压的提高率中，局部附加约束作用所占比例的理论与实测值的比较

瓶号	层数	起裂压（理论值% / 实测值%）	比值	断裂压（理论值% / 实测值%）	比值
1	1	7.87 / 8.42	0.93	7.99 / 10.15	0.79
2	3	12.66 / 13.56	0.93	14.02 / 16.40	0.85
5	6	21.69 / 29.14	0.74	21.98 / 31.71	0.69
6	6	19.22 / 29.13	0.66	18.28 / 23.73	0.77
7	4	17.36 / 19.81	0.88	18.24 / 26.54	0.69

注：局部约束作用理论值为： $(1-G_R) \times 100\%$ ；实测值为  $\frac{\sigma_1 - \sigma_e(\sigma_t)}{\sigma_e(\sigma_t)} \times 100\%$ ， $\sigma_1$  为绕丝筒体实际起裂或断裂时筒体的环向应力， $\sigma_e$  或  $\sigma_t$  为不绕丝时筒体起裂或断裂时的环向应力，这里直接采用[5]和[6]的推荐式进行计算。

各有关因素对局部附加断裂阻力影响的计算结果分别见图5至图11。各图是以2号气瓶的实验参数为基础绘制的。

1, 2...8 依次为  $\sigma_b = 300, 400\cdots 1000 \text{ MPa}$ 图 5  $G_R$  随  $\sigma_t, \sigma_b$  的变化曲线图 6  $G_R$  随内压  $P_i$  的变化曲线图 7  $G_R$  随层数 n 的变化曲线图 8  $G_R$  随钢丝预紧应力的变化曲线图 9  $G_R$  随  $a/t$  的变化曲线图 10  $G_R$  随  $R/t$  的变化曲线

图 11  $G_R$  随  $a/R$  的变化曲线

### 3 结论与分析

3.1 由实验用气瓶的参数(表 1)可见, 1、2号气瓶的几何尺寸基本上是一致的, 不绕丝时起裂压和断裂压的计算值也基本相同, 那么绕 3 层的 2 号气瓶的提高率应该大致是绕 1 层的 1 号气瓶的 3 倍。但从表 2 可见, 总提高率并不是约 3 倍的比例。若把绕丝筒体仅简化为受内压和外压的筒体, 即不计局部约束影响, 这时按[5]、[6]推荐式计算出的起裂压和断裂压的提高率分别为 17.51% (1 号)、50.29% (2 号) 和 15.28% (1 号)、45.10% (2 号)。可见, 只考虑均匀背压作用时, 2 号气瓶的提高率约为 1 号气瓶的 3 倍。这就说明局部的附加约束作用是存在的。

3.2 本文用应力强度因子减弱系数  $G_R$  来反映局部约束作用的大小, 由式(1)~(4)可见,  $G_R$  与内压、筒体材料、筒体及裂纹几何尺寸以及钢丝缠绕参数有关。

由图 5 可见, 筒体材料屈强比越低, 局部约束作用越大; 在同一屈强比下, 材料的强度限越低, 局部约束作用也越大。即韧性好的材料, 局部约束作用大, 这与文[1]的实验结果相符。

局部约束作用的大小与内压几乎成线性增加, 但斜率不大。由图 6 看出, 当内压由零增加到 50MPa 时, 局部约束作用仅增近 20%。这种变化与本文实测结果基本一致(见表 3)。断裂压时局部约束作用略大于起裂压时的值。

绕丝层数与局部约束作用大小的关系见图 7。随着层数的增加, 局部约束作用略有增加, 这可由 1、2 号气瓶的实测值得到证实。

这种局部约束作用的大小与钢丝预紧应力之间的关系见图 8, 可见其影响很小, 且随预紧应力的增加而略有减少。这个结论似乎与直观想象的不太一致。因预紧应力增加背压增加, 从而裂纹两侧的静摩擦力增加, 因而局部约束作用增加。但在实际计算中发现, 静摩擦力  $\Delta q_f$  对  $K_I^S$  的影响比局部背压  $\Delta q_T$  要小得多。这部分影响主要反映在式(1)的  $A_0$ 、 $A_1$  上, 与  $A_0$ 、 $A_1$  相乘的系数  $N_0$ 、 $N_1$ 、 $M_0$ 、 $M_1$  的绝对值很小, 且这些系数的计算值也不可能避免地会存在误差。另外, 本文的分析是在假定钢丝与筒体间无滑动的条件下进行的, 如果一旦出现滑动, 这种静摩擦力将不再存在, 因而钢丝预紧应力就与  $G_R$  无关了。

$a/t$  和  $a/R$  对局部约束作用大小的影响见图 9 和图 11, 两者的变化趋势基本一

致。即随着  $a$  的增加，这种约束作用也增加。因裂纹越深，该处的外鼓和张开趋势越严重，因而局部约束作用也越大。这可由 5、6 号气瓶的实验结果来验证。5、6 号气瓶的其它参数基本上一致，只有 5 号气瓶的  $a$  略大于 6 号气瓶，而实测的局部约束作用也是 5 号气瓶略大于 6 号气瓶（见表 3）。

局部约束作用大小与  $R/t$  的关系见图 10，可见  $R/t$  越大，这种约束作用越大。由于本实验只采用一种规格的气瓶，故无法验证，但可定性地解释为，筒体越薄，裂纹处的外鼓和张开趋势越明显，因而局部约束作用也就越大。

总之，本文对局部约束作用的分析计算与实验结果有较好的一致性，说明本文的理论分析具有一定的可靠性。

**3.3** 由实验结果看（表 3），实测值均大于理论值。其原因可能是，钢丝层与筒体之间（在裂纹处）不可能绝对无滑动，实际的局部影响范围  $\Gamma$  的值要大些（这也为文[1]的测试结果所证实）。此外，在力学模型的选择和计算过程中采用的一些简化措施都可能带来误差。

**3.4** 本文的计算模型是单位圆环，故只适用于较长的裂纹 ( $a/c < 0.1$ )。且绕丝必须具有足够长度，至少应使裂纹处避开绕丝端部的边缘影响区。不过，短表面裂纹的自由表面影响系数比长裂纹小，因而把本文的理论用于短表面裂纹的绕丝止裂设计，将是偏于安全的。

**3.5** 本文的实验及理论分析仅限于静载条件，但实际运行中的容器或管道，都不可避免地存在动载荷，此时的理论分析及实验都需进一步的工作。要实现工程应用，尚有许多工作待作。

### 符    号    说    明

$K_1^S$ —圆环微块应力强度因子	$R$ —筒体中面半径 (mm)
$K_1^P$ —圆环微块在外载荷作用下的应力强度因子	$F$ —表面裂纹自由表面影响系数
$K_1^M$ —圆环微块在内弯矩 $M$ 作用下的应力强度因子	$M_s$ —含外表面裂纹筒体的膨胀系数
$K_1^N$ —圆环微块在内力 $N$ 作用下的应力强度因子	$\psi$ —第二类完全椭圆积分
$f^P$ —微块在外载荷 $P$ 作用时的自由表面影响系数	$n$ —钢丝缠绕层数
$f^M$ —微块受弯时的自由表面影响系数	$d$ —钢丝直径 (mm)
$f_0$ —微块在集中力作用时的自由表面影响系数	$L$ —绕丝长度 (mm)
$\Delta q_{Tm}$ —裂纹局部上方附加背压的均值 (MPa)	$\sigma_w$ —钢丝预紧应力 (MPa)
$q_c$ —绕丝后筒体所受的均匀背压 (MPa)	$P_i$ —筒体内压 (MPa)
$\Gamma$ —局部约束作用的范围 (mm)	$\sigma_u$ —筒体材料的屈服限 (MPa)
$a$ —裂纹深度 (mm)	$\sigma_b$ —筒体材料的强度限 (MPa)
$c$ —裂纹半长 (mm)	$\sigma_{bT}$ —钢丝的强度限 (MPa)
$t$ —筒体厚度 (mm)	

## 参 考 文 献

- (1) A.K.Scheemaker, T.mcluile, T.E.Stine. Fracture of wire-wrapped cylinders. *Journal of Engineering for Industry.* 1973, 95(1): 219-226
- (2) 魏新利. 内压筒体的绕丝止裂研究. 大连理工大学化机专业硕士论文. 1989
- (3) Tada, H + Paris, P + and Irwin, G . The Stress Analysis of Cracks Handbook. Del Research Corporation. PA 1973: P2-27
- (4) D.P.Rooke, D.J.Cartwright. Compendium of Stress Intensity Factors. 1976, P86
- (5) 杨芳毓, 李惠荣. 表面裂纹延性断裂的双准则法. 压力容器, 1987(4): 24-31
- (6) 王炎炎等. 轴向表面裂纹受压薄壁圆筒的失效规律研究. 全国压力容器会议征文, 1983

## Additional Fracture Resistance of Wire-Wrapped Cylinders

Wei Xinli

(ZhengZhou Institute of Technology)

**Abstract:** By wrapping with prestressed steel wire, the load-bearing capacity of the cylinders contained part-through-wall axial flaws is increased obviously not only by the reduction of hoop stress but also by the local control of the steel wire on the crack to the tendency of crack opening and crack swelling out.

Under certain simplified conditions, in this paper, the additional fracture resistance to the cylinders is calculated. The hydraulic burst tests of wire-wrapped cylinders showed that there are a good general agreement between calculation and experimental results. The conclusion given in this paper can be used as reference in engineering design of wire-wrapping crack arrestor.

**Keywords:** crack arrest, wire wrapping, stress intencdency factor, fracture resistance