

RC 构件正截面抗裂度的 数值计算方法*

高丹盈 丁自强

(水环系)

摘 要: 本文通过钢筋混凝土矩形截面短梁的试验,探讨了跨高比、截面高度对正截面抗裂计算的影响,提出了考虑跨高比和截面高度影响的受拉边缘极限应变公式。在此基础上利用数值计算方法研究钢筋混凝土矩形截面短梁的正截面抗裂塑性系数,与试验结果比较符合性较好。

关键词: 钢筋混凝土短梁,受拉边缘极限应变,塑性系数

钢筋混凝土构件的抗裂度验算是水工、港工以及其它要求抗裂的钢筋混凝土结构设计的一个重要问题。近年来国内外对受弯构件正截面的抗裂问题进行了大量的试验和理论研究,大多数学者在等效变换的原则下,把受弯构件的抗裂研究归结为塑性系数 γ_m 的确定^[4, 5],并列入规范^[1~3],但还有不少需要研究的问题。从现行规范来看,跨高比对 γ_m 的影响没有考虑,高度影响的考虑也不一致就是其中的问题。以矩形截面梁为例,建委规范^[1]取 γ_m 为常数 1.75; 水工规范^[2]在 γ_m 取 1.55 的基础上,用系数(1.1~0.1h)考虑高度变化的影响,关于跨高比对塑性系数是否有影响、规范公式到底适用于什么范围还不明确; 港工规范^[3]对跨高比较小的深梁考虑跨高比对塑性系数的影响,对跨高比较大的梁考虑高度的影响,分析表明从深梁到跨高比较大的浅梁,所给公式不衔接。为此,本文把试验研究与理论分析相结合着重探讨跨高比和梁高的变化对矩形截面短梁正截面抗裂计算的影响,理论分析及试验研究的部分成果见文献[6],本文在试验研究结果的基础上仅讨论正截面抗裂度的数值计算方法。

1 试验结果的分析研究

主要试验目的: 通过不同跨高比的矩形截面梁试验,分析跨高比 L/H 对正截面抗裂计算的影响; 通过不同高度的矩形截面梁的试验,分析梁高 h 对正截面抗裂计算的影响。试验梁设计制作的详细情况见文献[6]。通过 14 根短梁的试验和初步分析,对钢筋混凝土矩形截面短梁的受力变形性能有如下规律性认识。

* 收稿日期: 1989.05.11

1.1 荷载挠度关系

短梁是介于深梁和浅梁之间的一种梁式构件,跨高比较小,确定了在荷载作用下,不仅不同截面之间存在着纵向作用,同一截面内各层纤维之间也存在着横向作用,由于其跨高比介于深梁和浅梁之间,因而上述作用不同于深梁和浅梁。本文的 14 根试验梁跨高比在 2 到 8 之间,配筋率在 0.25% 左右,由于跨高比、配筋率、混凝土强度、截面高度等因素的影响,从加载到破坏反映出三种不尽相同的特性——少筋混凝土梁特性、适筋梁特性和深梁特性,如图 1 所示。

1.2 正截面应变分布

实测裂缝出现的平均应变沿截面高度的分布图 2 表明,除跨高比较小的深梁外,开裂前应变沿截面高度的分布基本为线性,随跨高比的增大线性分布特性越突出;在同一跨高比时截面高度的变化不影响平截面假定的成立。

1.3 混凝土受拉边缘的极限应变 ϵ_{lu}

混凝土极限拉应变(或称极限引伸值)是衡量混凝土抗裂能力的标志。当构件在荷载或其它因素作用下所产生的最大拉应变超过混凝土的极限拉应变时,混凝土就会开裂,对于受弯构件,这种开裂一般首先在最大弯矩截面的受拉边缘出现。为了测得试验梁受拉边缘的极限拉应变 ϵ_{lu} ,在纯弯段的受拉边缘粘贴了 3~4 片长电阻片。但是,由于达到 ϵ_{lu} 与电阻片被拉断几乎同时产生以及 ϵ_{lu} 的离散性,实际的 ϵ_{lu} 很难测得。在定性分析时,取用裂缝出现前一级的应变值,并根据分析推测结果得出 ϵ_{lu} 的表达式。

1.3.1 影响 ϵ_{lu} 的因素

分析表明,影响 ϵ_{lu} 的因素是多方面的,如混凝土的强度、受力性质、构件截面形状和尺寸效应、配筋率、混凝土骨料性质和组成、养护条件、混凝土的徐变和收缩以及试验方法等都有影响。但在以往的分析中,主要是给出混凝土抗拉强度与 ϵ_{lu} 的关系,因为上述因素中许多因素也都可以综合反映在抗拉强度的变化上,它是影响 ϵ_{lu} 的一个主要因素。试验表明,对梁来讲,跨高比和截面高度也是不可忽视的影响因素。

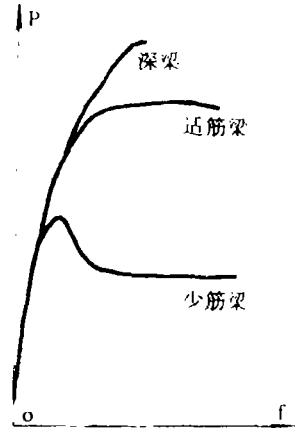


图 1 荷载挠度曲线

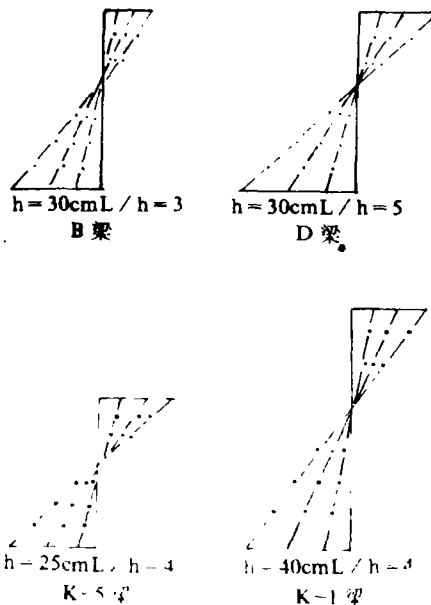
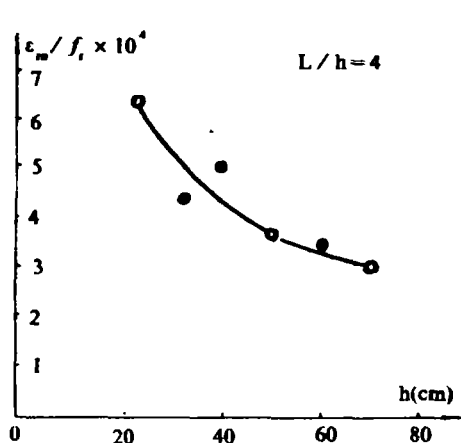
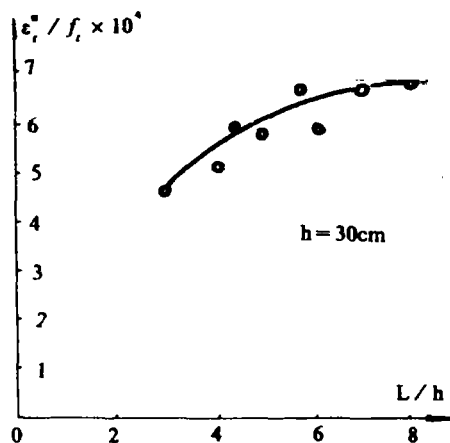


图 2



(a) 极限拉应变与截面高度的关系



(b) 极限拉应变与跨高比的关系

图 3

从图 3(a)的实测资料可知,当跨高比不变时,混凝土的极限拉应变随截面高度的增加而降低,二者的关系近似为一反比双曲线。图 3(b)表明,当梁高不变时,混凝土的极限拉应变随跨高比的增大而增大,二者之间的关系近似为一抛物线。

1.3.2 ϵ_{tu} 的建议表达式

建立 ϵ_{tu} 的表达式主要从两方面考虑,既要考虑影响 ϵ_{tu} 的主要因素,又要考虑表达式的简单适用性。如上所述,混凝土的抗拉强度 f_t 、跨高比 L/h 和截面高度 h 是主要影响因素,应包括在 ϵ_{tu} 的表达式中,至于配筋率的影响,建议在抗裂度计算中反映在折算截面中,在此不加考虑。因此,梁受拉边缘极限拉应变的数学模式可假设为:

$$\epsilon_{tu} = (\alpha / h + \beta \sqrt{\frac{L}{h}}) \times f_t$$

式中 α 、 β 为待定参数。

在本文试验结果的基础上,参考收集到的国内外抗裂试验资料,给出其具体表达式为:

$$\epsilon_{tu} = (b / h + 0.2 \sqrt{\frac{L}{h}}) \times f_t \times 10^{-4} \quad (1)$$

式中: L 、 h 以厘米计, f_t 的单位为 MPa。

适用范围: $2 < L/h < 8$

当 $h > 100$ 厘米时,取 $h = 100$ 厘米。

式(1)的正确性将在与实测资料比较塑性系数 γ_m 时得到验证,详见后述。

2 正截面抗裂度的数值计算

2.1 正截面抗裂计算方法

一般情况下的构件正截面在裂缝形成时的极限应力状态可看成是综合外力 N_{cra} 和 M_{cra} 共同作用的结果, 见图 5。抗裂计算正是以裂缝即将出现瞬间的应力图形为依据, 此时受拉区混凝土呈现明显的塑性特性, 塑化高度和应变梯度取俾于 N_{cra} 的性质和偏心距 $c(=M_{cra}/N_{cra})$ 的大小, 应力分布为曲线型, 最大应力达到混凝土的抗拉强度 f_t ; 受压区混凝土应力接近弹性分布, 应力图形为近似三角形, 抗裂计算的基本式可表达为:

$$\frac{M_{cra}}{W_s} \pm \frac{N_{cra}}{A} \leq f_t \quad (2)$$

式中: A —— 折算截面面积;

W_s —— 考虑受拉区塑性影响后折算截面对受拉边缘的弹塑性抵抗矩。

为便于计算, 按照等效原则换算为材料力学的方法进行计算, 即在承受与(2)式相同的 M_{cra} 和 N_{cra} 的情况下, 应力假定为直线分布, 用塑性系数 γ_m 反映受拉区混凝土的塑性, 则抗裂计算式为:

$$\frac{M_{cra}}{W_0} \pm \frac{N_{cra}}{A} \leq \gamma_m f_t \quad (3)$$

比较(2)、(3)式得一般情况下塑性系数的计算公式为:

$$\gamma_m = \frac{\frac{M_{cra}}{W_0} \pm \frac{N_{cra}}{A}}{\frac{M_{cra}}{W_s} \pm \frac{N_{cra}}{A}} = \frac{c \pm \frac{W_0}{A}}{c \pm \frac{W_s}{A}} \cdot \frac{W_s}{W_0}$$

式中: $c = M_{cra} / N_{cra}$

$$\text{由此可见: 对受弯构件 } c \rightarrow \infty, \gamma_m = \frac{W_s}{W_0} \quad (4)$$

$$\text{对轴拉构件 } c = 0, \gamma_m = 1.$$

由于材料力学方法使用方便, 只要能正确地确定塑性系数, 抗裂计算便不难进行。

2.2 数值计算的基本假定和一般公式

为了计算正截面抗裂分析, 提出下列假定:

①截面即将开裂的瞬间变形服从平截面假定;

②混凝土受压、受拉的应力应变关系已知, 钢筋的应力应变关系假定为线性。

受压混凝土的应力应变关系采用 Sacenz 公式, 见图 5, 表达式为:

$$\sigma_c = \frac{E_0 \varepsilon}{1 + \left(\frac{E_0}{E_s} - 2\right) \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} + \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c}\right)^2} \quad (5)$$

受压区平均应力系数 a_c 和形心系数 K_c 为:

$$a_c = \frac{\int_0^{\varepsilon_c} \sigma_c d\varepsilon}{\varepsilon_c f_c}, \quad K_c = \frac{\int_0^{\varepsilon_c} \sigma_c \varepsilon d\varepsilon}{\varepsilon_c \int_0^{\varepsilon_c} \sigma_c d\varepsilon}$$

式中: ε'_c —— 裂缝即将出现时受压边缘混凝土的压应变。

受拉混凝土的应力应变关系见图 4, 具体表达式

为:

$$\sigma_t = E_0 \varepsilon, \quad \varepsilon \leq \varepsilon_0 \quad (6)$$

$$\sigma_t = 0.8f_t + E_0'(\varepsilon - \varepsilon_0) \quad \varepsilon_0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{tu}$$

式中: ε_{tu} —— 极限拉应变。

截面开裂时, 受拉区平均应力系数 a_t 和形心系数 K_t 为:

$$a_t = \frac{\int_0^{\varepsilon_{tu}} \sigma_t d\varepsilon}{\varepsilon_{tu} f_t}, \quad K_t = 1 - \frac{\int_0^{\varepsilon_{tu}} \sigma_t \varepsilon d\varepsilon}{\varepsilon_{tu} \int_0^{\varepsilon_{tu}} \sigma_t d\varepsilon}$$

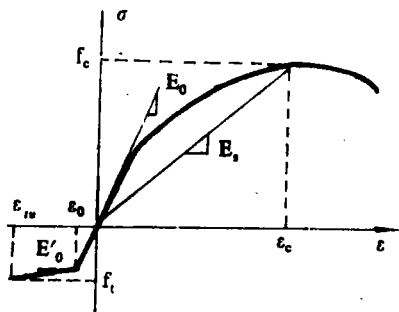
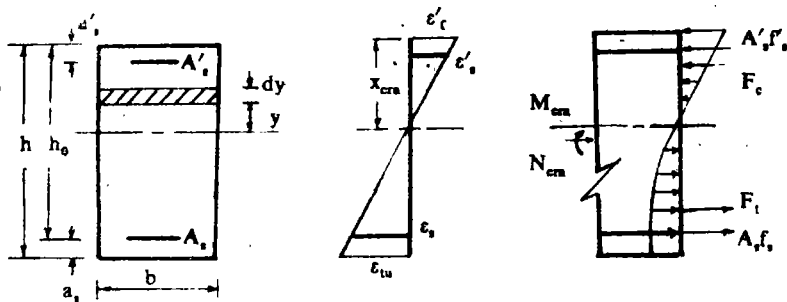


图 4 混凝土应力应变关系图

在 M_{cra} 、 N_{cra} 的联合作用下, 即将开裂时正截

面的应力应变分布见图 5。为了进行数值分析, 把混

凝土沿高度分成若干个小单元, 并设每个小单元上的应力均匀分布, 由图 5(c) 的平衡条件得到两个方程:



(a) 截面

(b) 应变分布

(c) 应力分布

图 5

$$\int_0^{x_{cra}} \sigma_c(\varepsilon) b dy - \int_0^{h-x_{cra}} \sigma_t b dy + A'_s f'_s - A_s f_s = N_{cra}$$

$$\int_0^{x_{cra}} \sigma_c b y dy - \int_0^{h-x_{cra}} \sigma_t b y dy + A'_s f'_s (x_{cra} - a'_s) + A_s f_s (h - x_{cra} - a_s) = M_{cra} - N_{cra} \cdot (h/2 - x_{cra})$$

若用平均应力系数和形心系数表示, 则上述方程为:

$$a_c f_c b x_{cra} - a_s f_t b (h - x_{cra}) + A'_s f'_s - A_s f_s = N_{cra} \quad (7)$$

$$a_c f_c b x_{cra}^2 (1 - K_c) + a_s f_t b (h - x_{cra})^2 (1 - K_t) + A'_s f'_s (x_{cra} - a'_s) + A_s f_s (h - x_{cra} - a_s) = M_{cra} - N_{cra} (h/2 - x_{cra}) \quad (8)$$

由变形相容条件得变形相容方程:

$$\frac{\varepsilon'_c}{x_{cra}} = \frac{\varepsilon'_s}{x_{cra} - a'_s} = \frac{\varepsilon_s}{h_0 - x_{cra}} = \frac{\varepsilon_{tu}}{h - x_{cra}} \quad (9)$$

在一般情况下可以用逐步迭代法求抗裂弯矩 M_{crn} 和塑性系数 γ_m 。

2.3 受弯构件的抗裂计算

在式(7)、(8)中令 $N_{crn} = 0$ 得到受弯构件的平衡方程为:

$$a_c f_c b x_{crn} + A_s f_s' = a_t f_t b (h - x_{crn}) + A_s f_s \quad (10)$$

$$M_{crn} = a_c f_c x_{crn}^2 (1 - K_c) + a_t f_t b (h - x_{crn})^2 (1 - K_t) + A_s f_s' (x_{crn} - a_s') + A_s f_s (h - x_{crn} - a_s) \quad (11a)$$

从式(11a)可得受弯构件截面的塑性抵抗矩为:

$$W_s = M_{crn} / f_t = \frac{1}{f_t} [a_c f_c x_{crn}^2 (1 - K_c) + a_t f_t b (h - x_{crn})^2 (1 - K_t) + A_s f_s' (x_{crn} - a_s') + A_s f_s (h - x_{crn} - a_s)] \quad (11b)$$

所以计算受弯构件塑性系数的步骤为:

- ①利用(1)式计算受拉边缘的极限拉应变;
- ②用假定的中和轴高度 x_{crn} 由变形相容方程(9)式求应变, 并利用已知的应力应变关系求平均应力系数和形心系数;
- ③逐步迭代求出满足平衡方程(10)的 x_{crn} ;
- ④用材料力学方法求 W_0 , 用式(11b)计算 W_s ;
- ⑤将 W_0 和 W_s 值代入(4)式得塑性系数 γ_m 。

利用上述方法对收集到的试验梁和本文 14 根试验梁进行分析计算, 并与试验结果比较。在收集到 260 根梁的 267 个试验数据中, 有 103 个数据来自跨高比较小梁的试验结果, 在跨高比大于 2 的 164 个数据中, 若不计配筋率 $\rho > 1\%$ 及 $\gamma_m^s > 2$ 的试验资料, 则 $\rho < 1\%$ 、 $\gamma_m^s < 2$ 的试验数据共有 117 个。将跨高比较大的 117 个试验资料所得 γ_m 的试验值 γ_m^s 与按式(1)经迭代法数值计算的 γ_m 的计算值 γ_m^i 比较, 其 γ_m^s / γ_m^i 值的平均值、标准差和变异系数见表 1, 可以看出计算值与试验值符合很好, 间接证明本文提出受拉边缘极限应变计算公式的正确性和数值计算方法的适用性。

表 1

资料来源	数 量	γ_m^s / γ_m^i 平均值	均方差 σ	变异系数 δ
前人试验资料	117	1.034	0.151	0.146
本文试验资料	14	0.963	0.075	0.078

3 结束语

钢筋混凝土梁正截面抗裂计算是一个较为重要, 但又不易解决的问题, 一直受到国内外学术界和工程界的极大关注。事实上, 混凝土抗拉强度低、延性差的先天不足是造成混凝土结构、钢筋混凝土结构在拉力和冲击荷载等作用下过早发生构件裂缝的主要原因。因此, 研究混凝土及其配筋构件的抗裂性能不能仅停留在探讨合适的计算方法上, 重要的还

在于从根本上改善混凝土的抗裂等性能。近年来逐渐发展起来的纤维增强混凝土及其配筋结构,不仅具有混凝土及其配筋构件的优良性能,同时显著地提高了混凝土的变形能力,从根本上改善了混凝土的抗裂性能。

本文通过试验,探讨了钢筋混凝土短梁的受力性能,首先研究了梁受拉边缘极限拉应变与梁高 h 和梁跨高比 L/h 的关系,据此提出了正截面抗裂计算的数值计算方法,这不仅可供钢筋混凝土抗裂计算时作参考,而且可作为进一步研究钢纤维混凝土及其配筋构件正截面抗裂性能的基础。

参 考 文 献

- (1) 国家建委. 钢筋混凝土结构设计规范(TJ10-74)(试行). 1974年
- (2) 水利电力部. 水工钢筋混凝土结构设计规范(SDJ20-78). 1978年
- (3) 港口工程技术规范JTJ220-82(试行). 1982年
- (4) 丁自强. 水工钢筋混凝土构件截面抵抗矩塑性系数的计算. 水电建设参考资料. 1981年1月
- (5) 赵国藩. 预应力混凝土、钢筋混凝土和混凝土构件抗裂性通用计算方法. 土木工程学报. 1964年2月
- (6) 高丹盈,丁自强. 钢筋混凝土短梁正截面抗裂度的试验研究. 水力发电. 1989年4月
- (7) 赵国藩. 钢筋混凝土构件抗裂度和最大裂缝宽度的试验和计算方法. 建筑结构学报. 1980年4月
- (8) 蔡绍怀. 抗裂度塑性系数 γ_m 的取值方法的改进. 钢筋混凝土结构研究报告集. 1977年
- (9) 钢筋混凝土结构设计规范(TJ10-85)(征求意见稿第二稿). 1985年
- (10) 西德混凝土和钢筋混凝土结构设计和施工规范(DIN1045, 1972)
- (11) R.Pank and T.Paulay. Reinforced Concrete Structures

The Figure's Calculation Method of the Possitive Section Crack-Resistance of RC Members

Gao Danying DingZiqiang

(Department of Hgdraulic Engineering)

Abstract: By experimenting the reinforced concrete rectangular section short beams, this paper has studied the possitive crack-resistance calculation affected by span/height and height, presented the ultimate strain formula of pulled edge, which has considered the affect of span/height and height. Based on this, the figure's calculation method is used to research the crack-resistance plastic factor of the reinforced concrete rectangular section short beams. Compared with the experimented results, it has a good accodance.

Keywords: Reinforced concrete short beams, The ultimate strain of pulled edge, Plastic factor