

# 初始缺陷对钢压弯构件稳定 极限荷载的影响

蔡春生 王国周

(清华大学)

**提 要:** 本文建立了压弯构件在各种受荷失稳模式下极限荷载分析的统一模型并编制了相应的数值计算程序。在每种失稳模式下都和有关实验结果(包括本文作者实验结果)进行了比较,证实了本文程序的极好的可靠性。利用本文程序进行了计算机模拟系列计算,分析了初始缺陷对压弯构件(尤其是对双向偏压构件)极限荷载的影响特性。

**关键词:** 残余应力, 变形, 极限荷载, 稳定

实际使用的压弯构件都存在残余应力、初始变形等初始缺陷,它们对构件的稳定极限承载力产生不可忽视的影响。随着计算机的广泛使用,人们已从60年代开始进行了有关的研究,但对双向受荷构件则研究得较少。国内对双向受压构件的稳定极限承载力则研究得更少。虽然新编钢结构规范 GBJ-17-87 中对弯压构件采用了极限状态相关公式,使得各种受荷状态下的设计公式相互衔接,但对双向偏压情形其设计公式的理论基础并不充分,还需要进行大量的理论与实验工作。

本文先以开口截面为对象,建立双向压弯构件弯扭失稳极限荷载的分析模型。对于象箱形截面等闭口截面,由于可以忽略扭转变形的影响,可以利用上述模型比开口截面更加方便地进行分析。而对于轴心受压,单向偏心受压情形可以看成某一个或二个偏心值为零时的双向偏心受压的特殊情况。这样可以在统一模型下处理构件所能涉及到的轴心受压失稳、单向偏心受压平面内、平面外失稳以及双向偏心受压弯扭失稳全部问题,使得各种失稳状态的研究能相互衔接。利用这一统一的模型与相应的计算机程序可以全面地分析初始缺陷对压弯构件极限承载力的影响,以便为以后的规范修订提供必要的理论基础以及弥补国内在双向偏心受压方面研究的不足。

## 1 理论分析模型

现有的压弯构件极限承载力分析方法包括数值积分法、差分法、近似挠度法、有限元法等。本文所采用的影响系数矩阵法在文献<sup>〔1〕</sup>中被认为是最为精确的方法。它的基本思路是把结构进行纵向及截面离散,然后考察各个截面的内外力平衡条件。如果截面的内外

①收到日期: 1988.11.15

力平衡不能满足, 则通过一影响矩阵对假定的曲率及扭率等进行有效地修正。这样可以避免直接求解变系数(截面不断屈服引起)非线性稳定方程。

### 1.1 增量平衡方程

本文主要假定: ①材料为理想弹塑性; ②平截面假定; ③小变形假定; ④构件两端荷载相等。

为描述构件的变形, 引入如图 1(a)所示的两组坐标系。oxyz 为固定的整体坐标系,  $o'\xi\eta\zeta$  为随截面移动的局部坐标系。外荷载的正方向如图 1(b)所示。

由于要考虑部分截面进入塑性, 采用增量加载法。以“·”表示增量, 以“/”表示对纵轴求导。u、v、 $\Phi$  分别表示 x、y 方向的平移及截面绕纵轴的转角。以下标“o”表示初时值, 上标“k”表示 k 级荷载下的值。残余应力以  $\sigma_r$  表示。开口截面压弯构件在  $o'\xi\eta\zeta$  坐标系中的一般增量平衡方程为:

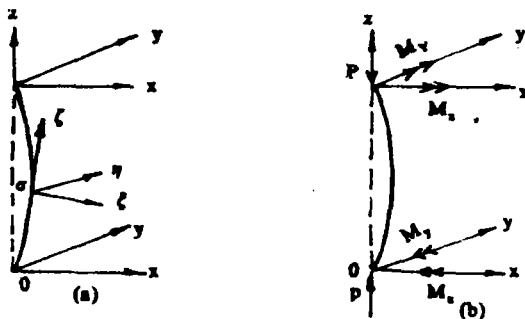


图 1

$$\begin{cases} \dot{M}_\xi = \dot{M}_x + (\Phi + \Phi_0)\dot{M}_y - (u' + u'_0)\dot{M}_z \\ \dot{M}_\eta = \dot{M}_y - (\Phi + \Phi_0)\dot{M}_x - (v' + v'_0)\dot{M}_z \\ \dot{M}_\zeta = \dot{M}_z + (u' + u'_0)\dot{M}_x + (v' + v'_0)\dot{M}_y \\ \dot{N}_\zeta = \dot{P} \end{cases} \quad (1)$$

式(1)中的  $\dot{M}_x$ 、 $\dot{M}_y$ 、 $\dot{M}_z$ 、 $\dot{P}$  是外荷载产生的力矩及轴力,  $\dot{M}_\xi$ 、 $\dot{M}_\eta$ 、 $\dot{M}_\zeta$ 、 $\dot{N}_\zeta$  是截面上应力合成的力矩及轴力, 其值如下:

$$\begin{cases} \dot{M}_\xi = \int E_t \dot{\epsilon}_B \eta dA \\ \dot{M}_\eta = \int E_t \dot{\epsilon}_B \xi dA \\ \dot{N}_\zeta = \int E_t \dot{\epsilon}_B dA \end{cases} \quad (2)$$

( $\dot{\epsilon}_B$  为弯曲应变增量、 $E_t$  为切线模量)

$$\begin{aligned} M_\zeta &= GK_T(\Phi' + \Phi'_0) + \bar{K}(\Phi' + \Phi'_0) - EI_w(\Phi''' + \Phi'''_0) \\ &= \frac{1}{3} \int Gt^3 dA (\Phi' + \Phi'_0) + \int E_t \epsilon [(\eta - \eta_0)^2 + (\xi - \xi_0)^2] dA \cdot (\Phi' + \Phi'_0) \\ &\quad - \int E_t \xi^2 (\eta - \eta_0)^2 dA (\Phi''' + \Phi'''_0) \end{aligned} \quad (3)$$

式(3)中的第一、二、三项分别为圣维南扭矩、华格纳扭矩及翘曲扭矩。 $\xi_0$ 、 $\eta_0$  为随截面塑性发展而移动的扭心坐标, 其值可由翘曲变形产生的截面轴力、弯矩合力为零条件确定: (以 w 表示翘曲)

$$\begin{cases} \dot{N}_w = \int E_t \dot{\varepsilon}_w dA = 0 \\ \dot{M}_{\zeta w} = \int E_t \dot{\varepsilon}_w \eta dA = 0 \\ \dot{M}_{\eta w} = \int E_t \dot{\varepsilon}_w \zeta dA = 0 \end{cases} \quad (4)$$

其中  $\dot{\varepsilon}_w$  为翘曲应变增量。

## 1.2 增量平衡方程的满足

对于真实结构, 内外力增量平衡方程是自然满足的。在数值求解中, 为了得到可靠的精度, 内外力增量的差值必须控制在允许范围内。对于给定的外荷载, 可以假定相应的曲率、轴向应变及扭率增量与之对应。如果平衡条件不能满足则必须对假定值进行修正, 直至平衡条件满足再进行下一级荷载的计算。修正过程利用影响系数矩阵分两步进行:

### 1.2.1 轴向应变增量及曲率增量的修正

设内外弯矩及轴力增量的差值为:

$$\begin{bmatrix} \delta \dot{M}_N \end{bmatrix}^K = \begin{bmatrix} \dot{M}_\eta \\ \dot{M}_\zeta \\ -\dot{P} \end{bmatrix}_{\text{外}}^K - \begin{bmatrix} \dot{M}_\eta \\ \dot{M}_\zeta \\ \dot{N}_\zeta \end{bmatrix}_{\text{内}}^K \quad (5)$$

则可以利用影响系数矩阵  $[GH]$  求解所需要的修正值  $\{\dot{\xi}'' - \dot{\zeta}'' - \dot{\varepsilon}_0\}_{\text{修}}^T$ :

$$\begin{bmatrix} \delta \dot{M}_N \end{bmatrix}_{3n \times 1}^K = [GH]_{3n \times 3n}^K \begin{bmatrix} \dot{\xi}'' \\ -\dot{\eta}'' \\ \dot{\varepsilon}_0 \end{bmatrix}_{\text{修}}^K$$

$$= \begin{bmatrix} G_{11}(n \times n) - H_{11}(n \times n) & -H_{12}(n \times n) & -H_{13}(n \times n) \\ -H_{21}(n \times n) & G_{22}(n \times n) - H_{22}(n \times n) & -H_{23}(n \times n) \\ -H_{31}(n \times n) & -H_{32}(n \times n) & -H_{33}(n \times n) \end{bmatrix}^K \begin{bmatrix} \dot{\xi}'' \\ -\dot{\eta}'' \\ \dot{\varepsilon}_0 \end{bmatrix}_{\text{修}}^K \quad (6)$$

式中  $\dot{\varepsilon}_0$  为轴向应变增量,  $n$  为构件的纵向分段数加 1,  $n \times n$  表示  $n$  阶方阵,  $H_{ij}(n \times n)$ 、

$G_{ij}(n \times n)$  分别为  $\{\dot{\xi}'' - \dot{\eta}'' - \dot{\varepsilon}_0\}_{\text{修}}^T$  的单位变化引起的内外力的变化, 其推导详见<sup>[2]</sup>。

### 1.2.2 扭率的修正

同理可以通过以下方程组求解所需的扭率修正值  $\{\dot{\Phi}''\}_{\text{修}}^K$ :

$$\begin{aligned} \{\delta \dot{T}\}_{n \times 1}^K &= \{\dot{M}_\zeta\}_{\text{外}}^K - \{\dot{M}_\zeta\}_{\text{内}}^K \\ &= [R(n \times n) + X(n \times n)]_{n \times n}^K \{\dot{\Phi}''\}_{\text{修}}^K \end{aligned} \quad (7)$$

其中  $R(n \times n)$  是  $\{\dot{\Phi}''\}$  的单位变化引起的圣维南扭矩及华格纳扭矩之和;  $X(n \times n)$  是  $\{\dot{\Phi}''\}$  的单位变化引起的翘曲扭矩的变化。其值详见<sup>[2][1]</sup>。

## 2 实验验证

按照以上建议的计算模型, 本文作者编制了相应的计算机程序, 实现了分析包括轴心受压、单向偏心受压平面内、平面外失稳、双向偏心受压弯矩失稳极限承载力的内在所有功能。经和清华大学土木系近年来进行的有关实验结果的比较证明本程序具有较好的精确性。在计算中采用实测的初始变形、残余应力及材性, 其值详见<sup>(2) (3) (4) (5)</sup>。所用截面为 16# 焊接工字钢。

### 2.1 理论计算和文献<sup>(2)</sup>双向压弯实验结果比较

表 1 理论值和文献<sup>(2)</sup>实验比较

试件号	计算长度 (cm)	绕弱轴 长细比	偏心值		实验值 (KN)	理论值 (KN)	实验值 理论值	失稳形式
			$e_x$ (cm)	$e_y$ (cm)				
900-1	113.6	33.4	3.5	9.0	253.6	261.2	0.970	整体弯扭
900-2	113.5	33.4	3.0	9.0	266.6	281.2	0.950	整体弯扭
900-3	113.7	34.5	1.0	3.0	519.4	496.4	1.050	整体弯扭
900-4	113.7	34.5	3.0	3.0	389.4	389.4	1.000	整体弯扭
1320-1	154.9	46.9	3.0	3.0	325.4	327.7	0.993	整体弯扭
1320-2	155.1	47.0	3.0	15.0	183.3	210.7	0.870	整体弯扭
1320-3	155.0	47.0	3.5	15.0	187.7	187.9	1.000	整体弯扭
1320-4	155.0	47.0	3.0	9.0	274.4	270.2	1.015	整体弯扭
1320-5	154.7	46.9	3.0	15.0	207.4	214.0	0.987	整体弯扭
1320-6	155.0	47.0	3.5	9.0	238.1	247.5	0.962	整体弯扭
1320-7	155.0	47.0	3.5	9.0	248.9	241.1	1.032	整体弯扭
2640-1	286.0	86.7	3.5	15.0	149.0	156.3	0.953	整体弯扭
2640-2	286.8	86.9	3.5	15.0	148.0	156.4	0.946	整体弯扭
2640-3	282.2	85.5	3.5	10.0	186.7	186.8	1.000	整体弯扭
2640-4	286.6	86.8	3.0	3.0	202.9	213.0	0.952	整体弯扭
2640-5	286.5	86.8	3.5	9.0	180.3	184.4	0.980	整体弯扭

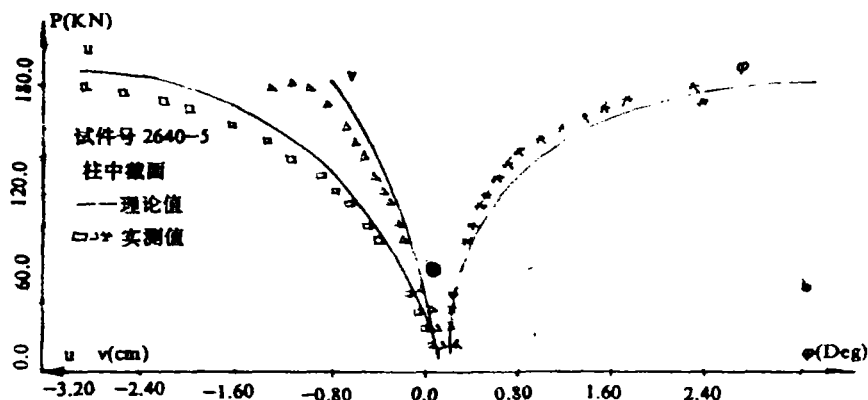


图 2 a) 荷载—位移曲线

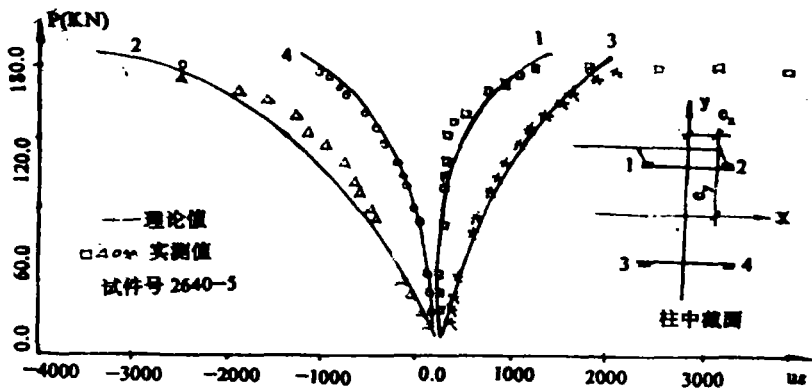


图2 b)荷载—应变曲线

为验证本程序的可靠性及填补国内工字形截面双向偏压实验数据的空白，本文作者进行了16根16<sup>#</sup>工字形截面柱的试验。其试验结果和理论计算结果的比较列于表1。图2还给出了理论和计算的荷载—位移曲线、荷载—应变曲线与实验结果比较的典型曲线。

2.2 理论计算和文献<sup>〔3〕〔4〕〔5〕</sup>实验结果比较

表2 理论值和文献<sup>〔3〕〔4〕〔5〕</sup>实验比较

试件号	参考文献	计算长度 (cm)	偏心值		实验值 (KN)	理论值 (KN)	实验值 理论值	失稳形式
			$e_x$ (cm)	$e_y$ (cm)				
C90	3	112.6	0	2.7	557.6	543.6	0.970	平面外 弯扭失 稳
C130-2	3	153.7	0	2.7	551.7	542.9	0.984	
C260-1	3	285.4	0	2.7	409.6	403.3	0.984	
B90	3	112.2	0	8.1	406.7	358.6	0.882	
B130-2	3	153.7	0	8.1	344.9	353.9	1.020	
B260-1	3	285.6	0	8.1	275.4	281.3	1.020	
B390	3	410.7	0	8.1	198.0	195.8	0.989	
A260-1	3	285.4	0	21.5	151.9	158.2	1.040	
A390	3	417.5	0	21.5	108.8	105.3	0.968	
1320-P1	4	153.6	2.15	0	448.2	414.5	0.925	平面内 弯曲失 稳
1320-P2	4	153.6	2.20	0	438.2	411.2	0.938	
1980-P2	4	219.6	2.15	0	335.8	346.5	1.032	
2640-P1	4	285.6	2.00	0	300.1	281.7	0.939	
3300-P1	4	351.6	2.00	0	240.0	245.9	1.025	
1320-1	5	150.7	0	0	666.4	665.8	0.999	绕弱轴 失稳
1980-2	5	217.7	0	0	540.9	563.3	1.041	
2640-2	5	288.6	0	0	485.1	468.7	0.966	
3300-5	5	355.2	0	0	383.2	392.0	1.023	
3300-1*	5	348.7	0	0	570.9	547.0	0.958	

\* 为退火构件。

将双向偏心弯扭失稳计算程序退化为单向偏心、轴心受压失稳极限承载力计算,与文献<sup>[3][4][5]</sup>的所有实验结果进行比较,结果吻合良好。当一种构件有几个时,选择其中一根比较并列于表2。

通过理论计算与实验结果的广泛比较说明本程序可用来作为实验模拟的工具,系统地分析初始缺陷对压弯构件极限承载力的影响特性,尤其是弥补国内对双向偏心构件研究的不足。

### 3 初始缺陷对压弯构件极限承载力的影响

#### 3.1 初始变形的影响

计算中  $u_0$ 、 $v_0$  取为  $1/1000$ ;  $\Phi_0$  取为  $1/500D$ , 并假定按半正弦波沿纵向分布。 $D$  为截面高度,  $l$  为构件长度。截面形式为 16<sup>#</sup> 焊接工字钢, 材料为 3 号钢。计算中发现, 初始变形对轴心受压时的影响最大, 随差偏心值的增大, 其影响逐渐减小。图 3 给出了几种不同偏心组合时初始变形的影响情况。当偏心较小 ( $e_x = 1.0\text{cm}$ ,  $e_y = 3.0\text{cm}$ ) 时, 最大影响可达 13%, 主要影响为中长细比构件。

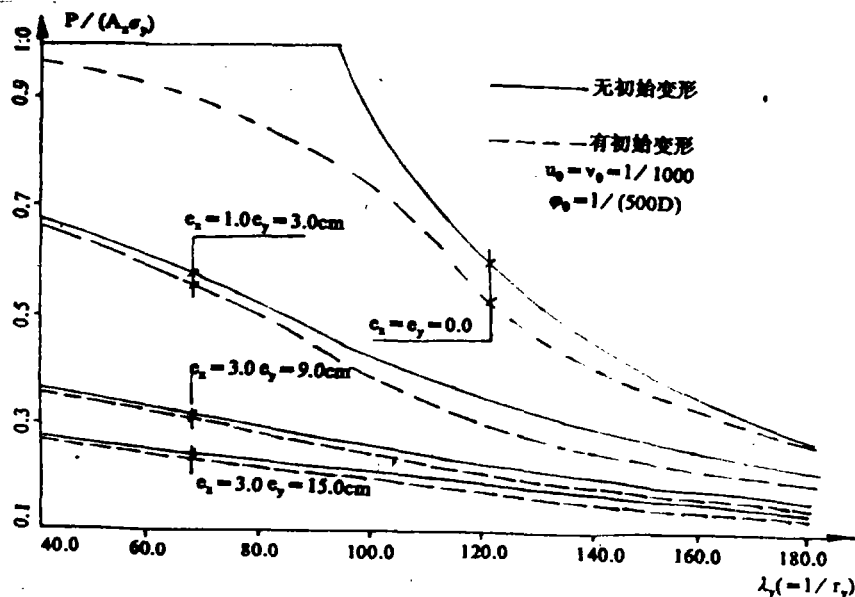


图 3 初始变形对极限承载力的影响比较

#### 3.2 残余应力对压弯构件极限承载力的影响

按下列三种残余应力模型见图 4 考察它们对极限承载力的影响。第一种为实测的 16<sup>#</sup> 工字钢残余应力分布, 第二、三种分别为钢结构规范修订小组建议的焰切边焊接工字钢及轧制工字钢残余应力分布。以下用  $\sigma_r = 0, 1, 2, 3$  分别表示无残余应力及第一、二、三种残余应力。截面及材料同 3.1。

图5(a)给出了各种偏心组合下 $\sigma_r=1$ 时对极限力的影响。可以看到，随着偏心值的增大其影响减小。三种偏心组合下残余应力的最大影响依次为31%、20%、16%。和偏心受压相比，双向偏心压弯时残余应力敏感区不太明显，即不象轴心受压时一样，残余应力在某一区段的影响明显大于其余区段。还可以看到即使构件很长也受残余应力的影响，即为非弹性失稳。这是因为第一种残余应力分布中最大拉应力接近屈服应力、最大压应力也较大，当荷载很小时部分截面即进入塑性状态。

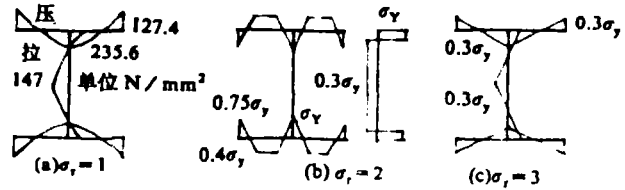


图4 残余应力分布模型

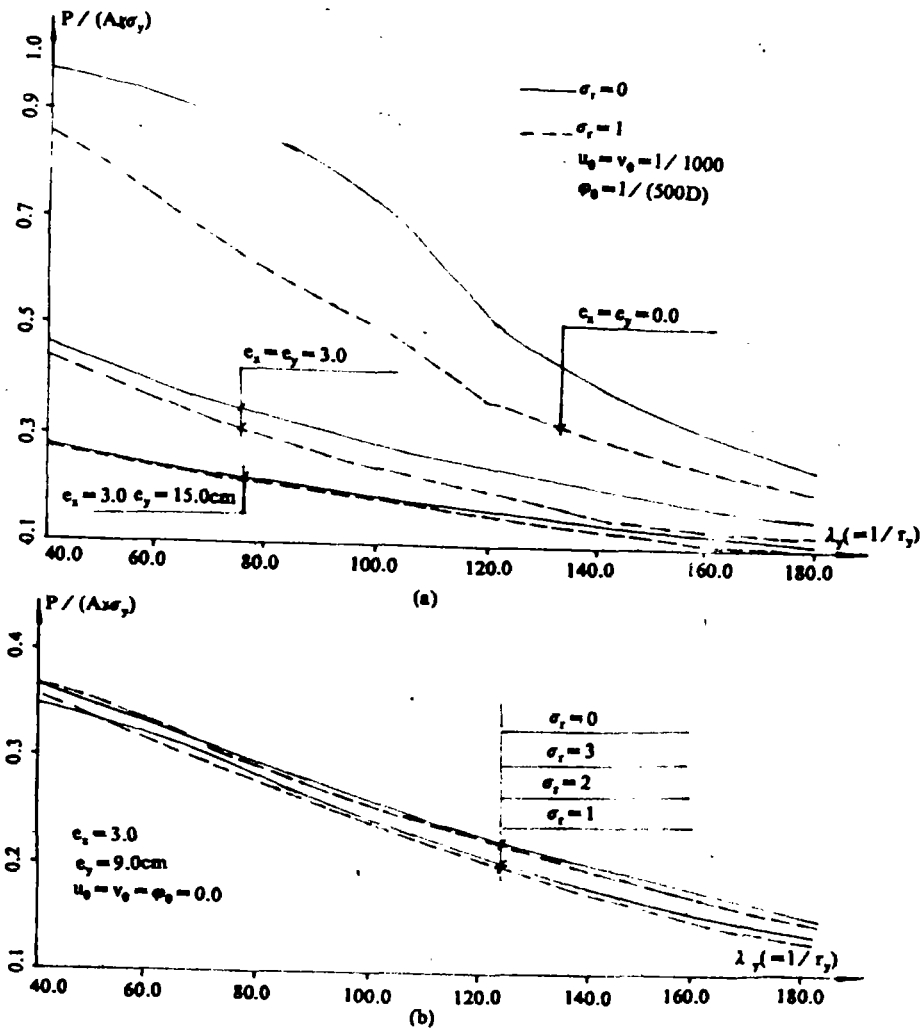


图5 残余应力对极限承载力的影响

图 5(b)给出了同一种偏心值下不同残余应力分布对极限承载力的影响。可以看到  $\sigma_r = 1$  的影响除长细比较小时外要比其它两种情况大。此外,当长细比较小时,第三种残余应力( $\sigma_r = 3$ )起有利影响。对于双向压弯场合,这一现象在其它文献中没有发现。经计算还发现随轴压力和弯矩的比值减小,出现这一现象的范围(指长细比  $\lambda_y$  而言)增大。对于这一现象在后面将进行简要解释。

和初始变形相比,残余应力的影响要大些,它们的综合影响小于两者单独影响之和。当柱端允许自由翘曲时,初始缺陷的影响规律和柱端翘曲完全约束基本相同。

#### 4 残余应力在特殊场合下起有利作用的解释

一般来说,由于残余应力的存在使得截面进入塑性状态的速度加快,刚度减小,位移加大,最后导致极限承载吃减小。但是,由于截面中存在部分区域的受荷应力和初始残余应力方向相反,残余应力的存在延缓这些区域进入塑性状态。因而并不能排除在特定的残余应力产生有利影响的可能。文献[3]中的单向偏心平面外失稳问题中也发现了类似的现象。为了解释这一现象,本文作者以图 5 中  $\sigma_r = 3$ ,  $\lambda_y = 60$  为例(这一点出现了这一现象)对整个构件的截面塑性发展情况进行了跟踪计算,其结

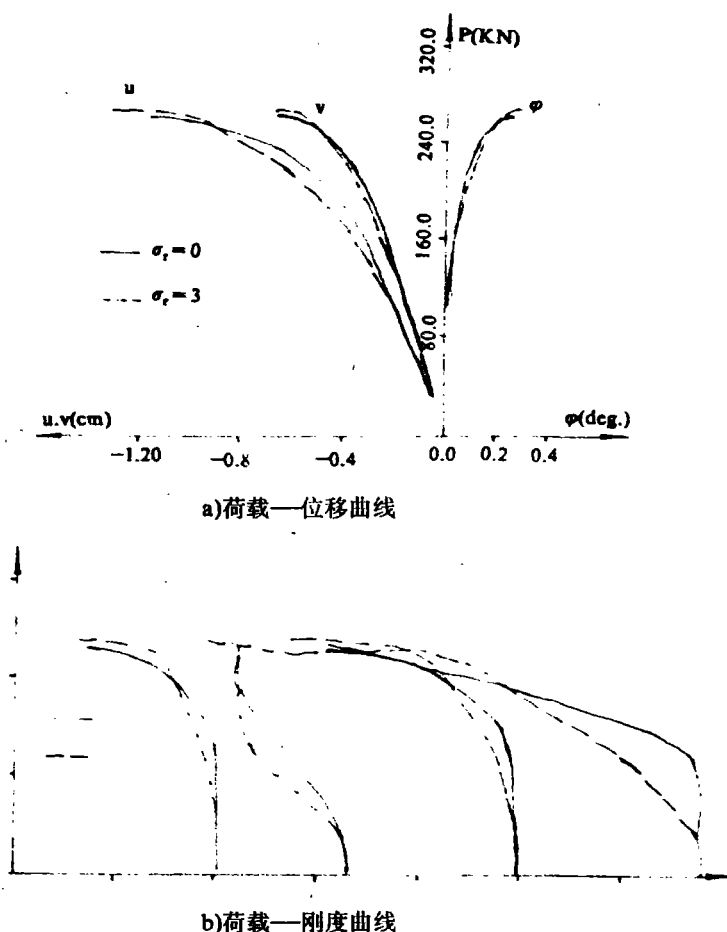


图 6  $\sigma_r = 0$ ,  $\sigma_r = 3$  时柱中截面荷载—刚度、位移曲线

果绘于图 6。从图 6 可以看到,当加载的初始阶段残余应力的存在使得位移增大,刚度减小,但当受压塑性区发展到翼缘和腹板的相交区时,该区的受拉区残余应力阻碍塑性的发展,使得和没有残余应力相比,其刚度增大,位移减小。即在曲线中出现交叉现象,最后使极限承载力略有提高。



## 5 结 论

以本文建立的计算模型编制的计算程序有效地实现了压弯构件在各种失稳模式下极限承载力的分析功能, 经和实验结果进行广泛比较证实了本文程序的精确性和多功能性。利用这一程序对初始缺陷的影响进行系统分析得到了许多有用的结果, 尤其是弥补了国内对双向受压弯扭失稳研究的严重不足。主要结论为:

- 5.1 初始变形对压弯构件极限承载力有影响, 主要影响对象为小偏心值下的中长细比柱。随着偏心值的增大这一影响逐渐减小。
- 5.2 残余应力对压弯构件极限承载力有明显影响。在双向偏心受压时, 其影响区(就长细比 $\lambda_y$ 而言)要比轴心受压时大, 即使构件长细比较大, 残余应力影响下的双向偏压构件仍可能是非弹性失稳。
- 5.3 残余应力在某些特殊场合下可能对极限承载力起有利影响。
- 5.4 残余应力的影响比初始变形( $u_0 = v_0 = 1/1000$ ,  $\Phi_0 = 1/500D$ )影响要大。它们的综合影响比单独之和要小。

## 参 考 文 献

- [1] W·F·CHEN and Atsuta T·. Theory of Beam-columns. Vol.2, MCGraw Hill, New York, 1977
- [2] 蔡春声. 清华大学项士研究生论文. 双向偏心受压焊接工型柱极限承载力的研究. 1987.11
- [3] 周正杰. 清华大学硕士研究生论文. 焊接工字钢偏心受压杆件考虑残余应力的弯扭屈曲. 1987.6
- [4] 陈文渊. 清华大学硕士研究生论文. 焊接工字钢偏心压杆承载能力研究—考虑残余应力的试验与理论分析. 1984.10
- [5] 胡军. 清华大学硕士研究生论文. 焊接工字钢轴心压杆承载能力研究—考虑残余应力的试验与理论分析. 1984.9

## The Influence of Initial Defects on The Buckling Ultimate carrying capacity of beam-columns

Cai Chunsheng

Wang Guozhou

(Civil Engineering Department

Tsinghua Hua University)

**Abstract:** A general model for the ultimate carrying capacity analysis of beam-columns has been established, and its numerical procedure has been programed in this paper. The theoretically calculated values of each buckling mode are compared with the experimental results

(下转 50 页)

- 【8】 谢育良, 李寿康等. 集中荷载下无腹筋钢筋混凝土约束梁的抗剪强度. 同济大学土建结构工程系, 1981,9
- 【9】 K.G.Moody, M.Viest etc. Shear Strength of Reinforced Concrete Beams. Part 2—tests of Restrained Beams Without Web Reinforcement, Journal ACI 1955,1
- 【10】 陈文钦, 牛绍仁, 秦文斌. 集中荷载下钢筋混凝土约束梁抗剪强度的试验研究. 重庆建筑工程学院论文单行本, 1984
- 【11】 卫纪德, 朱聘儒. 集中荷载作用下有腹筋钢筋混凝土约束梁抗剪强度. 哈尔滨建筑工程学院工程结构教研室, 1984,9
- 【12】 丁自强, 赵广田. 均布荷载作用下钢筋混凝土约束梁抗剪强度的试验研究. 水力发电, 1986,4
- 【13】 抗剪强度专题组. 钢筋混凝土偏心受压和偏心受拉构件抗剪强度的试验研究. 综合研究报告修改稿, 1981,11
- 【14】 抗剪强度专题研究组. 钢筋混凝土框架柱的抗剪强度. 建筑结构学报, 1987,3
- 【15】 丁自强, 黄相才. 集中荷载钢筋混凝土简支梁抗剪强度的试验研究. 水力发电, 1980,5
- 【16】 南京工学院, 天津大学. 预应力梁的拉剪强度计算. 钢筋混凝土结构研究报告选集[2]. 中国建筑工业出版社, 1981,9
- 【17】 混凝土结构设计规范修订组. 钢筋混凝土结构设计规范(送审稿), 1986,1
- 【18】 混凝土结构设计规范修订组. 混凝土结构设计条文说明(送审稿), 1986,1

## New Progress of Research on Shear Strength of Reinforced Concrete Elements

Ding Ziqiang  
(Hydr. Eng. Kept.)

**Abstract:** New progress of research on shear strength of reinforced concrete elements made in our country for the last ten years are briefly presented in this paper. Which involve: influence of ratio of shear span to effective depth and indirected load on shear strength; shear strength of continuous beams, reinforced concrete beam with bent-up bars and element with axilly load, etc.

**Keywords:** shear strength, reinforced concrete structure, structural member, researches

---

(上接 37 页)

to verify the validity of this program. With the help of this program, detail discussions of the effects of initial deflection and residual stress on the behavior of beam-columns, especially on the biaxially loaded beam-columns, have been conducted.

**Keywords:** Residual stress, deformation, ultimate load, stable