

基于时域性能指标的最优控制系统CAD

陈维英 冯冬青

(郑州工学院)

摘 要

本文根据最优控制系统极点配置的思想,提出了一种用计算机仿真寻优来确定二次型指标中Q阵的元素,并根据系统时域性能指标设计最优控制系统的计算机辅助设计方法。文中以某天线控制系统的设计为例,给出了计算机辅助设计的结果。

关键词: 最优控制 二次型性能指标 时域性能指标 控制系统CAD

一、前 言

现代控制理论的发展为我们设计高性能的控制系统提供了理论基础。最优控制理论是现代控制理论的一个特殊的分支。应用最优控制理论设计的最优控制系统,不仅具有较强的稳定性能,有一定的频响带宽或满足任意一种与古典控制理论有关的约束要求,而且可以认为它在某一特定的范围内是可能的系统中最优的。所以最优控制系统的设计方法受到了广泛地重视。

在最优控制系统的设计中,基于二次型指标最优的方法是应用最广泛、最有效的设计方法。但是工程实际问题往往是针对时域指标提出要求的,而如何根据时域指标确定二次型指标的Q阵,尚无一般方法。然而我们可以知道系统闭环极点与时域指标的近似关系^[1],文献[2]中也提出一种依据系统希望闭环极点确定Q阵的方法,但计算较复杂且不适于用计算机求解。

本文根据文献[2]中的结论,提出一种基于时域指标应用数值计算确定Q阵的最优控制系统计算机辅助设计方法。

二、最优控制系统的计算机辅助设计方法

对于完全可控的线性定常系统

$$\dot{X} = AX + BU \quad (1)$$

$$Y = CX \quad (2)$$

在给定二次型性能指标

$$J = \int_0^{\infty} (U^T R U + X^T Q X) dt \quad (3)$$

本文1987年8月31日收到

的情况下,可求得其线性最优控制律为

$$U = -KX \quad (4)$$

式中的

$$K = R^{-1}B^TP \quad (5)$$

而其中的P阵应满足Riccati方程:

$$-\dot{P} = PA + A^TP - PBR^{-1}B^TP + Q \quad (6)$$

式(3)中, Q阵为正定(或半正定)实对称阵, R阵为正定实对称阵, 本文中将R阵取为单位阵。

关于根据二次型指标求最优控制律的方法已有许多论著^{[2][3]}, 这里不再赘述, 本文着重讨论根据时域指标确定二次型指标中Q阵的方法。

文献[2]中指出, Q阵可由满足[A, D]完全可观测的D阵所确定, 即

$$Q = DD^T \quad (7)$$

并提出由希望闭环极点决定D阵的方法。该方法虽然计算比较复杂, 但却给我们一个启示: 选择适当D的阵来确定Q阵, 可以配置系统的闭环极点, 满足系统时域指标的要求。由于设计的最终目的是满足时域指标, 所以我们可以撇开D阵的性质和闭环极点的具体位置, 仅以时域指标构成目标函数, 采用单纯形法^[4]对D阵寻优。

本方法的基本原理框图如图1所示, 以D阵元素作为单纯形寻优变量, 首先给定一组初始D阵, 然后求出Q阵, 再解Riccati方程得出K阵, 接着对闭环系统进行数字仿真, 求出对应于每个D阵的时域指标及目标函数值, 将目标函数值进行比较, 从它们之间的大小关系找出函数变化趋势, 进一步修改D阵后重复上述过程, 直到系统动态性能最优, 打印输出设计结果。

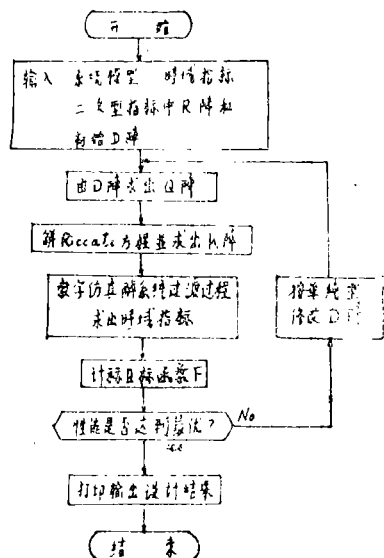


图 1

对于一般的系统, 往往要求在满足超调量 M_p 的情况下, 使系统的过渡过程时间 T_s 和上升时间 t_r 尽可能短, 而单纯形寻优时目标函数只能有一个, 因此我们对参考文献[5]中介绍的目标函数做适当的修改, 取目标函数为:

$$F(d) = \sum_{i=1}^1 h_i \left(v_i \frac{T_{ri}}{T_{ri}'} + w_i \frac{T_{si}}{T_{si}'} \right) \times \left(1 + \frac{g_i}{0.01} \right) \quad (8)$$

其中,

$$g_i = \begin{cases} 0 & M_{pi} \% \leq M'_{pi} \% \\ M_{pi} \% - M'_{pi} \% & M_{pi} \% > M'_{pi} \% \end{cases} \quad (9)$$

d 是 D 阵元素的量, T_{r_i} 、 T_{s_i} 、 M_{p_i} 是对应寻优中某一 d 求出的时域指标, T_{r_i}' 、 T_{s_i}' 、 M_{p_i}' 为设计时指定的时域指标, h_i 、 v_i 、 w_i 为加权系数, 要求 $\sum_{i=1}^l h_i = 1$, $v_i + w_i = 1$, ($i=1, 2, \dots, l$), l 为系统输出向量的维数。

三、设计举例

某天线控制系统如图2所示。其模型参数为: $R_a = 9$ 欧、 $R_g = 9$ 欧、 $L_a = 0.04$ 亨、 $L_g = 0.06$ 亨、 $K_g = 100$ 、 $K_b = 1$ 、 $K_t = 1.2$ 。 $N_m/N_L = 1/2$ 、 $J_L = 2.0$ 牛·米·弧度 $^{-1}$ ·秒 2 、 $f_c = 0.02$ 牛·米·弧度 $^{-1}$ ·秒、 $J_m = 0.1$ 牛·米·弧度 $^{-1}$ ·秒 2 、 $f_m = 0.01$ 牛·米·弧度 $^{-1}$ ·秒、 $R_t = 20$ 欧、 $L_t = 5$ 亨。

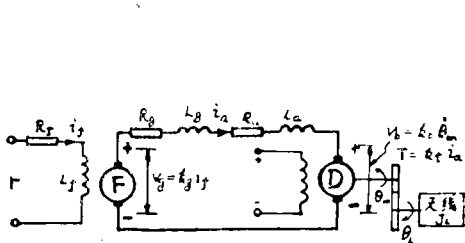


图 2

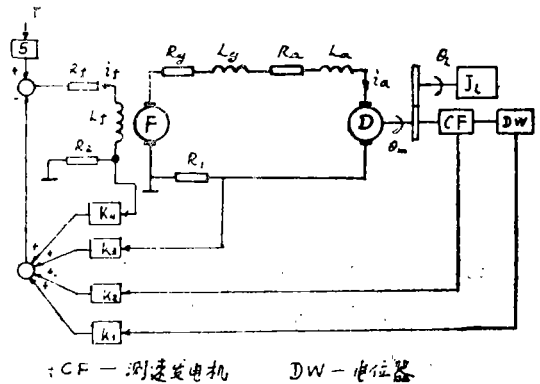


图 3

对此系统采用伯德图法设计串联调节器可得到如下时域指标^[6]:

$$T_r = 2.6 \text{ 秒}, T_s = 18.9 \text{ 秒}, M_p = 13.8\%.$$

现在我们采用状态反馈法对其进行最优控制系统设计, 系统取图3形式, 图中 $R_1 = R_2 = 1$ 欧, 为采样电阻。据此列出开环系统状态方程为:

$$\begin{pmatrix} \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \\ \dot{\theta} \\ \vdots \\ \dot{i}_a \\ \vdots \\ \dot{i}_f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{f_m'}{J_m'} & \frac{k_t}{J_m'} & 0 \\ 0 & -\frac{k_b}{L_c} & -\frac{R_c}{L_c} & \frac{k_g}{L_c} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{R_f'}{L_f} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \\ \theta i_a \\ i_f \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L_f} \end{pmatrix} 5r \quad (10)$$

式中, $R_c = R_a + R_g + R_1 = 19$ 欧、 $L_c = L_a + L_g = 0.1$ 亨、 $R_f' = R_t + R_2 = 21$ 欧、 $f_m' = f_m +$

$$\left(\frac{N_m}{N_L}\right)^2 f_L = 0.015 \text{ 牛·米·弧度}^{-1} \cdot \text{秒}、J_m' = J_m + \left(\frac{N_m}{N_L}\right)^2 J_L = 0.6 \text{ 牛·米·弧度}^{-1} \cdot \text{秒}^2。$$

设 $x_1 = 0$, $x_2 = 0$, $x_3 = i_0$, $x_4 = i_f$, $y = 0$, 则系统方程为

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{0.015}{0.6} & \frac{1.2}{0.6} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{0.1} & -\frac{19}{0.1} & \frac{100}{0.1} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{21}{5} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix} 5 \cdot r$$

即,

$$\dot{X} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -0.025 & 2 & 0 \\ 0 & -10 & -190 & 1000 \\ 0 & 0 & 0 & -4.2 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0.2 \end{pmatrix} 5 \cdot r \quad (11)$$

$$y = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0] X \quad (12)$$

将系统模型参数以及适当选取的D阵初始值寻优参数和目标函数输入计算机, 运行辅助设计程序, 得如下设计结果:

$$\text{反馈阵 } K = [k_1, k_2, k_3, k_4]^T \\ = [11.87, 12.22, 0.3756, 44.64]^T,$$

时域性能指标: $t_r = 1.6$ 秒, $t_s = 2.11$ 秒, $M_p = 2.898\%$, 过渡过程如图4。

辅助设计程序是用FORTRAN语言编制的在VAX-11/780机上通过。

因采用最优控制方法设计, 系统在满足上述的时域指标时, 还具有极大的增益裕量和至少为 60° 的相角裕量^[2]。

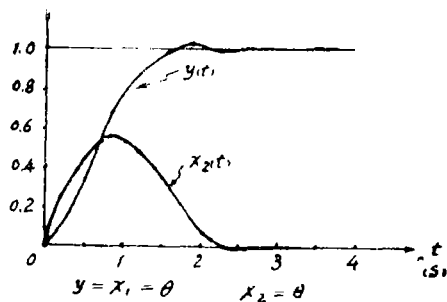


图 4

参 考 文 献

- [1] 胡寿松, 自动控制原理, 国防工业出版社, 1984年修订版。
- [2] B.D.O. 安德森, J.B. 莫尔, 线性最优控制, 科学出版社, 1982年版。
- [3] 王照林, 现代控制理论基础, 国防工业出版社, 1981年版。
- [4] 范鸣玉, 张莹, 最优化技术基础, 清华大学出版社, 1982年。
- [5] Truis Lange-Nilsen, A Pattern Search Algorithm for Feedback Control System Parameter Optimization, IEEE Trans on Computers, November 1972, 1222.
- [6] 陈启宗, 线性控制系统的分析与综合, 国防工业出版社, 1982年版。

(下转30页)

Abstract

In the paper the system of simultaneous EHL equations (consisting of Reynolds equation, elastic dynamic deformation equation, viscosity-pressure equation and film thickness equation) governing cylindrical journal bearings under super-heavy-load was solved in finite element method. All stationary and dynamic properties were obtained when the eccentricity ratio $\varepsilon = 0.96 \sim 1.02$ and material of journal is steel, material of bearing shell is copper. By analyzing 8 dynamic property coefficients and comparing with the cases that $\varepsilon < 1$ several conclusions noticed worthily are come to.

Key Words: Super heavy-load ($\varepsilon \geq 1$), EHL, Dynamic Performance

(上接第66页)

COMPUTER AIDED DESIGN OF OPTIMAL CONTROL SYSTEMS BASED ON TIME-DOMAIN RESPONSE CRITERION

Chen Weiying Feng Dongqing

(Department of computer and Automation)

Abstract

According to the idea of pole placement of optimal control systems, this paper proposes a method of computer aided design of optimal control systems based on time-domain response criterion. The elements of the weight matrix Q in the quadratic performance index are selected by the parameter optimization though repeating simulation. An example for design of radar tracking control system is given in the paper.

Keywords: optimal control; quadratic performance index; time-domain response criterion; CAD of control systems