# 关于光的干涉条纹清晰度的探讨

贾山林
（物理教研室）

双光束干涉时，关于两束相干光的强度、光源的线度和光源的单色性对干涉条纹的清晰度有什么影响，下面就这几个问题作一探讨。

## 一、双光束干涉的强度分布

设两束相干光，其强度分别为$I_1$、$I_2$，相应的振幅为$E_1$、$E_2$。在空间某点相遇时，其位相差为φ，那么该点的合振幅即为：

$$E=\sqrt{E_1^2+E_2^2+2E_1E_2\cos\varphi}$$

由于光强与振幅平方成正比，即$I\propto E^2$，

所以$I=I_1+I_2+2\sqrt{I_1I_2}\cos\varphi$ ………（1）

显然$I_{极大}=I_1+I_2+2\sqrt{I_1I_2}$　　$\varphi=0、2\pi、4\pi\cdots\cdots$

$I_{极小}=I_1+I_2-2\sqrt{I_1I_2}$　　$\varphi=\pi、3\pi、5\pi\cdots\cdots$

可见有无干涉条纹决定于$2\sqrt{I_1I_2}\cos\varphi$，这一项就叫干涉项。

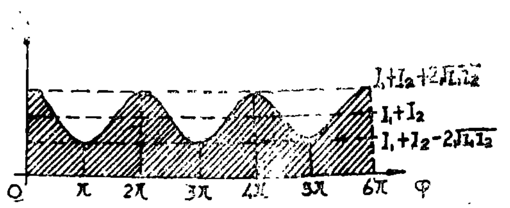


图 1

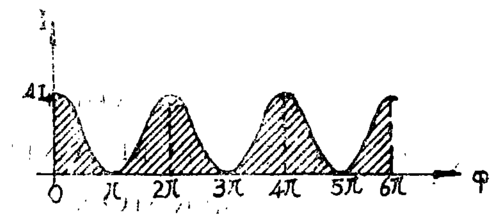


图 2

由于空间各点的位相差不同，所以可以看到强度随位相差分布的干涉图样如图1所示。在$I_1=I_2=I_0$的特殊情况下，由式（1）得：

$$I=2I_0(1+\cos\varphi)=4I_0\cos^2\frac{\varphi}{2}$$，于是有：

$I_{极大}=4I_0$，$I_{极小}=0$。

其干涉图样如图2所示。

由图1和图2可以看出图2的条纹比图1的条纹要清晰。图1的条纹随着$I_1$、$I_2$的变化清晰度也要变化。如何反映清晰度与$I_1$、$I_2$的关系呢？我们引入一个叫对比度的概念来定量地描述光的强度与条纹清晰度的关系。

由两束相干光形成的干涉图样中，亮条纹中心强度为$I_{极大}$，暗条纹中心强度为$I_{极小}$，我

们定义：$V=\frac{I_{极大}-I_{极小}}{I_{极大}+I_{极小}}$为干涉条纹的对比度[1]。可见对比度最大为1，最小为零。对比度较大者，干涉条纹较清晰，反之不清晰，甚至看不到。

干涉条纹对比度与两束光强的关系为：

$$V=\frac{I_{极大}-I_{极小}}{I_{极大}+I_{极小}}=\frac{(I_1+I_2+2\sqrt{I_2I_1})-(I_1+I_2-2\sqrt{I_1I_2})}{(I_1+I_2+2\sqrt{I_1I_2})+(I_1+I_2-2\sqrt{I_1I_2})}$$

$$=\frac{4\sqrt{I_1I_2}}{2(I_1+I_2)}=\frac{2\sqrt{I_2/I_1}}{1+I_2/I_1}。$$

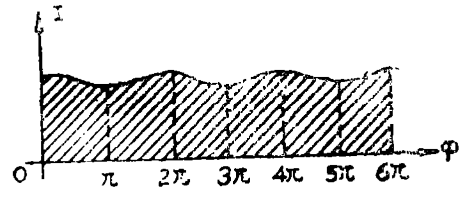


图3

如果$I_1=I_2=I_0$，则$V=1$，这时干涉图样最清晰，如图2所示。如果$I_2\ll I_1$，则$V\approx0$。此时尽管两束光满足相干条件，但看不到干涉条纹，如图3所示。

通常可看到条纹的最小对比度，由瑞利判据"当两最大之间的最小不超过最大值的百分之八十时，则可辨出有两个点"可算得此时对比度为：

$$V=\frac{(1-0.8)I_{极大}}{(1+0.8)I_{极大}}=0.1$$

所以通常可辨的干涉条纹对比度$0.1<V\leqslant1$。

两束相干光发生干涉时，两束光的强度相差越少，则干涉现象越明显。如果一束光特别强，另一束光特别弱，尽管满足相干条件，但干涉现象并不明显，甚至看不到干涉现象。

例如：空气与某种玻璃的介面，光线正入射时的反射率为0.04，在两玻璃间夹一层空气薄膜，（如牛顿环）用钠光垂直照射，我们看到的反射光的干涉与透射光的干涉现象有明显不同。反射光的干涉条纹非常清晰，而透射光的干涉条纹却几乎看不到。

## 二、光源的线度对干涉条纹的影响

以双缝干涉为例，设光源的线度为e，通过双缝在屏上可以看到干涉图样，如图4所示。光源中心s发出的光，经过双缝到屏上O点的光程差为零，所以O处形成中央明条纹。而光源上M、N两点发出的光，通过双缝后，光程差为零的点不在O，而分别在$O_M$和$O_N$附近。

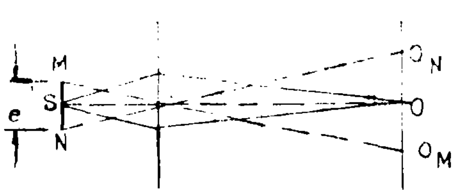


图4

那么光源上其它各点发出的光通过双缝后，到屏上光程差为零的点就分布在$O_N$与$O_M$之间。可见O处就不是一条简单的亮条纹，而是一条亮带。它是光源上各点发出的光在屏上形成的亮条纹的集合。

那么光源线度的大小与条纹对比度有何关系呢？下面我们用波的迭加图，作简略说明：

图5中，对应于光源上每一个点，在屏上形成的干涉图样对比度为1，以上述的三个点M、S、N为例，发出的光在屏上形成三组干涉条纹，其迭加结果，干涉条纹的对比度就小

于1了。因为这时的$I_{极小} \neq 0$。所以$V = \dfrac{I_{极大} - I_{极小}}{I_{极大} + I_{极小}} < 1$。

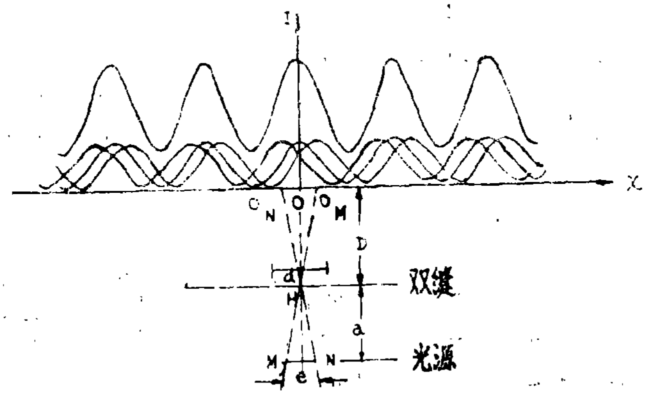


图 5

由图5可见，光源线度e越小，$O_M$与$O_N$越靠近于O，迭加结果$I_{极大}$越大，$I_{极小}$越小，那么对比度就越大，条纹越清晰。

设两相邻明条纹或暗条纹之距离为$\triangle x$，经验证明，当

$\overline{O_M O_N} \leqslant \frac{1}{4}\triangle x$时，条纹尚清晰。因实际的点光源是不存在的，所以我们定义符合此条件的光源为点光源。因此对一个光源来说是否可当作点光源，与装置本身也有一定的关系。

下面我们就来找一下e与装置的近似关系：

设M、N两点的中央明条纹极大值就在$O_M O_N$的位置（实际上是在它的附近），由相似三角形$\triangle HMN \sim \triangle HO_M O_N$可知

$$\frac{D}{a} = \frac{\overline{O_M O_N}}{\overline{MN}} = \frac{\overline{O_M O_N}}{e}，所以\ \overline{O_M O_N} = \frac{D}{a} e。$$

又由双缝干涉条件我们知道：两相邻明条纹或暗条纹之距离为$\triangle x = \frac{D}{d}\lambda$，和点光源条件$\overline{O_M O_N} \leqslant \frac{1}{4}\triangle x$，比较得：

$$\frac{D}{a} e \leqslant \frac{1}{4}\frac{D}{d}\lambda，即 e \leqslant \frac{1}{4}\frac{a}{d}\lambda。$$

如果波长λ和缝距d保持不变，光源离双缝越近（a越小），要求光源线度亦越小。如果a较大，则光源线度也可增大。当然λ和a不变，光源的线度也可随缝距d而有所变化。这就是点光源的线度与装置的关系。

如果光源的线度符合上述条件，它的干涉条纹的对比度至少应该是：

以图5为例，设M、S、N三点的每一点发出的光，通过双缝后的强度均为$I_0$，则屏上三组干涉条纹的分布均应满足：

$I = 4I_0 COS^2 \frac{\varphi}{2}$。图中$\overline{O_M O_N} = \frac{1}{4}\triangle x$，而$\overline{OO_N} = \frac{1}{8}\triangle x$。已知$\triangle x$对应的位相差

为2π，所以O、$O_N$两点的位相差为：

$\varphi=\frac{1}{8}2\pi=\frac{\pi}{4}$，即M、N两点发出的光经过双缝后在O点相遇时两组光的位相差均为$\frac{\pi}{4}$。于是三组干涉条纹对O点强度的贡献分别为：$I_{SO}=4I_0$，$I_{NO}=I_{MO}=4I_0\cos^2\frac{1}{2}(\pi/4)$

$=0.85\times4I_0$，

所以$I_0=I_{极大}=4I_0+2\times0.85\times4I_0=2.7\times4I_0$，

同理，　$I_{极小}=0+2\times4I_0\cos^2\frac{1}{2}(\pi-\frac{\pi}{4})=0.3\times4I_0$

所以$V=\frac{(2.7-0.3)\times4I_0}{(2.7+0.3)\times4I_0}=0.8$

即光源的线度如果符合点光源要求，那么干涉条纹的对比度必在0.8以上。实际上V要大于0.8，约等于0.9，因为我们仅取了光源上的三个点。

## 三、光源非单色性对干涉条纹的影响

所谓单色点光源，发出的光应该是单一的波长λ，实际上却不是这样，而都有一定的波长范围：λ—— λ+△λ。这种光源发出的光通过双缝在屏上形成的干涉条纹，除中央明条纹外，其它各级明条纹由于波长不同，而随着级次的增加逐渐拉宽，使条纹对比度逐渐下降，直至条纹分辨不清。如图6所示。

由图6可以看出对比度随光程差的增大而逐渐消失。

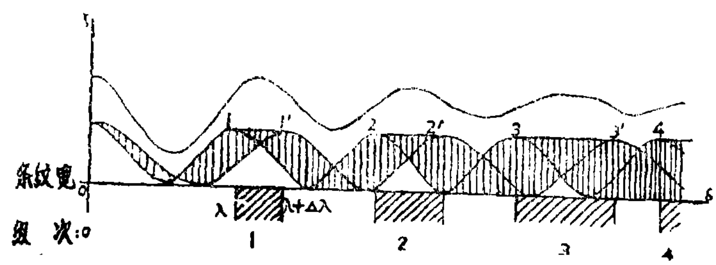


图　6

如波长为λ的一组干涉条纹上迭加一个波长为λ+△λ的另一组干涉条纹。这两组中央明条纹，由于光程差均为零，所以完全重合。随着条纹级次的增大，两组条纹逐渐拉开，光程差增加一个波长，条纹增加一级，则条纹宽度就增加一个$\frac{D}{d}\triangle\lambda$。如果条纹级数$K=\frac{\lambda}{\triangle\lambda}$，

第K级明条纹的宽度即为$K\cdot\frac{D}{d}\triangle\lambda=\frac{\lambda}{\triangle\lambda}\cdot\frac{D}{d}\triangle\lambda=\frac{D}{d}\lambda=\triangle x$　与相邻明

条纹之距离相等。这时 $\lambda+\triangle\lambda$ 的第K级与 $\lambda$ 的第K+1级重合，那么 $\lambda$ 的第K级与 $\lambda+\triangle\lambda$ 的第K级之间，充满了波长在 $\lambda$——$\lambda+\triangle\lambda$ 之间的各种波长的第K级明条纹。级次再大，明条纹便联成一片，即干涉条纹消失。这时的光程差：$\delta_m=K\lambda=\frac{\lambda^2}{\triangle\lambda}$，为能看到干涉现象的最大光程差，称为相干长度。

$\triangle\lambda$ 越小，亮条纹越窄，光的单色性越好，相干长度越大。我们把满足 $\frac{\triangle\lambda}{\lambda}\ll 1$ 的光称为准单色光。

在准单色光中，当 $\delta\ll\frac{\lambda^2}{\triangle\lambda}$ 时，（在此范围内K相当大处，干涉条纹对比度 $V\geqq 0.9$）条纹宽度与相邻极大值的平均间隔相比，可以忽略，因而可以认为各波长的干涉图样是重合的。这时观察到的条纹的情景同波长为 $\bar{\lambda}$ 的严格单色光所给出的一样。这样的光源就是实际上的“单色”光源。如果不满足 $\delta\ll\frac{\lambda^2}{\triangle\lambda}$，则条纹级次不太大就不清晰了。

实际上在K远小于 $\frac{\lambda}{\triangle\lambda}$ 时，尽管明条纹还没有联在一起，但对比度已经很小了，条纹已经消失。

从以上的讨论，我们可知所谓的“单色点光源”，也和力学中的质点，电学中的点电荷等一样，只是理想的模型。

## 参 考 文 献

〔1〕 M.玻恩，E.沃耳夫著《光学原理》。