

# 五连杆浮体闸的运动与平衡

边恺元 高双聚

(水环系)

## 提 要

本文用分杆动力学方法建立了五连杆浮体闸运动方程组,在此基础上简化为静平衡问题,建立了算法及程序,最后分析了静平衡稳定性,论证了失控区的存在是产生严重不同步的重要原因。

**关键词:** 五连杆、浮体闸、运动、平衡不同步

五连杆浮体闸是一种活动机构,在外力系作用下处于某一运动或平衡状态。见图1。

## 一、五连杆浮体闸运动方程组

采用以下基本假定:①认为各块闸板同步运行,沿垂直坝轴线的各断面的运动图形都相同。(平面假定)。  
②认为各块闸板为刚体(刚体假定)。  
③忽略铰轴摩擦力(理想假定)。从而把浮体闸空间机构简化为理想的平面连杆系统。根据Lagrange普遍运动定理,忽略上、中付连杆的转动能力,省略推导过程,可得五连杆浮体闸运动方程组。

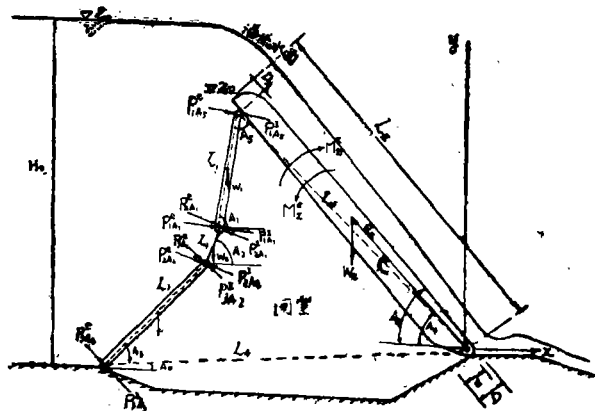


图1 五连杆浮体闸工作状态及符号

$$\begin{aligned} \frac{L_3}{3g} (3w_2 + w_3) \ddot{A}_3 = & (P_{1A1}^0 - P_{1A1}^I) L_3 \frac{\sin(A_2 - A_3)}{\sin(A_1 - A_2)} + (P_{2A1}^0 - P_{2A1}^I) L_3 \\ & \cdot \frac{\sin(A_2 - A_3) \cos(A_2 - A_3)}{\sin(A_1 - A_2)} - (P_{2A2}^0 - P_{2A2}^I) L_3 \\ & \cdot \cos(A_2 - A_3) - (P_{3A2}^0 - P_{3A2}^I) L_3 - \left[ \frac{w_2 + w}{2} L_3 \cos A_3 - \right. \\ & \left. \frac{w_1 + w_2}{2} L_1 \cos A_1 \frac{\sin(A_2 - A_3)}{\sin(A_1 - A_2)} \right] \end{aligned} \quad (1)$$

$$[J_z + \frac{w_1}{g} L_5] \ddot{A}_4 = M_z^I - M_z^0 + (P_{1A5}^0 - P_{1A5}^I) L_5 \cos A_5$$

$$\begin{aligned}
 & - (P_{1A1}^* - P_{1A1}^i) L_5 \frac{\sin A_5 \cos (A_1 - A_2)}{\sin (A_1 - A_2)} - (P_{2A1}^* - P_{2A1}^i) \\
 & \cdot L_5 \frac{\sin A_5}{\sin (A_1 - A_2)} - [w_z R_z \cos (A_4 + A_w) + \frac{w_1 + w_2}{2} L_5 \\
 & \cdot \frac{\cos A_2 \sin (A_1 + A_4)}{\sin (A_1 - A_2)} + \frac{w_1}{2} L_5 \cos A_4] \quad (2)
 \end{aligned}$$

$$A_1 + A_4 + A_5 = \pi \quad (3)$$

$$L_1 \cos A_1 L_2 \cos A_2 + L_3 \cos A_3 = L_4 \cos A_0 - L_5 \cos A_4 \quad (4)$$

$$L_1 \sin A_1 L_2 \sin A_2 + L_3 \sin A_3 = L_4 \sin A_0 + L_5 \sin A_4 \quad (5)$$

其中(1)、(2)为运动方程,(3)、(4)、(5)为几何约束方程,方程中 $J_z$ 为主连杆对后铰的转动惯量, $P_{iA1}^i$ 、 $P_{iA1}^*$ 分别为第 $i$ 根付连杆上的闸室内、外水压力在 $A_1$ 铰端按力矩等效原理分配的节点力。其余符号见附图4。

## 二、五连杆浮体闸的静平衡求解方法

根据实验结果付闸板上外水压力基本上符合静水压强分布规律<sup>[1]</sup>,在静平衡意义下忽略惯性力、将内水压力矩赋一表达式可将力平衡方程简化为:

$$F_1 = D_H =$$

$$\frac{2}{L_5} \left[ \frac{M_z^e + w_z R_z \cos (A_5 + A_w) + L_5 w_1 \cos A_4 - H_H}{L_1 \sin (A_1 - A_2 - A_5) - L_2 \sin A_5 - (L_z - D_x)^2 / L_5} \sin (A_1 - A_2) + (w_1 + w_2) \sin A_5 \cos A_2 \right] \quad (6)$$

$$F_2 = D_H = \frac{(w_1 + w_2) \cos A_1 \sin (A_2 - A_3) \cos A_3 \sin (A_1 - A_2)}{L_3 \sin (A_1 - A_2) + L_2 \sin (A_1 - 2A_2 + A_3) - L_1 \sin (A_2 - A_3)} \quad (7)$$

$$H_H = \frac{(L_z - \frac{D_x}{2})^2}{2} [3H_0 + 3d \cos A_z - 2(L_z - D_x) \sin A_z] \quad (8)$$

$$Z_H = Z_0 - D_H \quad (9)$$

约束方程仍为(3)、(4)、(5)、 $Z_H$ 为闸室水位, $D_H$ 为闸前水位与闸室水位之差,当平衡时 $F_1 = F_2 = D_H$ 。

在固定闸顶位置求解, $A_4$ 已知, $M_z^e$ 由以往的实验图表或经验公式,或用计算水力学方法决定,目的是求付连杆在平衡时的形状及闸室水位,如果 $A_6$ 也知道,付连杆形状就完全已知,但由于关系复杂需迭代求解。

### 1、迭代初值的选择

$A_5$ 有一定的允许变化范围。即 $A_5 \in (A_5^1, A_5^F)$ 。

$$A_5^I \geq \cos^{-1} \frac{M^2 + L_5^2 - L_4^2}{2ML_5} - \cos^{-1} \frac{M^2 + L_1^2 - (L_2 + L_3)^2}{2ML_1} = A_I \quad (10)$$

$$A_5^F \leq \cos^{-1} \frac{M^2 + L_5^2 - L_4^2}{2ML_5} - \cos^{-1} \frac{M^2 + (L_1 + L_2)^2 - L_3^2}{2M(L_1 + L_2)} = A_F \quad (11)$$

当  $A_I < A_{5\min}$  时 (10) 式取“ $>$ ”, 可令  $A_5^I = A_{5\min}$ ; 当  $A_F > A_{5\max}$  时 (11) 取“ $<$ ”, 可令  $A_5^F = A_{5\max}$ , 其余则取等号,  $A_{5\max}$ ,  $A_{5\min}$  为  $A_5$  变化的极限, 由约束限定。

按上述方法决定  $A_5$  的变化范围及迭代初值, 可保计算顺利进行。

## 2、局部四连杆及其处理

根据五连杆浮体闸实际运动条件, 当下付连杆落在支撑上时只有其它连杆在运动, 我们把这种情形称之为局部四连杆, 这时做平衡计算时应按四连杆考虑, 约束关系一定不需迭代, 力平衡方程仅剩 (6), 可直接解出  $D_H$ , 十分方便。

## 3、计算步骤及结果

### 计算步骤

- 1) 按 2 中方法假定  $A_5$ , 确定其它各约束量 ( $A_1$ 、 $A_2$ 、 $A_3$ )。
- 2) 按 (6)、(7) 求  $F_1$ 、 $F_2$ 。
- 3) 检验是否有  $|F_1 - F_2| \leq \text{EPS}$ , 若不满足转向 1) 重复执行, 若满足继续执行。

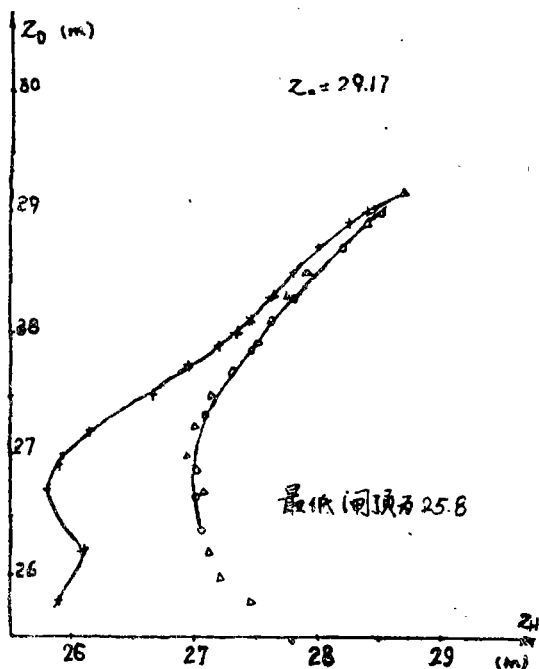


图2 牛寨闸方案II性能曲线

标志符: 溢流平衡

O—模型实验

△—数值计算

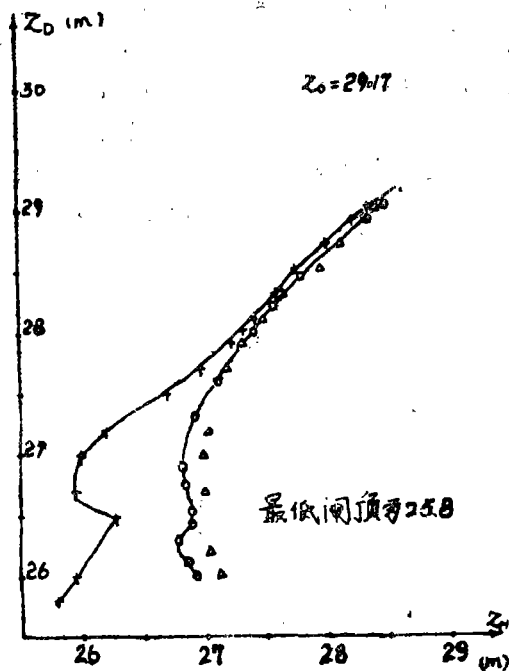


图3 牛寨闸方案II性能曲线

非溢流平衡 +—数值计算

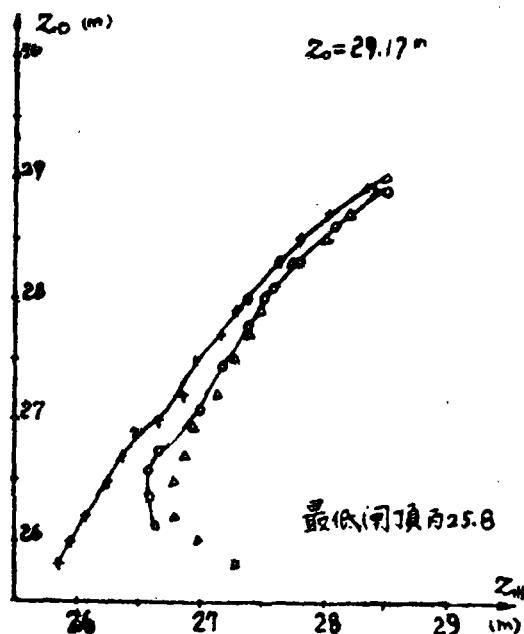


图4.牛寨闸方案IV性能曲线

在浮体闸实验中常发现,当有失控区时,在该区内很难长久保持平衡状态,经定性实验发现用手向下轻轻按一下闸顶,闸便持续向下运动,当轻轻向上拉一下闸顶又持续上升,即便有时不用手动,闸也会由慢到快地上升或下降。可见在失控区的平衡是不稳定的,用前面的运动方程可对这一现象进行讨论。

假定初始时刻闸体处于平衡位置计量 $(\ )$ 的扰动量为 $\delta(\ )$ ,略去广义坐标 $A_3$ ,  $A_4$ 对相应广义力 $Q_3$ ,  $Q_4$ 的交互影响,并考虑约束关系后可得到线性化的扰动方程式:

$$\delta\ddot{A}_3 + K_3 \delta A_3 = 0 \quad (12)$$

$$\delta\ddot{A}_4 + K_4 \delta A_4 = 0 \quad (13)$$

$$\text{其中 } K_3 = k_3 / \frac{L_3 (3w_2 - w_3)}{3g} \quad (14)$$

$$K_4 = k_4 / \left( J_z + \frac{w_1}{g} L_5^2 \right) \quad (15)$$

$$k_3 = - \left( \frac{L_3 \sin(A_3 - A_1)}{L_2 \sin(A_1 - A_2)} - 1 \right) \left\{ \frac{D_H L_3}{\sin(A_1 - A_2)} \left( L_1 \cos(A_2 - A_3) \right. \right. \\ \left. \left. + L_2 \cos 2(A_2 - A_3) \right) + \frac{D_H L_3 L_2 \sin(A_2 - A_3)}{2} + \frac{w_1 + w_2}{2} L_1 \cos A_1 \right. \\ \left. + \frac{\cos(A_2 - A_3)}{\sin(A_1 - A_2)} \right\} + \frac{L_3 \sin(A_2 - A_3)}{L_1 L_2 \sin^2(A_1 - A_2)} \left\{ \frac{D_H L_3}{2} \left( L_1 + \right. \right.$$

4) 检验是否有 $A_3 \leq A_{3\max}$ , 如果有转向6)步。

$$5) \text{ 令 } D_H = \frac{F_1 + F_2}{2}, Z_H = Z^0 - D_H,$$

打印结果,结束该闸顶平衡计算。

6) 按四连杆决定几何约束量,由(6)求 $F_1$ 令 $F_1 = F_2 = D_H$ 转向第5)步。

计算结果见图2~4。计算的静平衡性能曲线仅在下部与实测结果有偏离,但并不很大,较好地反映了性能曲线的变化趋势,因此可用本程序进行性能数值优化。

### 三、五连杆浮体闸的平衡稳定性

$$\begin{aligned}
& \left. L_2 \cos(A_1 - A_2) \cos(A_2 - A_3) \right\} - \frac{w_1 + w_2}{2} L_1 \cos A_1 \cos(A_1 - A_2) \Bigg) \\
& \cdot [L_2 \sin(A_2 - A_3) - L_3 \sin(A_3 - A_1)] - \frac{w_1 + w_2}{2} \\
& \cdot \frac{L_3 \sin A_1 \sin^2(A_2 - A_3)}{\sin^2(A_1 - A_2)} - \frac{w_2 + w_3}{2} L_3 \sin A_3 \quad (16) \\
k_4 = & \frac{dM_z^0}{dA_4} + \frac{(L_z - D_x)^2}{6} \left( 3d \sin A_2 + 2(L_z - D_x) \cos A_2 \right) \\
& - \frac{D_H L_1 L_5 \cos(A_1 - A_2 - A_5)}{2 \sin(A_1 - A_2)} \left( 1 - 2 \frac{L_5 \sin(A_2 + A_4)}{L_1 \sin(A_1 - A_2)} \right. \\
& - \frac{L_5 \sin(A_1 + A_4)}{L_2 \sin(A_1 - A_2)} - \frac{L_5}{2} \frac{1 - L_5 \sin(A_2 + A_4)}{L_1 \sin(A_1 - A_2)} \\
& \left. \frac{1 - L_5 \sin(A_2 + A_4)}{\sin(A_1 - A_2)} \right) \\
& \cdot \left( D_H L_2 \cos A_5 - (w_1 + w_2) \cos A_2 \cos(A_1 + A_4) \right) - \frac{L_5^2 (w_1 + w_2)}{2 L_2 \sin^2(A_1 - A_2)} \\
& \cdot \sin A_2 \sin^2(A_1 + A_4) - \frac{L_5^2 \cos(A_1 - A_2)}{2 L_1 L_2 \sin^2(A_1 - A_2)} \cdot \left( D_H L_1 \sin(A_1 - A_2 - A_5) \right. \\
& \left. - D_H L_5 \sin A_5 - (w_1 + w_2) \cos A_1 \sin(A_1 + A_4) \right) \cdot \left( L_1 \sin(A_1 + A_4) \right. \\
& \left. + L_2 \sin(A_2 + A_4) \right) - W_z R_z \sin(A_4 + A_w) - \frac{W_1 L_5}{2} \sin A_4 \quad (17)
\end{aligned}$$

分以下几种情况求出扰动解:

当  $K_3 < 0$ ,  $K_4 < 0$  时

$$\delta A_3 = \frac{1}{2} \left[ \left( \delta A^0_3 + \frac{\omega^0_3}{\sqrt{K_3}} \right) e^{-\sqrt{K_3} t} + \left( \delta A^0_3 - \frac{\omega^0_3}{\sqrt{K_3}} \right) e^{\sqrt{K_3} t} \right] \quad (18)$$

$$\delta A_4 = \frac{1}{2} \left[ \left( \delta A^0_4 + \frac{\omega^0_4}{\sqrt{K_4}} \right) e^{-\sqrt{K_4} t} + \left( \delta A^0_4 - \frac{\omega^0_4}{\sqrt{K_4}} \right) e^{\sqrt{K_4} t} \right] \quad (19)$$

当  $K_3 = 0$ ,  $K_4 = 0$  时

$$\delta A_3 = \delta A^0_3 + \omega^0_3 t \quad (20)$$

$$\delta A_4 = \delta A^0_4 + \omega^0_4 t \quad (21)$$

当  $K_3 > 0$ ,  $K_4 > 0$  时

$$\delta A_3 = \sqrt{\delta A_3^{02} + \frac{\omega_3^{02}}{K_3} \sin(\sqrt{K_3} t + \text{tg}^{-1} \frac{\delta A_3^0 \sqrt{K_3}}{\omega_3^0})} \quad (22)$$

$$\delta A_4 = \sqrt{\delta A_4^{02} + \frac{\omega_4^{02}}{K_4} \sin(\sqrt{K_4} t + \text{tg}^{-1} \frac{\delta A_4^0 \sqrt{K_4}}{\omega_4^0})} \quad (23)$$

上述各式中  $\delta A_3^0$ 、 $\delta A_4^0$ 、 $\omega_3^0$ 、 $\omega_4^0$  分别表示  $A_3$ 、 $A_4$  的初始扰动量及初始扰动速度。由于扰动的任意性当  $K_3 \leq 0$ 、 $K_4 \leq 0$  时扰动随时间的增长是发散的, 说明在此情况下平衡是不稳定的, 当  $K_3 > 0$ 、 $K_4 > 0$  时扰动随时作简谐变化, 注意到前述分析忽略了阻尼影响, 而实际上阻尼是存在的, 简谐变化必将很快消失, 扰动量最终将衰减到 0, 因此这时平衡是稳定的, 数值验证表明凡在失控区都有  $K_3 < 0$ 、 $K_4 < 0$  而在失控区以外都有  $K_3 > 0$ 、 $K_4 > 0$ , 因此按平衡的稳定性又可将性能曲线分为稳定平衡区和不稳定平衡区。

对多单元联合运行的浮体闸来说, 如果相邻两单元都进入失控区, 且遭受两个不同方向的扰动, 就可能引起单元闸板向相反方向运动, 即使扰动方向相同而大小不等也会使两单元持续地以不同速度同向运动, 这两种情况都可能造成不同步, 因步此失控区的存在是造成不同步的主要原因, 由此可见, 保证性能优良, 消除失控区, 是根治不同步的有力措施。

#### 四、结 语

1、本文从分析动力学出发建立了五连杆浮体闸运动方程式, 这不仅使静平衡分析更为简便, 便于处理, 也为动平衡分析创造了条件, 如果流场的非恒定计算过关, 就可以从运动方程出发求解五连杆浮体闸动平衡规律。

2、建立了五连杆浮体闸静平衡算法及程序, 计算结果同实验值十分接近。

3、通过静平衡稳定分析, 论证了失控区的存在是导致严重不同步的一个重要原因。

#### 参 考 文 献

- 〔1〕 郑州工学院, 河南省水利厅, 浮体闸专题研究报告 1975.

## MOTION AND EQUILIBRICM OF 5—HINGED BAR FLOATING DAM

Bian Kai yuan Gao Shuang ju

(Department of Hydrolie and enviromental Etginheering)

#### Abstract

Kinetic equation systems of floating gates are derivated by measn of an-  
alysis dynamice principle. Static equilibrium caculation programs are founded  
through simplicity of the kinetic equation systems. static equilibrium stability  
is discussed, A veiwpoint is described that the existance of losing-control  
area is an important factor of developping non-synchronization.

Key woyrds: 5—hinged bar, Floating Dam, Kinetic,  
Equilibrium, Non—synchronization.