

调压室涌波计算方法

马跃先 马家敏 季奎

(水利及环境工程系)

提 要: 本文介绍一种当水轮负荷发生变化时, 不忽略导叶启闭时间 ($T_g \neq 0$) 情况下, 计算调压室水位波动的数学模型, 并用相应的计算程序将计算结果和传统方法 ($T_g = 0$) 之结果进行比较, 说明此种算法较为合乎实际, 对实际工程计算具有借鉴意义。

关键词: 调压室, 水位波动, 计算方法

对于设有调压室的水电站, 当外界负荷发生变化时, 水轮机要通过导叶启闭改变水轮机的引用流量, 以保证输入输出能量持平。引用流量的变化要引起调压室水位波动, 此波动是否稳定, 取决于调压室横截面积的大小。由于根据调压室的基本方程简化后的数学模型中含有非线性项, 到目前为止还难以求出调压室稳定断面的准确解析解, 故在工程设计中, 往往是先给一个调压室断面, 然后对调压室的水位波动进行模拟计算。一方面要求出波动的最大幅值, 以确定调压室的高度, 另一方面要验证所选用的调压室断面是否满足稳定性要求。这项工作早期是用图解法进行, 近年来逐渐用计算机模拟计算替代。图解法通常不考虑调节方程, 故主要用来求第一振幅和第二振幅的幅值, 对研究波动是否稳定价值不大。有关文献表明, 近年来所用的模拟计算方法, 虽然考虑了调节方程, 但它认为, 水轮机的负荷是突然发生变化, 设导叶的启闭时间 $T_g = 0$ 。其理由是引水道一般较长, 故导叶启闭时间 $T_g \neq 0$ 的影响可忽略不计。我们在实验中发现, 当引水隧洞相对较短时, T_g 对波动的影响不容忽略, 另外, T_g 的大小对第一振幅出现的时间也有影响, 故本文介绍 $T_g \neq 0$ 时调压室水位波动的计算方法。文中仅用简单园筒式调压室为例来说明 $T_g = 0$ 和 $T_g \neq 0$ 两种计算间的差异, 其它类型的调压室可参照下面的方法作相同的处理。

1 调压室的基本方程

1.1 基本假设

- ①引水隧洞断面沿程不变;
- ②不考虑引水隧洞边壁的弹性;
- ③忽略调压室内水体的惯性;
- ④水轮机效率 η 为常数; 出力变化为 $\Delta N = N_2 - N_1$;

①收到日期: 1989.01.27

⑤对应 ΔN , 导叶有效启闭时间为 T_g ;

⑥在 T_g 时段内负荷按线性规律变化。

1.2 开敞式调压室的基本方程

$$\text{连续方程: } Q = fV + F \frac{dZ}{dt} \quad (1)$$

$$\text{运动方程: } \frac{L}{g} \frac{dV}{dt} = Z - \alpha V^2 \quad (2)$$

$$\text{调速方程: } N - N_1 = 9.81\eta[Q(H_0 - Z) - Q_1(H_0 - Z_1)] \quad (3)$$

其中:

Q —水轮机的引用流量;

N —某时刻水轮机的出力;

Z —某时刻调压室水位, $Z_1 = \alpha V_1^2$,

$$Z_2 = \alpha V_2^2;$$

V —引水隧洞流速;

L —引水隧洞长度;

H_0 —水电站的毛水头;

α —引水隧洞总的水头损失系数;

F —调压室横断面积;

f —引水隧洞的横断面积;

g —重力加速度。

下标“1”表示波动前稳定状态之参数; 下标“2”表示波动后稳定状态之参数。

1.3 气压式调压室的基本方程

$$\text{连续方程: } Q = fV + F \frac{dZ}{dt} \quad (1a)$$

$$\text{运动方程: } \frac{L}{g} \frac{dV}{dt} = Z - (P - P_a) - \alpha V^2 \quad (4)$$

$$\text{气体方程: } PV^n = P_1 V_1^n \quad (5)$$

$$\text{调速方程: } N - N_1 = 9.81\eta[Q(H_0 - Z + P - P_a) - Q_1(H_0 - Z_1 + P_1 - P_a)] \quad (6)$$

其中:

V —调压室内气室体积;

P —某时刻调压室内气体压力;

P_a —调压室外大气压力;

(以米水柱计)

l —调压室气室的等效高度;

n —气体常数, $n = 1.0 \sim 1.4$ 。

其余符号的意义同前。

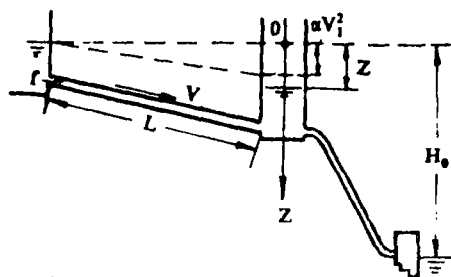


图1 设有开敞式调压室的水电站引水系统示意图

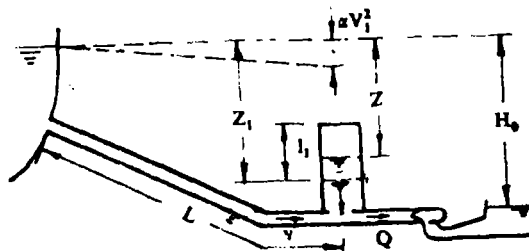


图2 设有气压式调压室的水电站引水系统示意图

2 建立数学模型

2.1 开敞式调压室的数学模型

对于 $t < T_s$ 时段:

根据假设条件④、⑤、⑥调速方程可化为:

$$\frac{\Delta N}{T_s} \cdot t = 9.81\eta[Q(H_0 - Z) - Q_1(H_0 - Z_1)]$$

代入(1)式有:

$$V = \frac{Q_1(H_0 - Z_1)}{f(H_0 - Z)} + \frac{\Delta N \cdot t}{9.81\eta T_s f(H_0 - Z)} - \frac{F}{f} \frac{dZ}{dt} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= \frac{Q_1(H_0 - Z_1)}{f(H_0 - Z)^2} \frac{dZ}{dt} + \frac{\Delta N}{9.81\eta T_s f(H_0 - Z)} + \frac{\Delta N \cdot t}{9.81\eta T_s f(H_0 - Z)^2} \frac{dZ}{dt} \\ &\quad - \frac{F}{f} \frac{d^2 Z}{dt^2} \end{aligned} \quad (8)$$

将(7)、(8)式代入(2)式得:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 Z}{dt^2} &= \frac{\alpha f g}{LF} \cdot \left[\frac{Q_1(H_0 - Z_1)}{f(H_0 - Z)} + \frac{\Delta N \cdot t}{9.81\eta T_s f(H_0 - Z)} - \frac{F}{f} \frac{dZ}{dt} \right]^2 + \frac{Q_1(H_0 - Z_1)}{F(H_0 - Z)^2} \frac{dZ}{dt} \\ &\quad + \frac{\Delta N \cdot t}{9.81\eta T_s F(H_0 - Z)^2} \cdot \frac{dZ}{dt} + \frac{\Delta N}{9.81\eta T_s F(H_0 - Z)} - \frac{fg}{LF} Z \end{aligned} \quad (9)$$

当 $t = T_s$ 时, 根据(3)式可知, 水流供给水轮机的能量和水轮机的出力持平。按理想情况, 调速器的动作应该结束, 水轮机进入稳定工作状态。但是, 由于水流具有惯性, 这时调压室的水位不一定就是稳定后的水位, 水轮机的引用流量也不一定就是稳定后所需要的流量, 其中 H 和 Q 在水流惯性的作用下, 仍要发生变化, 而此时水轮机的出力又要和外界所需的负荷保持平衡, 故而, 调速器也要继续动作。

$$\text{由于 } \Delta N + 9.81\eta Q_1(H_0 - Z_1) = 9.81\eta Q_2(H_0 - Z_2)$$

故当 $t > T_s$ 时, (3)式变为:

$$Q(H_0 - Z) = Q_2(H_0 - Z_2)$$

代入(1)式得:

$$V = \frac{Q_2(H_0 - Z_2)}{f(H_0 - Z)} - \frac{F}{f} \frac{dZ}{dt} \quad (10)$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{Q_2(H_0 - Z_2)}{f(H_0 - Z)^2} \cdot \frac{dZ}{dt} - \frac{F}{f} \frac{d^2 Z}{dt^2} \quad (11)$$

将(10)、(11)代入(2)式得:

$$\frac{d^2 Z}{dt^2} = \frac{\alpha g f}{LF} \cdot \left[\frac{Q_2(H_0 - Z_2)}{f(H_0 - Z)} - \frac{F}{f} \frac{dZ}{dt} \right]^2 + \frac{Q_2(H_0 - Z_2)}{F(H_0 - Z)^2} \frac{dZ}{dt} - \frac{gf}{LF} Z \quad (12)$$

2.2 气压式调压室的数学模型

当 $t < T_1$ 时, 调速方程(6)化为:

$$\frac{\Delta N}{T_1} \cdot t = 9.81\eta[Q(H_0 - Z + P - P_s) - Q_1(H_0 - Z_1 + P_1 - P_s)] \quad (13)$$

设气压式调压室的形状为园柱体, 其它型式可化为等效园柱形⁽³⁾.

$$V = V_1 + F(Z - Z_1), \quad V = F \cdot l$$

$$\text{则 } P = \frac{P_1 l_1^n}{(l_1 + Z - Z_1)^n} \quad (14)$$

$$\text{令 } A = A(z) = H_0 - Z + \frac{P_1 l_1^n}{(l_1 + Z - Z_1)^n} - P_s$$

$$\text{其中 } A_1 = A(Z_1); \quad A_2 = A(Z_2)$$

将(13)、(14)式代入(1a)式得:

$$V = \frac{Q_1 A_1}{fA} + \frac{\Delta N \cdot t}{9.81\eta T_1 fA} - \frac{F dZ}{f dt} \quad (15)$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{Q_1 A_1}{fA^2} \left[1 + \frac{n P_1 l_1^n}{(l_1 + Z - Z_1)^{n+1}} \right] \frac{dZ}{dt} + \frac{\Delta N \cdot t}{9.81\eta T_1 fA^2} \left[1 + \frac{n P_1 l_1^n}{(l_1 + Z - Z_1)^{n+1}} \right] \frac{dZ}{dt} + \frac{\Delta N}{9.81\eta T_1 fA} - \frac{F d^2 Z}{f dt^2} \quad (16)$$

$$\text{令 } B = 9.81\eta T_1 fA$$

$$D = 1 + \frac{n P_1 l_1^n}{(l_1 + Z - Z_1)^{n+1}}$$

将(15)、(16)代入(4)式得:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 Z}{dt^2} = & \frac{\alpha g f}{LF} \left(\frac{Q_1 A_1}{fA} + \frac{\Delta N \cdot t}{B} - \frac{F dZ}{f dt} \right)^2 + \frac{g f}{LF} \frac{P_1 l_1^n}{(l_1 + Z - Z_1)^n} - \frac{g f}{LF} (Z + P_s) \\ & + \frac{Q_1 A_1 D}{FA^2} \frac{dZ}{dt} + \frac{\Delta N \cdot t \cdot D \cdot f dZ}{FB \cdot A dt} + \frac{\Delta N f}{FB} \end{aligned} \quad (17)$$

当 $t > T_1$ 时, 式(6)化为:

$$Q(H_0 - Z + P - P_s) = Q_2(H_0 - Z_2 + P_2 - P_s) \quad (18)$$

$$\text{令 } C_2 = Q_2(H_0 - Z_2 + P_2 - P_s)$$

将(18)式代入(1a)式有:

$$V = \frac{C_2}{Af} - \frac{F dZ}{f dt} \quad (19)$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{C_2 D}{fA^2} \cdot \frac{dZ}{dt} - \frac{F d^2 Z}{f dt^2} \quad (20)$$

将(19)、(20)代入(4)式得:

$$\frac{d^2 Z}{dt^2} = \frac{\alpha g f}{LF} \left(\frac{C_2}{A_f} + \frac{F}{f} \frac{dZ}{dt} \right)^2 + \frac{C_2 D}{FA^2} \frac{dZ}{dt} - \frac{g f}{LF} (Z + P_s) + \frac{g f}{LF} \frac{P_1 l_1^n}{(l_1 + Z - Z_1)^n} \quad (21)$$

3 编制计算程序中应注意的问题

3.1 程序的通用性和准确性

根据前面建立的数学模型(即式(9)、(12)、(17)和(21))编制程序,可模拟出简单园筒式调压室水位波动的全过程,从而求出波动的第一振幅和第二振幅幅值、判定所选用的调压室断面是否满足稳定性要求、计算波动衰减到允许范围所需要的时间等等。为了使程序具有通用性和准确性,需注意下面一些问题。

3.1.1 水轮机的效率

前面假定水轮机的效率在负荷变化和调压水位波动期间为常数,这对实际工程计算是不合适的,应该根据水轮机的综合特性曲线,在不同的工况采用相应的效率值。对于那些常用的水轮机综合特性曲线,已有现成的数据库可供使用。

3.1.2 阻抗和水头损失

文中为了表达方便,只列出了简单园筒式调压室的数学模型,在具体编制程序时可以考虑调压室的阻抗、调压室底部流速水头及压力管道的水头损失等因素。

3.1.3 导叶的启闭规律

负荷的变化规律取决于水轮机导叶的启闭规律,不一定严格按负荷呈线性变化,在程序中可以设置多种变化规律,如负荷按线性变化、流量按线性变化、或流量按其它函数曲线变化等。以便根据实际情况在计算中尽可能采用较接近者,但是,不管选用何种变化规律,都必须保证在 $t = T_s$ 时,前后两个数学模型具有相容性。

3.1.4 计算时段

T_s 和水位波动的总时间相比,相对要小的多,而步长的大小对 $t < T_s$ 时段的计算结果影响较大,为了提高计算精度又尽量少用机时,应该在 $t < T_s$ 和 $t > T_s$ 段采用不同的计算步长。

3.2 初始条件

本文提出的调压室涌波计算方法(简称新法)和常规方法的区别在于前者考虑了导叶启闭时间 T_s 的影响($T_s \neq 0$),后者则认为水轮机负荷是突然发生变化($T_s = 0$)。在数字模拟时所使用的初始条件是不同的。

3.2.1 新方法的初始条件

$$Z|_{t=0} = Z_1 \quad \frac{dZ}{dt}|_{t=0} = 0$$

3.2.2 常规方法的初始条件

开敞式调压室为:

$$Z|_{t=0} = Z_1 \quad \frac{dZ}{dt}|_{t=0} = \frac{Q_2(H_0 - Z_2)}{F(H_0 - Z_1)} - \frac{f}{F} V_1$$

气压式调压室为:

$$Z|_{t=0} = Z_1, \quad \frac{dZ}{dt}|_{t=0} = \frac{C_2}{FA_1} - \frac{f}{F} V_1$$

4 算例分析

4.1 计算参数

$H_0 = 50$ 米; $F = 1.3F_{th}$, F_{th} 为托马断面; 水轮机额定出力 $N_p = 5$ 万千瓦; 引水隧洞粗糙系数 $n = 0.014$; 引水隧洞直径 $D = 6$ 米; $t < T_s$ 时段, 计算步长 $\Delta t = T_s / 150$ 秒, $t > T_s$ 时段, $\Delta t = 1$ 秒。用不同的隧道长度 L 和不同的导叶启闭时间 T_s 计算简单圆筒开敞式调压室的水位波动。

4.2 计算结果

4.2.1 负荷由 $N_1 = 5$ 万千瓦减到 $N_2 = 2$ 万千瓦的计算结果, 如表 1 所示。

表 1

幅 值 L 米		常规方法	新 方 法							
		0	0.2	1	4	8	10	15	30	50
200	Φ_1	6.023	5.89	5.97	5.98	5.68	5.53	5.01	2.85	
	Φ_2	6.394	6.33	6.31	6.25	6.01	5.85	5.27	2.7	
300	Φ_1	6.05	5.99	5.98	5.95	5.86	5.79	5.55	4.33	2.45
	Φ_2	6.38	6.32	6.30	6.28	6.17	6.10	5.82	4.48	2.01
500	Φ_1	6.69	6.59	6.58	6.57	6.53	6.5	6.38	5.77	4.45
	Φ_2	7.09	7.00	6.98	6.97	6.93	6.89	6.76	6.08	4.6
1000	Φ_1	8.07	7.89	7.88	7.87	7.86	7.84	7.80	7.54	6.95
	Φ_2	8.7	8.50	8.49	8.48	8.47	8.45	8.40	8.11	7.43
2000	Φ_1	10.11	9.71	9.70	9.69	9.69	9.68	9.67	9.56	9.3
	Φ_2	11.07	10.61	10.60	10.59	10.59	10.58	10.56	10.43	10.13

4.2.2 负荷由 $N_1 = 2$ 万千瓦增到 $N_2 = 5$ 万千瓦的计算结果, 如表 2。

其中 Φ_1 是第一周期的第一振幅, Φ_2 为第一周期的第二振幅。

4.3 结果分析

由上面两个表中的数值可以看出, 不管是增负荷还是减负荷, 当考虑水轮机导叶启闭时间 T_s 的影响时, 调压室水位波动的第一振幅值和第二振幅值都比认为 $T_s = 0$ 时的对应幅值小, 二者之间的差别是随着 L 的减小、 T_s 的增大而越来越明显, 这种结果已被实验所证实, 也符合我们通常的概念。另外, 在计算过程中发现, 考虑导叶启闭时间 T_s 时, 并不影响水位波动的周期, 对波动衰减速度的影响也可忽略不计。对第一振幅出现的时间影响较大, 这在作水击、水位波动联合计算时应考虑进去。

由上面的分析, 我们可以得出结论: 当引水隧洞相对较短时, 计算调压室的水位波动应考虑导叶启闭时间 T_s 的影响。

表 2

		常规方法	新 方 法							
L 米	Ts 秒 幅 值 米	0	0.2	1	4	8	10	15	30	50
200	Φ_1	7.03	6.78	6.76	6.69	6.41	6.21	5.25	2.74	
	Φ_2	5.80	5.61	5.60	5.54	5.33	5.18	4.66	2.32	
300	Φ_1	7.08	6.80	6.79	6.75	6.63	6.54	6.22	4.62	2.20
	Φ_2	5.58	5.38	5.37	5.35	5.26	5.19	4.96	3.79	1.63
500	Φ_1	8.07	7.67	7.66	7.64	7.57	7.53	7.36	6.51	4.75
	Φ_2	6.21	5.94	5.93	5.91	5.87	5.84	5.73	5.14	3.86
1000	Φ_1	10.65	9.79	9.79	9.77	9.74	9.72	9.65	9.24	8.30
	Φ_2	7.71	7.19	7.18	7.17	7.15	7.14	7.06	6.84	6.23
2000	Φ_1	17.82	14.43	14.43	14.42	14.40	14.39	14.34	14.07	13.43
	Φ_2	10.38	8.87	8.87	8.87	8.86	8.85	8.83	8.70	8.39

参 考 文 献

- 【1】 王树人 董毓新. 水电站建筑物. 清华大学出版社. 1984.7
 【2】 杨毓引等. 电子计算机应用数学. 第一册. 冶金出版社. 1979.7
 【3】 郭军. 阻抗孔对减少气压式调压室稳定断面面积的研究. 水电能源科学1987.12. 第5卷. 第四期

The Calculation Methods of Oscillation in Surge Chambers

Ma Yaoxian Ma Jiamin Ji Kui

(The Dept. of Water Conservancy Engineering)

Abstract: In the paper, a new mathematical model for calculating oscillation in surge tanks, when a large load change occurs in the turbine, the affection of the time when the valves of the turbine turn on or off being not neglected, is presented.

By comparing the calculation results of this method with the result of traditional method, the new method is reasonable and practical. It provides a new model for practical project calculation.

Keywords: surge chamber, oscillation, calculation method