

# 连续深梁和短梁支座反力的分析及计算

刘立新 龚绍熙

(土建系)

**提 要:** 本文根据有限元方法计算的结果, 分析比较了连续深梁、短梁和浅梁支座反力的特点, 给出了均布荷载和集中荷载作用下的连续深梁和短梁支座反力的计算公式, 可供工程实践应用并可供编制《钢筋混凝土深梁设计规程》参考。

**关键词:** 连续梁, 深梁, 短梁

## 1 引 言

连续深梁和短梁是分别指跨高比  $l/h < 2.5$  和  $2.5 < l/h < 5$  的连续梁。和浅梁( $l/h > 5$ )主要以弯曲刚度承受横向荷载的方式不同, 深梁因跨高比较小作用于其上的荷载主要是通过压缩刚度和剪切刚度直接传到支座上, 而短梁则兼有深梁和浅梁的特点处于两种传力方式的过渡状态。我国新修订的《混凝土结构设计规范 GBJ10-89》首次列入了深梁的设计方法, 正在编制的《钢筋混凝土深梁设计规程》还将包括短梁的设计方法, 但因深梁和短梁与浅梁的传力方式不同, 其内力计算, 尤其是连续深梁和短梁的内力计算比较复杂。目前国外有的按浅梁的方法计算弯矩和剪力, 通过调整深梁的内力臂并编制成图表供设计人员采用<sup>〔1〕〔2〕〔3〕</sup>。前者混淆了不同传力方式的特点, 计算的内力不能反映实际受力情况; 后者虽然比较准确, 但表格过多不便应用, 而且由于计算程序、单元划分、计算简图等的差异, 计算结果也不尽一致。近年来, 国内一些学者进行了连续深梁内力计算的研究, 提出了改进的计算方法<sup>〔4〕〔5〕</sup>, 但需进行多次计算, 尚嫌不够简便。本文根据有限元方法计算的结果, 在分析连续深梁短梁和浅梁支座反力变化规律的基础上, 给出了直接计算支座反力的公式, 从而可以迅速、准确的求得连续深梁、短梁的内力并能与浅梁内力相衔接。

## 2 连续深梁和短梁支座反力的特点

### 2.1 均布荷载作用下

图 1~4 分别为两跨、三跨、四跨及五跨等截面连续梁的支座反力随跨高比的变化曲线。可以看出, 在满布均布荷载下随着传力方式的改变, 边支座的反力随跨高比的减小而增加, 第一内支座的反力随跨高比的减小而减小, 四跨和五跨连续梁的第二内支座反力随

①收到日期: 1989.05.11

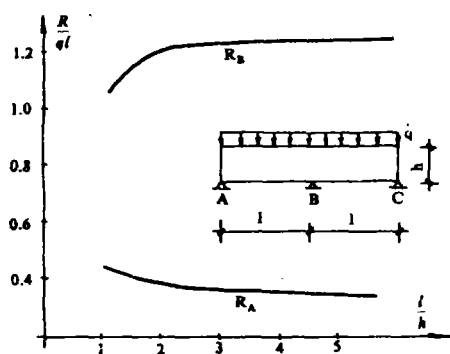


图 1

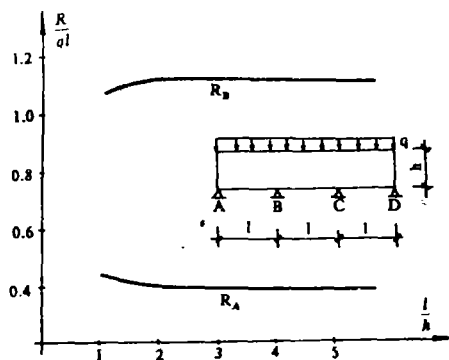


图 2

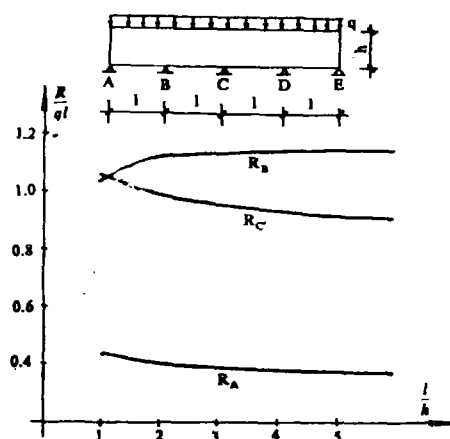


图 3

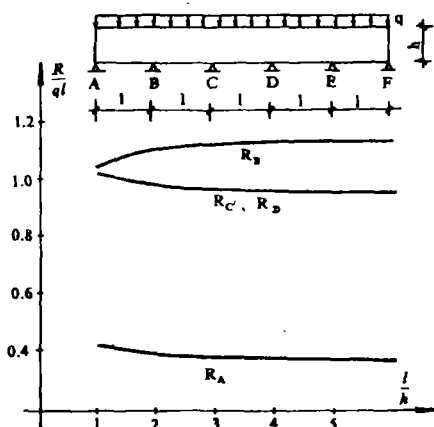


图 4

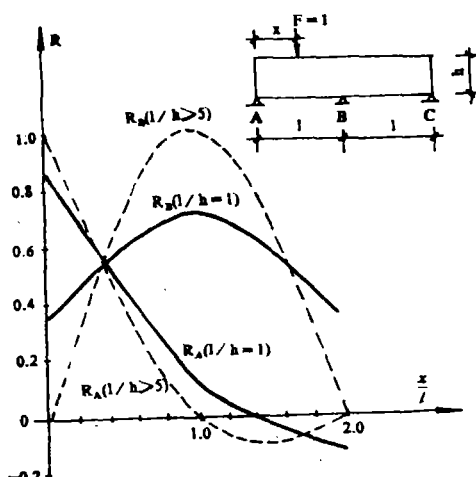


图 5

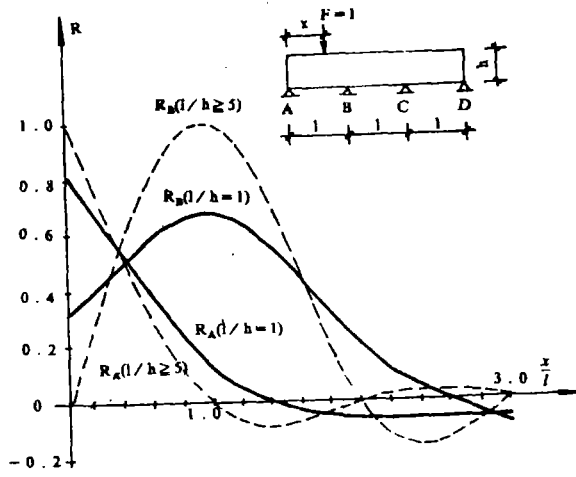


图 6

跨高比的减小而增大。当跨高比( $\frac{l}{h} < 2.5$ )时, 曲线较陡, 随着跨高比的增大曲线逐渐平缓并收敛于浅梁( $\frac{l}{h} > 5$ )。曲线的变化规律类似, 并随跨数的减小而变化更为显著。当荷载仅作用于某一跨或隔跨布置时, 支座反力变化规律和满布荷载时类似。

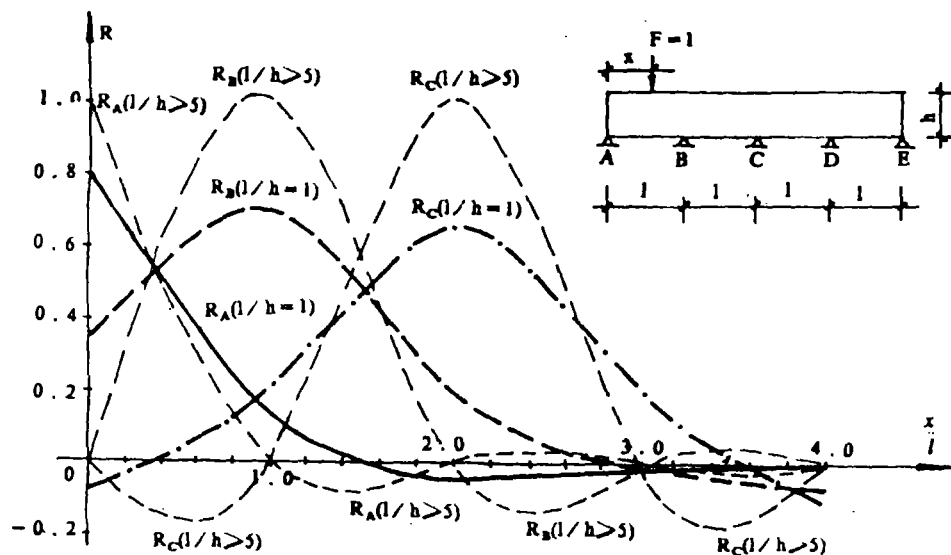


图 7

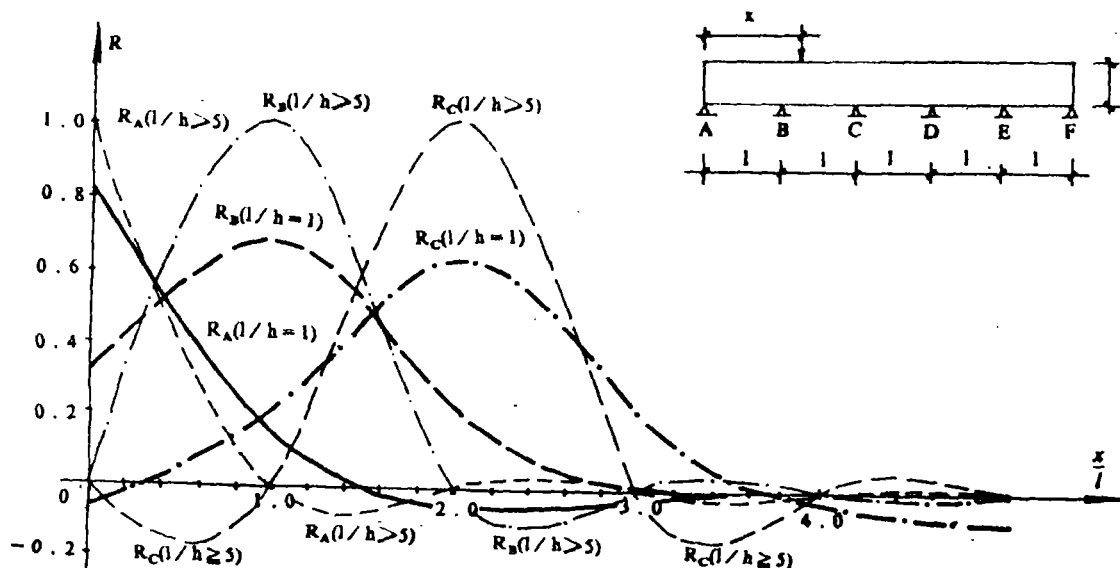


图 8

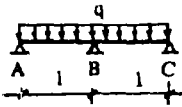
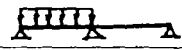
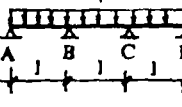
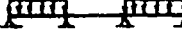


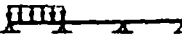
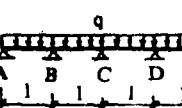
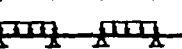
## 2.2 集中荷载作用下

图5~8分别为两跨至五跨连续梁在集中荷载作用下当跨高比 $l/h=1$ 及 $l/h>5$ 时支座反力的影响线,当 $l/h=1.5, 2.0$ 及 $2.5$ 时,其支座反力影响线介于图中两种情况之间。可以看出,当单位荷载作用于连续梁的某一支座上时,浅梁( $l/h>5$ )在该支座的反力为1,而其余各支座的反力均为0;对于 $l/h=1$ 的深梁,因其刚度很大荷载仍有一部分靠斜向受压作用而传到其它支座,因而荷载作用的支座反力小于1,其余各支座的反力也不为0。跨高比越小,差别越明显,跨高比增大时,差别也逐渐减小,这种变化反映了从深梁传力方式向浅梁传力方式的过渡。从图中还可看出,深梁支座反力影响线峰值及曲率均小于浅梁,支座反力从压力转为拉力的分界点也不在支座处,而在跨中的某一点处,跨高比越小,分界点跨支座越远,但曲线的类型仍然相同。

## 3 均布荷载下支座反力的计算公式

根据连续梁在均布荷载下支座反力变化的规律和文献<sup>〔1〕〔2〕〔3〕</sup>的计算结果,可以得到在各种荷载布置下的支座反力回归公式如表1所示。表2列出了三跨连续梁按表1公式计算的反力和按有限元方法计算的反力,从表中可看出,有限元计算结果相互之间存在一定差别。除少数情况外,表1公式给出的支座反力值大多介于有限元计算结果之间,并可与浅梁衔接。

表1 均布荷载下支座反力公式

计算简图	支 座 反 力
	$R_A / ql = 0.347 + 0.111h / l$
	$R_A / ql = 0.423 + 0.056h / l$
	$R_A / ql = 0.384 + 0.049h / l \quad R_B / ql = 1.116 - 0.049h / l$
	$R_A / ql = 0.462 - 0.038h / l \quad R_B / ql = 0.538 + 0.038h / l$
	$R_A / ql = -0.078 + 0.087h / l \quad R_B / ql = 0.578 - 0.087h / l$
	$R_A / ql = 0.349 + 0.128h / l \quad R_B / ql = 1.259 - 0.252h / l$
	$R_A / ql = 0.427 + 0.041h / l \quad R_B / ql = 0.681 - 0.162h / l$
	$R_A / ql = 0.380 + 0.052h / l \quad R_B / ql = 1.166 - 0.128h / l$ $R_C / ql = 0.907 + 0.154h / l$
	$R_A / ql = 0.453 - 0.022h / l \quad R_B / ql = 0.602 - 0.089h / l$ $R_C / ql = 0.454 + 0.075h / l$

续表 1

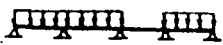

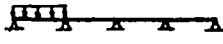
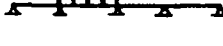
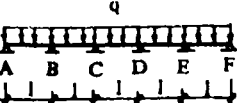


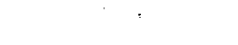

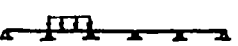
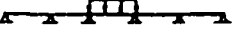

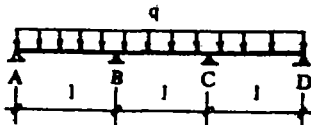
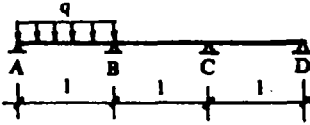
	$\begin{aligned} R_A / ql &= 0.353 + 0.115h / l & R_B / ql &= 1.297 - 0.333h / l \\ R_C / ql &= 0.305 + 0.286h / l \end{aligned}$
	$\begin{aligned} R_A / ql &= -0.050 + 0.023h / l & R_B / ql &= 0.452 + 0.098h / l \\ R_C / ql &= 1.205 - 0.267h / l \end{aligned}$
	$\begin{aligned} R_A / ql &= 0.427 + 0.004h / l & R_B / ql &= 0.685 - 0.170h / l \\ R_C / ql &= -0.149 + 0.210h / l \end{aligned}$
	$\begin{aligned} R_A / ql &= -0.077 + 0.086h / l & R_B / ql &= 0.578 - 0.093h / l \\ R_C / ql &= 0.603 - 0.134h / l \end{aligned}$
	$\begin{aligned} R_A / ql &= 0.381 + 0.052h / l & R_B / ql &= 1.160 - 0.123h / l \\ R_C / ql &= R_D / ql = 0.959 + 0.071h / l \end{aligned}$
	$\begin{aligned} R_A / ql &= 0.445 & R_B / ql &= 0.566 \\ R_C / ql &= R_D / ql = 0.488 \end{aligned}$
	$\begin{aligned} R_A / ql &= -0.074 + 0.075h / l & R_B / ql &= 0.603 - 0.145h / l \\ R_D / ql &= R_E / ql = 0.471 + 0.070h / l \end{aligned}$
	$\begin{aligned} R_A / ql &= 0.353 + 0.115h / l & R_B / ql &= 1.288 - 0.315h / l \\ R_D / ql &= 0.322 + 0.280h / l & R_E / ql &= 0.510 \end{aligned}$
	$\begin{aligned} R_A / ql &= 0.427 + 0.040h / l & R_B / ql &= 0.685 - 0.171h / l \\ R_C / ql &= -0.149 + 0.211h / l & R_D / ql &= 0.035 - 0.069h / l \end{aligned}$
	$\begin{aligned} R_A / ql &= 0.049 - 0.027h / l & R_B / ql &= 0.451 + 0.098h / l \\ R_C / ql &= 1.243 - 0.350h / l & R_D / ql &= 0.318 + 0.281h / l \end{aligned}$
	$\begin{aligned} R_A / ql &= 0.427 + 0.040h / l & R_B / ql &= 0.685 - 0.171h / l \\ R_C / ql &= 0.608 - 0.146h / l & R_D / ql &= -0.134 + 0.209h / l \end{aligned}$
	$\begin{aligned} R_A / ql &= 0.027 - 0.062h / l & R_B / ql &= -0.129 + 0.20h / l \\ R_C / ql &= R_D / ql = 0.602 - 0.140h / l \end{aligned}$

表 2

计算简图									
支座反力	$\frac{l}{h}$	表 1 公 式	有限元计算			表 1 公 式	有限元计算		
			文献[1]	文献[2]	文献[3]		文献[1]	文献[2]	文献[3]
$\frac{R_A}{ql}$	1.0	0.433	0.426	0.458	0.437	0.468	0.455	0.478	0.465
	1.5	0.416	0.416	0.428	0.413	0.455	0.456	0.468	0.459
	2.0	0.408	0.412	0.416	0.404	0.447	0.452	0.458	0.449
	2.5	0.403	0.410	0.409	0.400	0.443	0.448	0.450	0.442
	$>5$	0.394	0.400	0.400	0.400	0.435	0.433	0.433	0.433
$\frac{R_B}{ql}$	1.0	1.067	1.074	1.042	1.063	0.520	0.550	0.542	0.524
	1.5	1.083	1.084	1.072	1.087	0.573	0.573	0.555	0.563
	2.0	1.091	1.088	1.084	1.096	0.600	0.593	0.581	0.599
	2.5	1.096	1.091	1.091	1.100	0.616	0.608	0.602	0.621
	$>5$	1.106	1.100	1.100	1.100	0.648	0.650	0.650	0.650

#### 4 集中荷载作用下支座反力的计算

根据集中荷载下支座反力影响线变化的规律并考虑结构的对称性,用二次曲线拟合两跨及三跨连续梁的反力影响线,用三次曲线拟合四跨及五跨连续梁的反力影响线,并在曲线方程的系数中考虑跨高比的影响,即可得到集中荷载作用下连续梁支座反力计算公式,如表 3 所示。表 4 列出了按表 3 公式计算的两跨连续梁支座反力和按有限元方法计算的反力,可见按表 3 公式计算的结果是完全能够满足工程要求的。

表3 集中荷载下支座反力公式

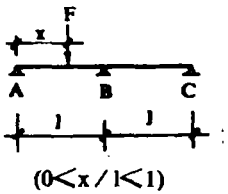
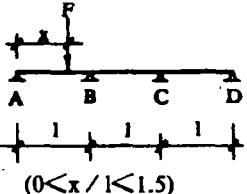
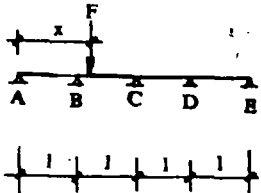
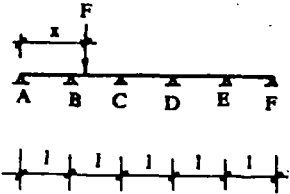
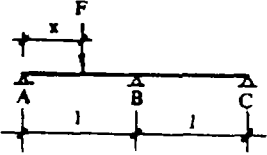
计算简图	支 座 反 力 公 式
 <p>(<math>0 &lt; x/l &lt; 1</math>)</p>	$R_A / F = 1.061 - 0.198h/l - (1.581 - 0.734h/l)x/l + (0.459 - 0.338h/l)x^2/l^2$
 <p>(<math>0 &lt; x/l &lt; 1.5</math>)</p>	$R_A / F = 1.089 - 0.232h/l - (1.746 - 0.809h/l)x/l + (0.628 - 0.394h/l)x^2/l^2$ $R_B / F = -0.159 + 0.413h/l + (2.620 - 1.806h/l)x/l - (1.400 - 0.978h/l)x^2/l^2$
 <p>(<math>0 &lt; x/l &lt; 2.0</math>)</p>	$R_A / F = 1.090 - 0.240h/l - (1.789 - 0.905h/l)x/l + (0.734 - 0.584h/l)x^2/l^2 - (0.053 - 0.088h/l)x^3/l^3$ $R_B / F = -0.171 + 0.428h/l + (2.886 - 2.096h/l)x/l - (1.950 - 1.537h/l)x^2/l^2 + (0.258 - 0.256h/l)x^3/l^3$ $R_C / F = 0.078 - 0.146h/l - (1.464 - 1.454h/l)x/l + (1.812 - 1.478h/l)x^2/l^2 - (0.402 - 0.307h/l)x^3/l^3$
 <p>(<math>0 &lt; x/l &lt; 2.5</math>)</p>	$R_A / F = 1.106 - 0.223h/l - (1.981 - 0.956h/l)x/l + (1.039 - 0.717h/l)x^2/l^2 - (0.167 - 0.144h/l)x^3/l^3$ $R_B / F = -0.236 + 0.467h/l + (3.442 - 2.426h/l)x/l - (2.765 - 2.022h/l)x^2/l^2 - (0.556 - 0.434h/l)x^3/l^3$ $R_C / F = 0.145 - 0.198h/l - (1.990 - 1.958h/l)x/l + (2.569 - 2.603h/l)x^2/l^2 - (0.676 - 0.514h/l)x^3/l^3$ $R_D / F = -0.034 + 0.0140h/l + (0.632 - 0.662h/l)x/l - (0.995 - 1.019h/l)x^2/l^2 - (0.341 - 0.311h/l)x^3/l^3$

表 4

计算简图								
$\frac{l}{h}$	$R/F$ 计算简图 $x/l$	0	0.2	0.4	0.5	0.6	0.8	1.0
1.0	表 3 公式	0.863	0.698	0.543	0.469	0.398	0.262	0.137
	有限元计算 { (1)	0.818	0.678	0.530	0.457	0.386	0.253	0.141
	(2)	0.867	0.716	0.560	0.485	0.409	0.274	0.174
	(3)	0.847	0.699	0.546	0.471	0.398	0.263	0.151
1.5	表 3 公式	0.929	0.720	0.529	0.441	0.358	0.205	0.071
	有限元计算 { (1)	0.908	0.721	0.531	0.439	0.351	0.194	0.073
	(2)	0.942	0.744	0.546	0.454	0.362	0.202	0.102
	(3)	0.930	0.733	0.536	0.441	0.351	0.071	0.071
2.0	表 3 公式	0.962	0.730	0.522	0.427	0.338	0.176	0.038
	有限元计算 { (1)	0.954	0.740	0.527	0.426	0.331	0.163	0.037
	(2)	0.979	0.756	0.538	0.437	0.337	0.168	0.062
	(3)	0.968	0.745	0.527	0.424	0.327	0.158	0.032
2.5	表 3 公式	0.981	0.737	0.518	0.419	0.325	0.159	0.018
	有限元计算 { (1)	0.976	0.748	0.524	0.419	0.321	0.148	0.020
	(2)	0.989	0.757	0.534	0.428	0.324	0.156	0.056
	(3)	0.981	0.748	0.522	0.416	0.317	0.145	0.018
>5	表 3 公式	1.021	0.750	0.510	0.403	0.301	0.124	-0.021
	有限元计算 { (1)	1.000	0.752	0.516	0.406	0.304	0.128	0
	(2)	1.000	0.752	0.516	0.406	0.304	0.128	0
	(3)	1.000	0.752	0.516	0.406	0.304	0.128	0

## 5 结 论

- 5.1 在均布和集中荷载作用下, 连续深梁和短梁的支座反力及内力与浅梁有明显的区别。
- 5.2 在分析等截面等跨连续深梁、短梁支座反力变化规律的基础上得到的反力计算公式可代替按有限元计算结果编制的图表, 满足工程要求。
- 5.3 对较复杂的情况, 如不等跨或变截面连续深梁和短梁的内力, 建议仍采用有限元方法计算。



## 参 考 文 献

- 【1】 许琪楼, 龚绍熙等. 等跨等截面连续深梁内力分析及计算图表. 郑州工学院, 1987.5.
- 【2】 钱国梁, 徐康明. 连续深梁内力分析, 武汉水利电力学院, 1986.12.
- 【3】 陈止戈, 许志雄等. 钢筋混凝土等截面连续深梁内力系数, 华南工学院, 1987.5.
- 【4】 许琪楼, 龚绍熙. 等跨等截面钢筋混凝土连续深梁内力计算—连续图表法. 郑州工学院学报 第9卷第4期, 1988.12.
- 【5】 Xu Qilou and Gong Shaoxi. The simplified methods calculating internal forces of reinforced concrete continuous deep beams. International conference on highrise buildings Proceedings II. Nanjing, China, March, 1989.

## Analysis and Calculation for Support Reactions of Continuous Deep Beams and Continuous Short Beams

Liu Lixin                      Gong Shaoxi

(Department of Civil Engineering and Architecture  
ZhengZhou Institute of Technology)

**Abstract:** In this paper, the characteristics of support reactions of continuous deep beams, continuous short beams and continuous slender beams are analysed and compared, according to the calculating results by finite element methods. The formulas calculating support reactions of such beams under distributed loads and a concentrated load are given, and these formulas can be used in practical structural engineering and can be as a reference for drawing out the Design Code of Reinforced Concrete Deep Beams of China.

**Keywords:** Continuous Beams, Deep Beams, Short Beams