

铰支连续梁支座反力等效荷载 方法及应用*

许琪楼

(土建系)

摘 要: 本文提出铰支连续梁支座反力等效荷载方法。在某些特定情况下,用该法计算连续梁反力及内力更为简捷方便。对于钢筋混凝土连续深梁反力及内力计算,等效荷载方法具有十分方便、准确的工程计算价值。

关键词: 等效荷载, 连续梁

1 支反力等效方法及算例

在任意荷载作用下, n 跨铰支连续梁的 $n+1$ 个支座反力等于在 $n+1$ 个或多于 $n+1$ 个集中荷载作用下的反力值。该集中荷载力系称为原荷载的等效荷载。等效荷载是一假想连续梁在原荷载作用下的反力值, 假想连续梁可以是原结构体系, 也可以是在原结构体系上增设若干新支座而成。

图 1(a)表示原结构体系, 为 $n-1$ 跨连续梁, 作用荷载 $q(x)$, 有 $R_1, R_2 \cdots R_n$ 支座反力; (b)为假想连续梁, 作用 $q(x)$, 有 $n+K$ 个支座 ($K>0$), 其中必须包含原结构的 n 个支座, 假想连续梁的这 $n+K$ 个支座反力 $P_1, P_2 \cdots P_n \cdots P_{n+K}$ 即为等效集中荷载力系; (c)为原结构体系上作用反向的等效荷载, 则支座反力 $R_1, R_2 \cdots R_n$ 将保持不变。

上述支反力等效方法证明如下:

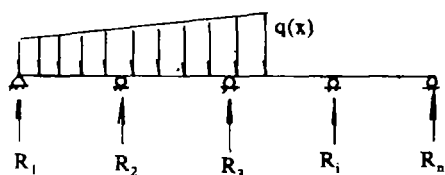
图 2(a)、(b)、(c)分别为图 1(a)、(b)、(c)的基本体系, 式(1)、(2)、(3)分别为基本体系相应的力法方程:

$$\begin{cases} R_3 \delta_{33} + \cdots + R_1 \delta_{31} + \cdots + R_n \delta_{3n} + \Delta_{3q} = 0 \\ \cdots \cdots \cdots \\ R_3 \delta_{i3} + \cdots + R_1 \delta_{i1} + \cdots + R_n \delta_{in} + \Delta_{iq} = 0 \\ \cdots \cdots \cdots \\ R_3 \delta_{n3} + \cdots + R_1 \delta_{n1} + \cdots + R_n \delta_{nn} + \Delta_{nq} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

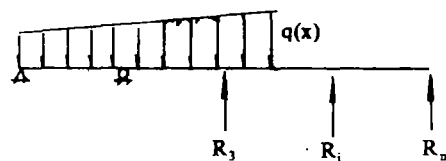
* 收稿日期: 1989.05.11

$$\begin{cases}
 P_3 \delta_{33} + \dots + P_i \delta_{3i} + \dots + P_n \delta_{3n} + \dots + P_{n+K} \delta_{3,n+K} + \Delta_{3q} = 0 \\
 \dots\dots\dots \\
 P_3 \delta_{i3} + \dots + P_i \delta_{ii} + \dots + P_n \delta_{in} + \dots + P_{n+K} \delta_{i,n+K} + \Delta_{iq} = 0 \\
 \dots\dots\dots \\
 P_3 \delta_{n3} + \dots + P_i \delta_{ni} + \dots + P_n \delta_{nn} + \dots + P_{n+K} \delta_{n,n+K} + \Delta_{nq} = 0 \\
 \dots\dots\dots \\
 P_3 \delta_{n+K,3} + \dots + P_i \delta_{n+K,i} + \dots + P_n \delta_{n+K,n} + \dots + P_{n+K} \delta_{n+K,n+K} + \Delta_{n+K,q} = 0 \\
 R_3 \delta_{33} + \dots + R_i \delta_{3i} + \dots + R_n \delta_{3n} + \Delta_{3p} = 0 \\
 \dots\dots\dots \\
 R_3 \delta_{i3} + \dots + R_i \delta_{ii} + \dots + R_n \delta_{in} + \Delta_{ip} = 0 \\
 \dots\dots\dots \\
 R_3 \delta_{n3} + \dots + R_i \delta_{ni} + \dots + R_n \delta_{nn} + \Delta_{np} = 0
 \end{cases}
 \quad (2)$$

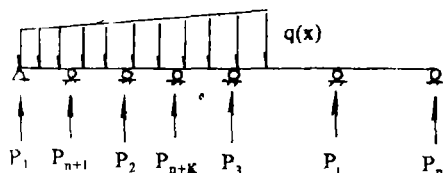
$$\begin{cases}
 R_3 \delta_{33} + \dots + R_i \delta_{3i} + \dots + R_n \delta_{3n} + \Delta_{3p} = 0 \\
 \dots\dots\dots \\
 R_3 \delta_{i3} + \dots + R_i \delta_{ii} + \dots + R_n \delta_{in} + \Delta_{ip} = 0 \\
 \dots\dots\dots \\
 R_3 \delta_{n3} + \dots + R_i \delta_{ni} + \dots + R_n \delta_{nn} + \Delta_{np} = 0
 \end{cases}
 \quad (3)$$



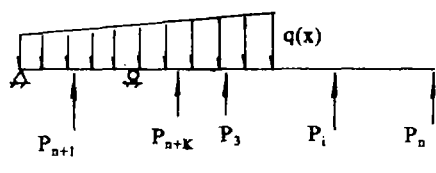
a) 原结构初始受力状态



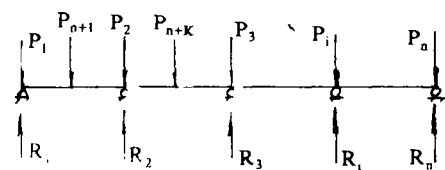
a)



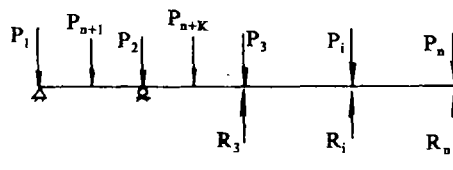
b) 假想连续梁



b)



c) 原结构作用等效荷载



c)

图1 支反力等效方法

图2 基本体系

由方程(1), (3)可知: 欲使结构在等效荷载作用下支反力 $R_1, R_2 \dots R_n$ 保持不变, 必须要满足下列条件:

①原荷载 $q(x)$ 与等效荷载力系 $P_1, P_2 \dots P_{n+K}$ 要满足平衡条件。

②原荷载 $q(x)$ 与等效荷载力系 $P_1, P_2 \dots P_{n+K}$ 在多余约束方向 (相应反力 R_3, R_i, R_n 方向) 产生相同的位移, 即 $\Delta_{3q} = \Delta_{3p}, \Delta_{iq} = \Delta_{ip}, \Delta_{nq} = \Delta_{np}$ 。

由图 1(b)可知: 第一个条件显然是满足的; 由图 2(c)有:

$$\Delta_{3p} = P_1 \delta_{31} + P_2 \delta_{32} + P_3 \delta_{33} + \cdots + P_{n+K} \delta_{3,n+K}$$

$$\because \delta_{31} = \delta_{32} = 0$$

(4)

$$\therefore \Delta_{3p} = P_3 \delta_{33} + \cdots + P_n \delta_{3n} + \cdots + P_{n+K} \delta_{3,n+K}$$

改变符号后代入(2)式得: $\Delta_{3q} = \Delta_{3p}$, 同理有 $\Delta_{iq} = \Delta_{ip}$, $\Delta_{nq} = \Delta_{np}$.

因此用等效力系进行计算结构支反力保持不变, 之后再由原结构体系及原荷载即可计算结构内力。该法即称为铰支连续梁支座反力等效荷载方法。在某些特定情况下利用反力等效荷载方法可以很简捷方便地计算连续梁支反力及内力。

例一: 图 3(a)所示为二等跨连续梁, 由于均布荷载是半跨作用, 很难利用图表手册进行计算, 通常要使用弯矩分配法或其它方法。现利用支反力等效方法, 则完全可以利用静力计算手册查表计算。图 3(b)为计算等效荷载的假想连续梁, 是一个四等跨连续梁结构, 由手册可直接查出其反力系数, 见图 3(b)反示 (实际反力值为图示系数乘 ql , 且压力为正, 拉力为负)。图 3(c)为原结构反向作用等效荷载, 利用二等跨连续梁图表计算跨中荷载产生的支反力值, 再叠加作用在支座处的集中荷载即为原结构总的支反力值, 之后即可计算内力其结果与弯矩分配法完全相同。

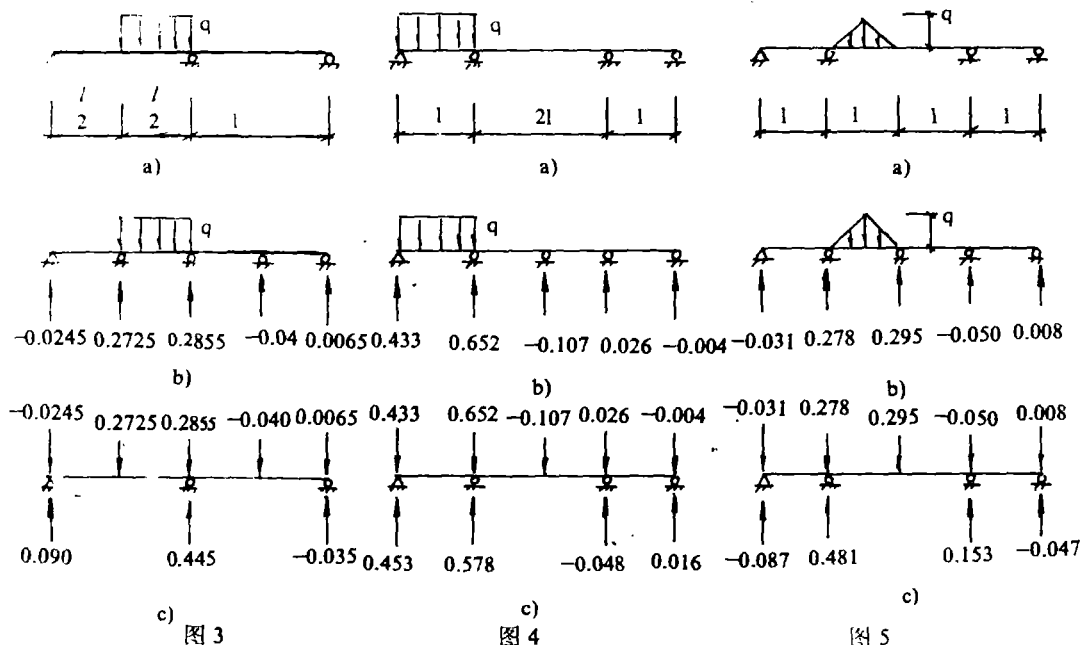


图 3

图 4

图 5

例二: 图 4 所示端跨承受均布荷载的不等跨连续梁用支反力等效方法的计算过程 (该梁内力也无法直接利用图表计算)。其结果与弯矩分配法相同。在计算图 4 所示的跨中荷载所产生的支反力时, 可直接利用手册不等跨连续梁的弯矩影响线纵标值。

例三: 图 5 所示承受三角荷载的不等跨连续梁用支反力等效方法的计算过程。可见在某些特定情况下, 这种计算方法是十分简便的。即支反力等效方法可以扩大现有计算图表的使用范围。

2 用支反力等效方法计算钢筋砼连续深梁内力

连续深梁由于跨高比小, 竖向正应力影响大, 平截面假定不成立, 内力计算不能套用一般连续梁的计算图表。用有限单元法虽然能较精确计算其内力, 但并非一般工程设计人员能普遍直接利用。目前较为适用的方法是有限元计算的内力值制成图表供设计人员查用。由于连续深梁内力与跨高比、跨数、荷载种类、荷载位置等因素有关, 即使是等跨等截面连续深梁的内力图表也很繁杂, 并且还无法囊括所有情况。工程设计计算时, 要适应不同的跨高比及荷载位置还需要进行双向插值运算。若利用支反力等效方法, 即可大大削减图表数量 (可削减 80% 以上), 还可以计算任意荷载 (一般图表中只考虑均布荷载和集中荷载) 下深梁内力, 计算过程非常简捷方便。

深梁内力分布在不同的条件下表现出收敛性和发散性两种不同的倾向。对作用在某一支座截面上的荷载, 由于发散性的影响, 在其它支座中要产生一定的支反力。公式 (4) $\delta_{31} = \delta_{32} = 0$ 不再适用。因此上述支反力等效方法不适于深梁。但对于等跨等截面连续深梁在下列条件下支反力等效方法近似成立 (该结论是通过大量计算比较而验证, 尚缺乏理论推导), 完全满足工程设计要求。

① n 跨连续深梁的假想连续梁是有 $2n+1$ 个支座的连续浅梁, 除包含原结构体系 $n+1$ 个支座外, 在每跨中还必须增设一个支座共 n 个。原结构作用在假想连续梁上, 用连续浅梁的图表及方法求其支座反力。

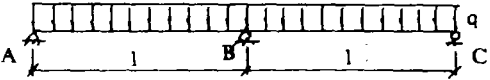
② 假想连续梁的支反力作为等效荷载反向作用在原结构上, 计算原结构的支反力。

③ 计算原结构内力。

因此只要已知连续深梁单位荷载作用在每个支座截面和跨中截面时的反力系数, 即可求出任意荷载下连续深梁的内力。深梁计算图表可以大大简化, 只需考虑跨数及跨高比二个变化因素, 而不必考虑荷载的种类及位置。

表 1~表 6 分别列出二跨、三跨等跨等截面钢筋砼连续深梁在不同的荷载条件下支反力系数, 比较了近似等效荷载方法和有限元直接计算的结果 (采用华南工学院有限元计算结果), 二者极为相近。这是由于该法要求假想连续梁必须有足够多的支座, 使等效集中荷载力系在每个支座和每个跨中截面都有其分力, 比较全面体现了深梁内力分布的特点。

表 1 算例 4 支反力系数

| 受 力 状 态 |  | | | | | |
|------------|---|-------|-------|----------|--------|--------|
| 跨高比 | 有限元计算结果 | | | 支反力等效法结果 | | |
| | R_A | R_B | R_C | R_A | R_B | R_C |
| 1.0 | 0.461 | 1.078 | 0.461 | 0.4587 | 1.0825 | 0.4587 |
| 1.5 | 0.422 | 1.156 | 0.422 | 0.4199 | 1.1601 | 0.4199 |
| 2.0 | 0.399 | 1.202 | 0.399 | 0.3974 | 1.2052 | 0.3974 |
| 2.5 | 0.388 | 1.224 | 0.388 | 0.3870 | 1.2258 | 0.3870 |

注: 实际支反力等于“表中系数” $\times ql$, 压力为正, 拉力为负

表 2 算例 5 支反力系数

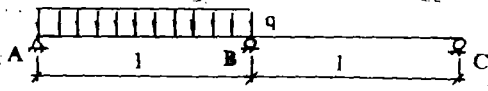
| | | | | | | |
|------------|---|-------|--------|----------|--------|---------|
| 受 力 状 态 |  | | | | | |
| 跨高比 | 有限元计算结果 | | | 支反力等效法结果 | | |
| | R_A | R_B | R_C | R_A | R_B | R_C |
| 1.0 | 0.480 | 0.540 | -0.020 | 0.4794 | 0.5412 | -0.0207 |
| 1.5 | 0.461 | 0.578 | -0.039 | 0.4600 | 0.5800 | -0.0401 |
| 2.0 | 0.449 | 0.602 | -0.051 | 0.4488 | 0.6026 | -0.0514 |
| 2.5 | 0.444 | 0.612 | -0.056 | 0.4436 | 0.6129 | -0.0566 |

表 3 算例 6 支反力系数

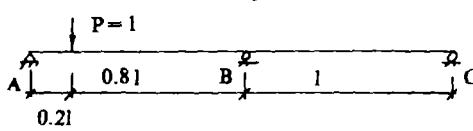
| | | | | | | |
|------------|---|--------|---------|----------|--------|---------|
| 受 力 状 态 |  | | | | | |
| 跨高比 | 有限元计算结果 | | | 支反力等效法结果 | | |
| | R_A | R_B | R_C | R_A | R_B | R_C |
| 1.0 | 0.6992 | 0.4016 | -0.1008 | 0.6944 | 0.4110 | -0.1055 |
| 1.5 | 0.7334 | 0.3332 | -0.0666 | 0.7286 | 0.3427 | -0.0714 |
| 2.0 | 0.7452 | 0.3096 | -0.0548 | 0.7422 | 0.3154 | -0.0577 |
| 2.5 | 0.7477 | 0.3046 | -0.0523 | 0.7460 | 0.3079 | -0.0540 |

表 4 算例 7 支反力系数

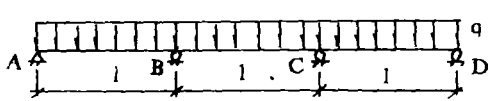
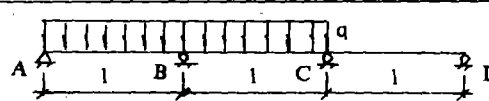
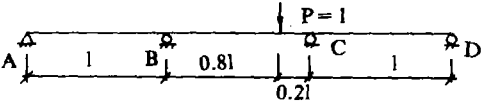
| | | | | | | | | |
|------------|---|-------|-------|-------|----------|--------|--------|--------|
| 受 力 状 态 |  | | | | | | | |
| 跨高比 | 有限元计算结果 | | | | 支反力等效法结果 | | | |
| | R_A | R_B | R_C | R_D | R_A | R_B | R_C | R_D |
| 1.0 | 0.437 | 1.063 | 1.063 | 0.437 | 0.4352 | 1.0648 | 1.0648 | 0.4352 |
| 1.5 | 0.413 | 1.087 | 1.087 | 0.413 | 0.4121 | 1.0879 | 1.0879 | 0.4121 |
| 2.0 | 0.404 | 1.096 | 1.096 | 0.404 | 0.4036 | 1.0964 | 1.0964 | 0.4036 |
| 2.5 | 0.400 | 1.100 | 1.100 | 0.400 | 0.4001 | 1.0999 | 1.0999 | 0.4001 |

表 5 算例 8 支反力系数

| | | | | | | | | |
|------------|---|-------|-------|--------|----------|--------|--------|---------|
| 受 力 状 态 |  | | | | | | | |
| 跨高比 | 有限元计算结果 | | | | 支反力等效法结果 | | | |
| | R_A | R_B | R_C | R_D | R_A | R_B | R_C | R_D |
| 1.0 | 0.482 | 1.007 | 0.540 | -0.029 | 0.4810 | 1.0087 | 0.5395 | -0.0292 |
| 1.5 | 0.432 | 1.090 | 0.524 | -0.046 | 0.4305 | 1.0927 | 0.5229 | -0.0462 |
| 2.0 | 0.407 | 1.141 | 0.497 | -0.045 | 0.4067 | 1.1417 | 0.4965 | -0.0449 |
| 2.5 | 0.395 | 1.168 | 0.479 | -0.042 | 0.3949 | 1.1685 | 0.4784 | -0.0417 |

注: 表 2、4、5 注见表 1

表 6 算例 9 支反力系数

| 受 力 状 态 |  | | | | | | | |
|------------|---|--------|--------|---------|----------|--------|--------|---------|
| 跨高比 | 有限元计算结果 | | | | 支反力等效法结果 | | | |
| | R_A | R_B | R_C | R_D | R_A | R_B | R_C | R_D |
| 1.0 | -0.0325 | 0.3341 | 0.6292 | 0.0691 | -0.0329 | 0.3350 | 0.6291 | 0.0689 |
| 1.5 | -0.0475 | 0.2905 | 0.7614 | -0.0045 | -0.0479 | 0.2914 | 0.7609 | -0.0044 |
| 2.0 | -0.0435 | 0.2506 | 0.8292 | -0.0364 | -0.0436 | 0.2508 | 0.8292 | -0.0364 |
| 2.5 | -0.0394 | 0.2280 | 0.8620 | -0.0507 | 0.0392 | 0.2277 | 0.8623 | -0.0508 |

支反力等效方法可以作为等跨等截面钢筋砼连续深梁内力计算的实用设计方法,它具有简捷方便,适用准确的特点,但该近似方法的理论基础还需进一步研究。

参 考 文 献

- (1) 金宝桢, 杨式德, 朱宝华. 结构力学. 人民教育出版社
- (2) 建筑结构静力计算手册. 中国建筑工业出版社
- (3) 许琪楼, 龚绍熙等. 等跨等截面钢筋砼连续深梁内力计算—连续图表法. 郑州工学院

The Method of Equivalent Load on Support Reaction of Hinged Continuous Beam and application on it

Xu Qilou

(Department of Civil Engineering and Architecture
ZhengZhou Institute of Technology)

Abstract: In this paper, the method of equivalent load on support reaction of hinged continuous beam is proposed. In certain cases to compute the support force and internal force of continuous beam is simpler and quicker by it. The method is valuable of useful and accurate engineering design to compute support force and internal force of continuous deep beam of reinforced concrete.

Keywords: Equivalent load, Continuous Beams