

用 夹 层 全 息 干 涉 法 测量受载薄板的应力

王伶俐 柯敬唐 赵才福

(郑州工学院数力系激光室)

摘要: 夹层全息干涉法首先是由 Nils Abramson 提出的。接着本文作者对夹层全息干涉法做了进一步的研究, 本文在此基础上, 对受载薄板弯曲变形情况进行了研究, 测试了周边固支, 中心受集中力作用圆板的应力, 并且与理论值进行了比较, 实验结果与理论解一致性较好。

关键词: 夹层全息, 应力。

1 引言

激光器的发明使古老的光学重新活跃起来, 使相干光的研究有了实用的意义, 并使一些陈旧的概念获得新的希望。Horman^[1] 是第一个将全息照相应用于干涉法。1965年, Powell和Stetson^[2] 把漫反射物体的全息干涉计量应用于振动方面。Burch, Collier, Hains和Hildbrand^[3] 研究了漫反射物体的变形和位移, 而Heflinger 和Brooks^[4] 则应用全息干涉法于空气动力学的测量。今天, 全息学已广泛地被用于机械、冶金、动力、土建、水工、地质、航空、造船等部门的设备、工程结构和工艺的研究。

自从Nils Abramson提出夹层全息干涉法以来, 用夹层全息干涉法测量结构的变形, 以及残余压力等也都有不少成果^[5-10], 实验证明这是一个十分有效的方法。但是, 还没有人对薄板的弯曲变形情况进行过讨论。本文在以上理论的基础上, 研究了对受载薄板变形情况, 测试了周边固支, 中心受集中力作用圆板的应力, 并且与理论值进行了比较, 实验结果与理论值一致性较好。

2 原理

夹层全息干涉法与双曝光法基本的区别是将被测物体变形前的波前状态同时记录在两

块相同的全息底片上, 又将变形后的波前状态也同时记录在另外两块全息底片上。经处理后, 将变形后的前块全息图和变形后的后块全息图按照前后顺序放回干版架上。〔10〕夹层全息干涉法的实验光路如文献〔9〕所示。

由文献〔5〕可知, 假若用夹层全息干涉法得到的干涉条纹为平行水平轴或平行竖直轴的条纹, 这时被测物体的变形角 ϕ_1 为

$$\phi_1 = \frac{1}{2} \arctg \frac{d \sin \phi_2}{L (n^2 - \sin^2 \phi_2)^{1/2}} \quad (1)$$

其中: d 、 n 分别为干版玻璃的厚度与折射率;

L 为被测物体到记录干版的距离;

ϕ_2 为干版架绕水平轴或竖直轴转动, 被测物体上某点条纹消失的转角, 即补偿角。

假若用夹层全息干涉法得到的条纹为斜条纹, 此时被测物体的变形角 ϕ_1 为

$$\phi_1 = [d / (2Ln)] \cdot \psi \cdot \tg \gamma \quad (2)$$

其中: ψ 为干版架绕竖直轴旋转的角度;

γ 为被测物体上斜条纹与竖直轴的夹角。

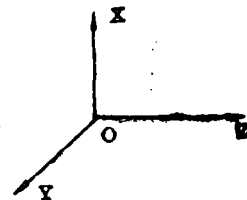
假若用夹层全息干涉法得到的干涉条纹是具有不同曲率的任意干涉条纹, 条纹的曲率半径与被测物体变形后的曲率半径有下列关系:

$$r_2 = [d / (2Ln)] \psi \cdot r_1 \quad (3)$$

$$r_2' = [d / (2Ln)] \psi \cdot r_1' \quad (4)$$

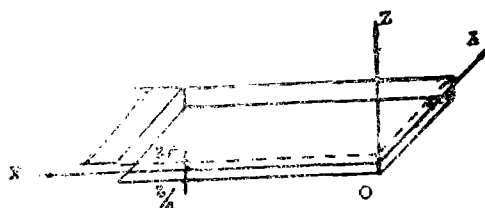
其中: r_2 、 r_2' 分别为干版架绕 x 、 y 轴转动, 转动 ψ 、 φ 角后得到干涉条纹的曲率半径;

r_1 、 r_1' 为被测物体在 XOZ 和 YOZ 平面内的曲率半径 (如左边坐标系)。



对于薄板弯曲的问题, 如图1所示, 当 $t \leq (\frac{1}{8} \sim \frac{1}{5}) b$ 时, 由弹性理论, 我们有

图1 薄板弯曲几何图



$$\sigma_x = -\frac{1}{t^3} \frac{2 M_x}{Z} = -\frac{M_x t}{2 I_x} \quad (5)$$

$$\sigma_y = -\frac{1}{t^3} \frac{2 M_y}{Z} = -\frac{M_y t}{2 I_y} \quad (6)$$

并且,

$$\begin{aligned} M_x &= -D \left(\frac{\partial^2 W}{\partial X^2} + \mu \frac{\partial^2 W}{\partial Y^2} \right) \\ &= +D \left(-\frac{1}{r_1} + \mu \frac{1}{r_1'} \right) \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} M_y &= -D \left(\frac{\partial^2 W}{\partial Y^2} + \mu \frac{\partial^2 W}{\partial X^2} \right) \\ &= D \left(\frac{1}{r_1'} + \mu \frac{1}{r_1} \right) \end{aligned} \quad (8)$$

其中: $D = \frac{Et^3}{12(1-\mu^2)}$ 为薄板的弯曲刚度。

也就是说,利用夹层全息干涉法,首先得到变形物体的干涉条纹,利用数值逼近方法^[9]求出干涉条纹的曲率半径 r_2 、 r_2' ,然后代入(3)和(4)式,求得 r_2 、 r_2' ,再代入(5)~(8)式,便可以求得薄板弯曲的应力了。

3 实验验证

实验试件是一个边界固支,中心处有集中力 P 作用的圆板,实验用的是He—Ne激光器,其功率为25mW。

由弹性理论知,此时圆板上各点的离面位移为

$$W = \frac{Pa^2}{16\pi D} \left(1 - \frac{r^2}{a^2} + 2 \frac{r^2}{a^2} \ln \frac{r}{a} \right) \quad (9)$$

其中: a 为圆板的半径。

设圆板中心处的挠度为 W_1 ,利用(9)式,我们有沿极坐标方向的应力分布

$$\sigma_r = -\frac{2EtW_1}{\pi(1-\mu^2)} \cdot \frac{\mu + (1+\mu)\ln\frac{r}{a}}{a^2 - r^2 + 2r^2\ln\frac{r}{a}} \quad (10)$$

$$\sigma_r = - \frac{2EtW_0}{\pi(1-\mu^2)} \cdot \frac{(1+\mu) \ln \frac{r}{a} + 1}{a^2 - r^2 + 2r^2 \ln \frac{r}{a}} \quad (11)$$

若已知 σ_x 、 σ_y 、 Z_{xy} 和X轴与r方向的夹角 α ，则 σ_r 为

$$\sigma_r = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\alpha + Z_{xy} \sin 2\alpha \quad (12)$$

其中： σ_r 、 σ_θ 分别为沿半径方向和环向正应力； α 为x轴与y轴与r方向的夹角。

这种情况下的实验应力值可由(5)、(6)两式给出。

实验中， $n=1.52$ ， $d=1.5\text{ mm}$ ， $L=1020\text{ mm}$ ，

$$\psi = (4.892 - 0.159) / 30$$

$$\varphi = (10.283 - 7.568) / 83$$

$$E = 0.72 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$$

$$\mu = 0.33$$

圆板受集中力P作用后的夹层全息干涉条纹，如图2所示。

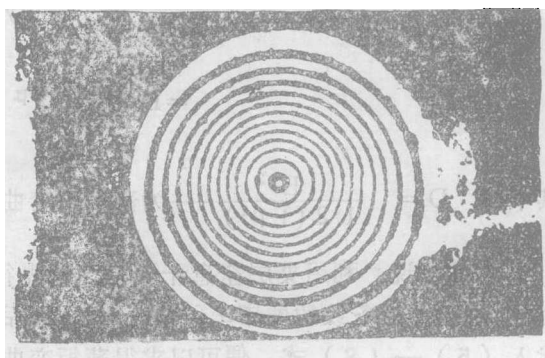


图2 圆板受集中力作用后的夹层全息干涉条纹

r_2' 为图3所示干涉条纹的曲率半径。以圆板中心为坐标原点，坐标方向如图3所示，在X轴方向上，所测点的间隔为3 mm，在图3中找出相应的y值，利用数值逼近方法^[9]，求出条纹曲线上相应点的曲率半径 r_2' ，再将以上各值代入实验值计算公式(6)、(8)，便求出 σ_y 值。

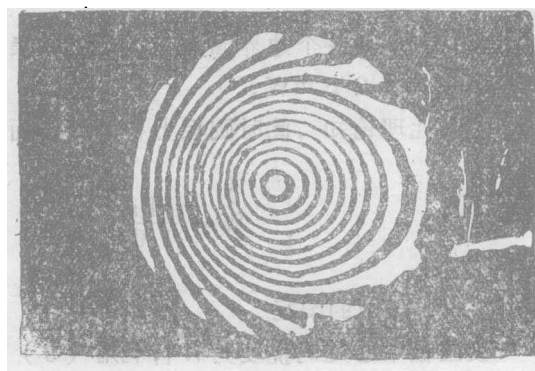


图3 圆板架绕X轴转动后的夹层全息干涉图

同理， r_2 为图4所示干涉条纹的曲率半径，用以上方法，仍然可以求出 r_2 ，再代入(5)、(7)两式，便可求出 σ_x 。

表1给出了当干版架以x轴为转轴, 转动0.0389弧度时, 第四级条纹图上各点 σ_y 验值和 σ_y 理论解。

表2给出了当干版架以y轴为转轴, 转动0.1578弧度时, 第三级条纹图上各点 σ_x 实验值和 σ_x 理论解。

在圆板上A点处, 由实验结果(表1、2)知

$$\sigma_x = 0.5116 \times 10^{-8} \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_y = 0.9443 \times 10^{-8} \text{ kg/cm}^2$$

$$\alpha = 171.5^\circ$$

先不考虑剪压力的作用, 将以上各值代入(12)式, 得

$$\sigma_r' = 0.5211 \times 10^{-8} \text{ (kg/cm}^2\text{)}$$

由表1、2中计算机结果知, A点处的 σ_r 理论值为

$$\sigma_r = 0.1953 \times 10^{-8} \text{ (kg/cm}^2\text{)}$$

其相对误差为

$$\delta = \frac{(0.5211 - 0.4953) \times 10^{-8}}{0.5211 \times 10^{-8}} \times 100\% = 4.94\%$$

从此结果可知, 在A点处的剪应力很小, 可以忽略不计。

4 结论

用夹层全息干涉法测量薄板弯曲是一种很有效的方法, 只要选择较好的逼近函数, 就会得到令人满意的结果。

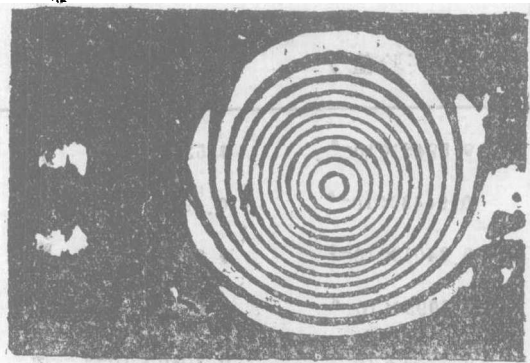


图4 干版架绕y轴转动后的夹层全息干涉图

表 1

σ_r (实验值)	σ_r (理论值)
0.5945×10^{-8}	0.5326×10^{-8}
0.9443×10^{-8}	0.4953×10^{-8}
0.3401×10^{-6}	0.3568×10^{-6}
0.5995×10^{-8}	0.3255×10^{-8}
0.2984×10^{-7}	0.3040×10^{-8}
0.5955×10^{-8}	0.2840×10^{-8}
0.3635×10^{-6}	0.2713×10^{-6}
0.3279×10^{-6}	0.2652×10^{-6}
0.2545×10^{-1}	0.2593×10^{-6}
0.3279×10^{-6}	0.2652×10^{-6}
0.3635×10^{-6}	0.2713×10^{-6}
0.5955×10^{-1}	0.2840×10^{-6}
0.2984×10^{-7}	0.3040×10^{-6}
0.5995×10^{-8}	0.3255×10^{-6}
0.3401×10^{-6}	0.3568×10^{-6}
0.9443×10^{-8}	0.4953×10^{-6}
0.5945×10^{-8}	0.5326×10^{-6}

表 2

σ_x (实验值)	σ_c (理论值)
0.1118×10^{-5}	0.1577×10^{-4}
0.3031×10^{-6}	0.2406×10^{-5}
0.2992×10^{-6}	0.1403×10^{-5}
0.1210×10^{-6}	0.8239×10^{-6}
0.4376×10^{-6}	0.6670×10^{-6}
0.5809×10^{-6}	0.5878×10^{-6}
0.1294×10^{-6}	0.5458×10^{-6}
0.5116×10^{-6}	0.4953×10^{-6}
0.1183×10^{-6}	0.4836×10^{-6}
0.5116×10^{-6}	0.4953×10^{-6}
0.1294×10^{-6}	0.5458×10^{-6}
0.5809×10^{-6}	0.5878×10^{-6}
0.4376×10^{-6}	0.6670×10^{-6}
0.1294×10^{-6}	0.8239×10^{-6}
0.2992×10^{-6}	0.1403×10^{-5}
0.3031×10^{-6}	0.2406×10^{-5}
0.1118×10^{-5}	0.1577×10^{-4}

● 考 文 献

- [1] M.H.Hermna, "An Application of Wavefront Reconstruction to Interferometry," Appl. Opt. 4, (1966), 333—336.
- [2] R.L.Powell and K.A.Stetson, "Interferometric Analysis by Wavefront Reconstruction," J.Opt.Soc. Amer., 55, (1965), 1593—1598.
- [3] K.A.Haines and Hildbrand, "Surface-Deformation Measurement Using the Wavefront Reconstruction Techniques", Appl. Opt., 5, (1966), 595—602.
- [4] R.E.Brooks et al, "Interferometry with a Holographically Reconstruction

- Comparison, beam", Appl.phys.Lett., 7, (1965), 248—249.
- [5] N.Abramson, "Sandwich Holographic Interferometry, a New Dimension in Holographic Comparison," Appl.Opt, 13, (1974), 2019—2025.
- [6] 王伶俐、赵才福、柯敬唐, "用夹层全息干涉法测试二维应变," 四省光学会议论文.
- [7] 赵才福、王伶俐、柯敬唐, "用夹层全息干涉法测试残余压力I," 四省光学会议论文.
- [8] 王伶俐、赵才福、柯敬唐, "用夹层全息干涉法测试残余压力II," 七省力学会议论文.
- [9] 王伶俐、赵才福、柯敬唐, "investigation of strain field by sandwich holographic interferometry" 1986年"激光应用"国际会议论文.
- [10] 王伶俐、柯敬唐, 赵才福, "夹层全息干涉法理论及其应用于钻体受力分析," 航空工业学会第五届光测力学学术会议论文.

SANDWICH HOLOGRAPHIC INTERFEROMETRY AND ITS APPLICATION IN DEFORMATION OF THIN PLATE MEASUREMENT

Wang Lingl Ke Jingtang, Zhaocaifu

(Holographic Lab., Zhengzhou Institute of Technology).

Abstract The Principle of Sandwich holographic In-the-ferometry was first proposed by Nils Abramson, The authors made further researching about this method, On the basis of these, in this paper, the authors have studied the deformation of thin plate and measured the circle plate with load at its center, The experimental results agree with the theoretical analysis.

keywords: Sandwich Holographic Interferometry, stress.