郑 州 工 学 院 学 报

第9卷 第4期 JOURNAL OF ZHENGZHOU INSTITUTE OF TECHNOLOGY Vol.9, NO.4

1988年12月 December 1988

FUZZY拓扑空间中杨忠道定理的一个较简洁证明

赵万忠

（郑州工学院数力系）

提 要：本文首先给出两个十分明显的引理，随后给出Fuzzy拓扑空间中杨忠道定理的一个简洁证明。

关键词：拓扑空间，杨忠道定理

下面的两个引理是十分显然的

引理1 （1）对于Fuzzy拓扑空间（X，J）中的单承点集$\{x_\lambda\}$，要么$\{x_\lambda\}^d(x)=0$；要么$\{x_\lambda\}^d(x)>\lambda$；并且当$y\neq x$时，$\{x_\lambda\}^d(y)=\overline{\{x_\lambda\}}(y)$。

引理2 若对Fuzzy拓扑空间（X，J）中的Fuzzy集A及$x\in X$存在O_1、$O_2\in J$使得（1）$O_1(x)+A(x)\leqslant 1$；（2）对任何$y\neq x$ $O_2(y)+A(y)\leqslant 1$。则对任何$Z_\delta\leftarrow O_1\cap O_2$，$z_{1-\delta}$不是A的聚点。

事实上，令$O=O_1\cap O_2$，则对任何$x\in X$恒有$O(x)+A(x)\leqslant 1$

定理 在Fuzzy拓扑空间（X，J）中，任何Fuzzy集A的导集是闭集的充分必要条件是每一个单承点Fuzzy集的导集是闭集。

必要性显然，我们证明充分性。

证明 欲证A^d为Fuzzy闭集，只须证A^d的所有聚点皆属于A^d。若不然，则存在A^d的聚点$x_\lambda\bar{\in}A^d$。由$x_\lambda\in A^{dd}\subset\overline{A^d}\subset\overline{A}=A\cup A^d$得$x_\lambda\in A$。令$\mu=A(x)\geqslant\lambda$。考虑单承点集$\{x_\mu\}$。由假设$\{x_\mu\}^d$是Fuzzy闭集。

我们说$\{x_\mu\}^d(x)=\rho\equiv 0$。因为，若$\rho>0$，由引理1得$\rho>\mu\geqslant\lambda$。显然$x_\rho\bar{\in}A$且$x_\rho\in\{x_\mu\}^d=\overline{\{x_\mu\}}\subset\overline{A}=A\cup A^d\Rightarrow x_\rho\in A^d$。这与$x_\lambda\bar{\in}A^d$矛盾。

令 $O_1=\{x_\mu\}^{d\prime}\in J$，则$O_1(x)=1$。由$x_\lambda\bar{\in}A^d$且$x_\lambda\in A$得$x_\lambda$必不是A之聚点且$x_\lambda\in A$。于是存在$O_2\in J$使$x_{1-\lambda}\leftarrow O_2$且对任何$y\neq x$有 $O_2(y)+A(y)\leqslant 1$ （1）

令$O_3=O_1\cap O_2$，则$x_{1-\lambda}\leftarrow O_3$。由$x_\lambda$为$A^d$之聚点知存在$z\in X$使$O_3(z)+A^d(z)>1$。即$O_3'(z)<A^d(z)$，于是存在A之聚点$z_\delta$且使$O_3'(z)<\delta\leqslant A^d(z)$。

若$z\neq x$，则$O_1(z)=\{x_\mu\}^{d\prime}(z)\xlongequal{\text{引理}1}\overline{\{x_\mu\}}'(z)=\{x_\mu\}'^{0}(z)$。于是$1-\delta<O_3(z)\leqslant O_1(z)=\{x_\mu\}'^{0}(z)$。从而$z_{1-\delta}\leftarrow O_3\cap\{x_\mu\}'^{0}$。又 $\{x_\mu\}'^{0}(x)+A(x)\leqslant\{x_\mu\}'(x)+\mu=1-\mu+\mu=1$，而对任何$y\neq x$有$O_3(y)+A(y)\leqslant O_2(y)+A(y)\leqslant 1$。由引理2得$z_\delta$不是A之聚点，矛盾。故$z\equiv x$。于是$x_\delta$是A的聚点，并且有 O_3'

本文1987年10月10日收到

$(x) < \delta \leqslant A^d(x) < \lambda \leqslant A(x)$。从而存在 $y_1 \neq x$ 使 $O_3(y_1) + A(y_1) > 1$。但由（1）又有 $O_3(y_1) + A(y_1) \leqslant O_2(y_1) + A(y_1) \leqslant 1$，矛盾。

参　考　文　献

〔1〕 蒲保明、刘应明　不分明拓扑学I——不分明点的邻近构造与Moore——Smith式收敛。四川大学学报（自然科学版） 1977年第1期。

〔2〕 赵万忠　不分明拓扑空间中的Moore——Smith收敛及不分明紧性。河南省八四年数学会议宣读材料。

A Simpler Proof C、T、Yang's Theorem in Fuzzy Topology Space

Zhao Wanzhong

(Department of Mathematics and Dynamics)

Abstract: In this short paper,at first, We gaven two quite obvious lemmas; Next, We should shown C.T.Yang's Theorem in fuzzy topology.

Keywords: topologcal space, theorem by yang zhongcdao,