多相电路的相量关系及功率特性

刘 泰 和

（电工学教研室）

摘　　要

多相电路中相量、线量之间的关系是分析这类电路时首先遇到的问题，本文根据多相电路的结构特点用相量分析方法建立起星形、网孔形连接的相量和线量的关系式及功率计算公式，无需做出相量图即可方便地计算出多相电路中各相线量和参考相量之间的大小和相位关系。

关键词： 多相电路，相量，线量

两相或三相以上的电路通称为多相电路，它是由电源、负载及二者之间的连接部分组成一个整体系统。就电源部分而言。它不像单相电源那样只有一对出线端，引出一个单相电压，而是具有多个出线端，每个出线端都可引出大小、频率相同，相邻出线端之间有一定相位差的电源电压。显然，一个n相电路中相邻出线端的电压在相位上各自分开 $\frac{2\pi}{n}$ 弧度。

在多相电路中，一相电源对应于一相负载，因此一个 n 相电路至少要有 n 条导线自电源引出接到相应的负载上，如图1所示。

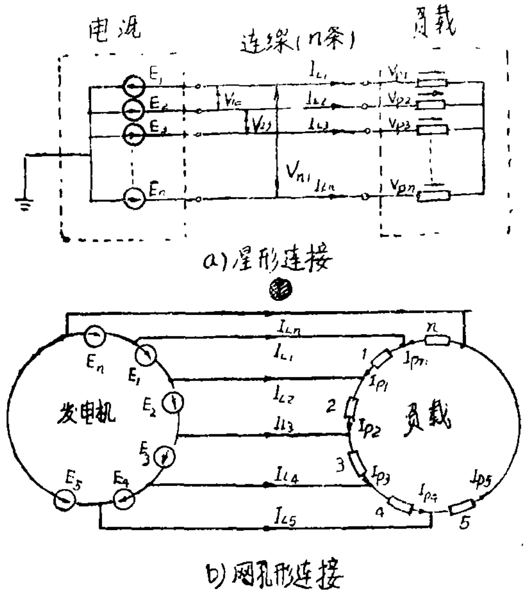


图1　多相系统电路原理图

电源和负载的连接方式根据需要可以是星形连接（图1（a））、或者是网孔形连接（图1（b）），负载一般是平衡的，即每相有大小相同和性质一样的阻抗，在某些情况下，也可能出现不平衡现象。

一、多相电路的相量和线量关系

正像三相电路一样，多相电路的线量（线电压、线电流）和相量（相电压、相电流）相应于两种连接方式的关系是：在星形连接中（如图1（a））线电压是相邻二线之端电压。它

不同于每相的相电压，而线电流就是电流或负载各相的相电流，在网孔形连接中，线电压就是电源或负载各相的相电压，而线电流则是流经电源和负载之间连线上的电流，由于每条连线与电源和负载的两相连接，因而线电流不同于在电源和负载各相流动的相电流（如图2(b)）。

1、星形接法多相电路线电压与相电压的相量关系；

设V_P代表n相电路各相电压有效值的大小，取V_{P1}为参考相量，则各相电压的时域方程式为：

$$V_{p1}(t) = \sqrt{2}V_p\sin\omega t;$$

$$V_{p2}(t) = \sqrt{2}V_p\sin(\omega t - \frac{2\pi}{n});$$

$$V_{p3}(t) = \sqrt{2}V_p\sin(\omega t - \frac{4\pi}{n});$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots,$$

$$V_{pm}(t) = \sqrt{2}V_p\sin[\omega t - \frac{(m-1)2\pi}{n}] \tag{1}$$

$$m = 1, 2, \cdots n$$

令v_L为相邻两相的线电压即两相的电位差，于是有：

$$V_{L1}(t) = V_{p1}(t) - V_{p2}(t);$$

$$V_{L2}(t) = V_{p2}(t) - V_{p3}(t);$$

$$\cdots\cdots$$

$$V_{Lm}(t) = V_{pm}(t) - V_{pm+1}(t);$$

$$\cdots\cdots$$

$$V_{Ln}(t) = V_{pn}(t) - V_{p1}(t)。$$

若指定找出n相电路第m个线电压，有；

$$V_{Lm}(t) = V_{pm}(t) - V_{pm+1}(t)$$

$$= \sqrt{2}V_p\sin[\omega t - \frac{(m-1)2\pi}{n}] - \sqrt{2}V_p\sin[\omega t - \frac{(m-1+1)2\pi}{n}]$$

$$= 2\sqrt{2}V_p\sin\frac{1}{2}[\frac{2\pi}{n}]\cos\frac{1}{2}[2\omega t - \frac{2(2m-1)\pi}{n}]$$

$$= 2\sqrt{2}V_p\sin\frac{\pi}{n}\sin[\omega t - \frac{(2m-1)\pi}{n} + \frac{\pi}{2}]$$

$$= 2\sqrt{2}V_p\sin\frac{\pi}{n}\sin[\omega t + \frac{(2+n-4m)\pi}{2n}] \tag{2}$$

由（2）式可知，n相电路第m个线电压的时域方程式是一个正弦函数。振幅为$2\sqrt{2}V_p\sin\frac{\pi}{n}$，角频率为ω，相位角为$\frac{(2+n-4m)\pi}{2n}$，其大小决定于n、m的取数。

例如：欲求三相电路线电压V_{BC}（即V_{L2}）可取n＝3，m＝2代入（2）式得：

$$V_{BC}(t)=V_{L2}(t)=2\sqrt{2}V_p\sin\frac{\pi}{3}\sin(\omega t+\frac{(2+3-4\times2)\pi}{2\times3})$$

$$=\sqrt{2}\sqrt{3}V_p\sin[\omega t-\frac{\pi}{2}]$$

$$=\sqrt{2}V_L\sin[\omega t-\frac{\pi}{2}]$$

式中$V_L=\sqrt{3}V_p$，即三相对称星形电路线电压（V_{BC}）的有效值为相电压（V_B）有效值的$\sqrt{3}$倍，其相位落后于参考相量（V_A或V_{P1}）90°，这个结果早为大家所熟知，如图2所示。

两相电路（又称四相半对称电路）的两个相电压的相位差是$\frac{\pi}{2}$，即四等分园周角，故用（2）式计算线电压V_L时取n＝4，m＝1，同样可以得出与相量图完全一致的结果（图3）。

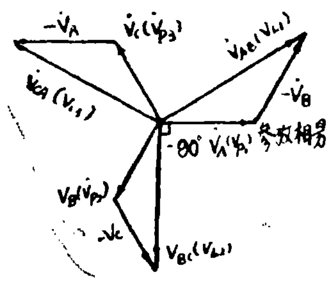


图2　三相星形电路电压相量图

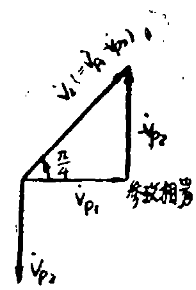


图3　两相电路电压相量图

$$V_L(t)=2\sqrt{2}V_p\sin\frac{\pi}{4}\sin[\omega t+\frac{(2\times4-4\times1)\pi}{2\times4}$$

$$=2\sqrt{2}V_p\frac{\sqrt{2}}{2}\sin[\omega t+\frac{\pi}{4}]$$

$$=\sqrt{2}V_L\sin[\omega t+\frac{\pi}{4}]$$

式中$V_L=\sqrt{2}V_p$，即两相电路线电压的有效值是相电压的$\sqrt{2}$倍，且较之V_{P1}（参考相量）领前$\frac{\pi}{4}$。

2、网孔形接法多相电路相电流和线电流的相量关系：

网孔形连接的多相电路（图1b）线电流和相电流的相量关系式类似于星形连接线电压和相电压关系式的推导方法，若I_p、I_L分别代表相电流、线电流的有效值，且取I_{p1}为参考相量，于是有（推导过程略）：

$$i_{lm}(t)=i_{pm}(t)-i_{p(m-1)}(t)$$

$$=\sqrt{2}\,I_p\sin\left[\omega t-\frac{(m-1)2\pi}{n}\right]-\sqrt{2}\,I_p\sin\left[\omega t-\frac{(m-2)2\pi}{n}\right]$$

$$=2\sqrt{2}\,I_p\sin\frac{\pi}{n}\sin\left[\omega t-\frac{(4m+n-6)\pi}{2n}\right] \qquad (3)$$

由式(3)知，网孔形连接n相电路第m个线电流的时域方程式也是一个正弦函数，振幅为$2\sqrt{2}\,I_p\sin\frac{\pi}{n}$，相位角为$-\frac{(4m+n-6)\pi}{2n}$。

例如，欲求三相电路线电流I_{AB}（即I_{L1}），可取n＝3，m＝1代入(3)式：

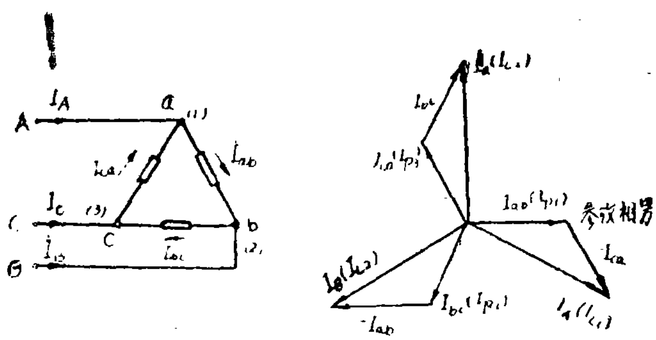
$$i_{AB}(t)=i_{l1}(t)=2\sqrt{2}\,I_p\sin\frac{\pi}{3}\sin\left[\omega t-\frac{(4\times1+3-6)\pi}{2\times3}\right]$$

$$=\sqrt{2}\sqrt{3}\,I_p\sin\left[\omega t-\frac{\pi}{6}\right]$$

$$=\sqrt{2}\,I_L\sin\left[\omega t-\frac{\pi}{6}\right]$$

式中$I_L=\sqrt{3}\,I_p$，即三相网孔形（或三角形）对称电路线电流的有效值是相电流的$\sqrt{3}$倍，其相位落后于参考相量（I_{ab}或I_{p1}）$\frac{\pi}{6}$，这也是我们期待的结果，如图4所示。

在多相电路中，当n取不同值时，可由式（2）计算出$\frac{V_L}{V_p}$值及对应的相位关系，至于网



a)电路图　　b)相量图

图4　三角形连接平衡负载电流相量关系图

孔形连接时$\frac{I_L}{I_p}$值及其对应的相位关系可用式（3）计算，不同的是对应相的线电流滞后相电流一个φ角。列表如下

多相电路线量相量关系表

相数n	2	3	4	6	9	12	15	18	∞
线量/相量 $\left(\frac{V_L}{V_p}\ \frac{I_L}{I_p}\right)$	2	$\sqrt{3}$	$\sqrt{2}$	1	0.684	0.518	0.416	0.347	0
相位差φ*	0°	±30°	±45°	±60°	±70°	±75°	±78°	±80°	±90°

* "—"对应于网孔形电路线电流和相电流的相位差。

二、多相电路输送的功率

多相电路供给平衡负载的电功率是一个常量，大小等于总平均功率，不随时间变化，这一结论从下面的分析得以证实。

设$V_{pm}(t)=\sqrt{2}V_p\sin[\omega t-\frac{(m-1)2\pi}{n}]$为n相电路第m相负载相电压的时域表示式，负载为感性，相该负载电流的表示式为：$i_{pm}(t)=\sqrt{2}I_p\sin[\omega t-\frac{(m-1)2\pi}{n}-\varphi]$，第m相负载消耗的功率为：

$$P_m=V_{pm}(t)\cdot i_{pm}(t)$$

$$=\sqrt{2}V_p\sin[\omega t-\frac{(m-1)2\pi}{n}]\cdot\sqrt{2}I_p\sin[\omega t-\frac{(m-1)2\pi}{n}-\varphi]$$

$$=2V_pI_p\quad-\frac{1}{2}[\cos(2\omega t-\frac{(m-1)4\pi}{n}-\varphi)-\cos\varphi]$$

$$=V_pI_p\left\{\cos\varphi-\cos[2\omega t-\frac{(m-1)4\pi}{n}-\varphi]\right.$$

〔引用$\cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\frac{1}{2}(a+\beta)\sin\frac{1}{2}(\alpha-\beta)$〕。

n相电路负载的总功率为：

$$P=\sum_{m=1}^{n}V_pI_p\left\{\cos\varphi-\cos[2\omega t-\frac{(m-1)4n}{n}-\varphi]\right\}$$

$$=V_pI_p\{\cos\varphi-\cos(2\omega t-\varphi]\}$$

$$+V_pI_p\quad\{\cos\varphi-\cos[2\omega t-\frac{4\pi}{n}-\varphi]\}$$

$$+\cdots\cdots$$

$$+V_pI_p\{\cos\varphi-\cos[2\omega t-\frac{(n-1)4\pi}{n}-\varphi]\}$$

$$=V_pI_p\{n\cos\varphi-[\cos(2\omega t-\varphi)+\cos(2\omega t-\frac{4\pi}{n}-\varphi)$$

$$+\cos(2\omega t-\frac{8\pi}{n}-\varphi)+\cdots\cdots+\cos(2\omega t-\frac{(n-1)4\pi}{n}-\varphi)]\}$$

$$=nV_pI_p\cos\varphi \tag{4}$$

式中第二项是角频率为2ω彼此相位差$\frac{4\pi}{n}$的 n 个对称相量的总和应为零。因而$P=nV_pI_p\cos\varphi$就是总的平均功率P。

生产上为便于测量起见，常用线电压和线电流来表示功率，对于星形接法，$I_L=I_p$，由式(2)得：$V_p=\frac{V_L}{2\sin\frac{\pi}{n}}$，将$V_p$、$I_p$代入式（4）得多相电路总有功功率为：

$$P=n\frac{V_L}{2\sin\frac{\pi}{n}}I_L\cos\varphi=\frac{n}{2\sin\frac{\pi}{n}}V_LI_L\cos\varphi \tag{5}$$

式中 φ 仍然是负载相电压和相电流的相位差。式（5）也完全适用于网孔形连接的多相电路。

例如求三相电路的功率时，取n＝3，则

$$P=\frac{3}{2\sin\frac{\pi}{3}}V_LI_L\cos\varphi=\sqrt{3}V_LI_L\cos\varphi$$

多相电路的总功率是一常量，这一特性对于旋转电机能量的传输是十分有意义的，在给定的工作条件下，电机转轴上传输一个恒定的转矩，从而避免了由于功率随时间变化而造成的机械系统的振动，改善了设备的工作状况，从而延长了机械寿命，这也是当今动力机械中三相电机得到如此广泛应用的原因之一。

参 考 文 献

〔1〕 R.YORKE Electric Circuit Tneory First edition 1981 Prined in Great Britain
〔2〕 邱关源 主编 电路 （修订本）上册 P328

（下转第96页）

ANALYTICAL CALCULATIONS OF COMPRESSIBLE CAKE CENTRIFUGAL FILTRATION RATE

Zhou zhian

(Chemical Engineering Department)

Abstract

This paper is directed toward deriviug; compressible Cake Centrifugal filtration eguation under Saturated Steady flow state on the basis of analyzing earlier studied works at bifferene view and mathod, To solve engineering Calculations of compressible Cake Centrifugal filtration rate。

key words: Compressible filter cake, ckntrifugal filtration speed penetration coeflicient filter cake, filter cake specific obstruction

---

（上接84页）

THE RELATION OF PHASE QUANTITY AND THE CHARECTION OF POWER IN THE POLYPHASE CIRCUIT

Liu Taihe

(Eleetrotechnics Teaching Group)

Abstract

The relation between phase quantity and line quantity in the polyphase Circuit is the first problem to analysis this kind of Circuit. According to the structure character, this article uses analytieal methed of phase quantity to set up the phase-Line relation of star-and mesh-connection connection, the operational formula of power. It makes it easy to compute the quantity and phase relation between line quantity of each phase and phase quantity of reference in the poly phase circuit withou drawing the phase digram.

Key Words: polyphase circuit, phase quantity, line quantity.