

# 夹层全息干涉法原理 及其应用于变形物体的应力测试

王伶俐 赵才福 柯敬唐

(郑州工学院)

## 提 要

夹层全息干涉法首先是由Nils Abramson提出的,并且研究了在特殊情况下,物体的面内、离面位移情况。本文给出了夹层全息干涉法测试面内位移所引起的应变和应力的一般计算公式,并提出用位移等值线的二阶导数,及条纹的二阶导数来计算由面内位移产生的应力。利用夹层全息干涉法测试物体的位移及应变与其它全息术相比,具有很多优越性。

**关键词:** 夹层全息干涉法、补偿片。

## 一、引 言

全息干涉术是测量精密仪器的微小位移和变形的一种重要手段。自 Danis Gabor 在从事改进电子显微镜分辨率的研究中,发明了全息照相术,到1960年激光的发明,美国 Michigan大学的 Lieth 和 Upathicks将激光应用于全息术,目前已经有双曝光、实时等全息干涉术,它们都有着自己的特点。双曝光法能够把物体两次曝光之间的变化记录在一块干板上,从而产生“冻结条纹”;实时法便于观察物体的变化状态,从而产生活条纹;而本文所提到的夹层全息干涉法却具有其独特的优越性,它不仅可以消除物体的刚体位移,直接得到物体的变形方向,而且操作简便。由一般的全息术,要想得到物体的变形以及由于变形在物体的内部及表面产生的应力,必须对来自未变形物体的光波波前与同一物体变形后的波前相互干涉所得到的干涉条纹即等位移线求导。即两条干涉条纹上两点之间的变形。为此两点的位移值之差比上相应两点的距离,从而得到的变形定义为此两点之间的平均变形。因此在干涉条纹密集的情况下,才能得到较为准确的结果,而利用夹层全息干涉法可以解决这个问题。

夹层全息干涉法首先是由Nils Abramson于1974年提出的<sup>[1-5]</sup>,并且研究了面内、离面位移的情况。本文给出了夹层全息干涉法测试面内位移以及由于面内位移所引起的应力的一般计算公式,并提出用位移等值线的二阶导数,即条纹的二阶导数来计算由面内位移产生的应力。

本文1987年6月26日收到。

## 二、夹层全息干涉法的原理

实验光路如图 1、2 所示。物体未变形前将其全部信息记录在夹层全息干版架上的两块干版上, 物体变形后, 将其全部信息记录在两块新的干版上, 把第一次曝光的后块与第二次曝光的前块冲洗后, 凉干, 再放回夹层全息干版架上, 用原参考光再现, 则得到了夹层全息干涉图, 旋转干版架, 则可以看到复盖在物体上的条纹有所变化, 从而可以消除由于刚体位移产生的条纹, 直接判断物体的变形方向。

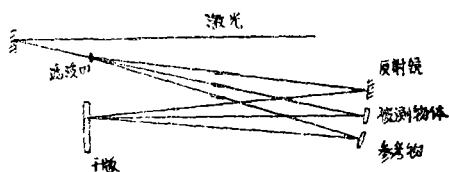


图1 夹层全息干涉法光路分布

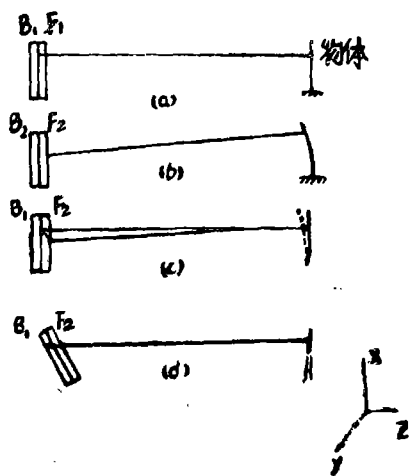


图3 用夹层干涉法测试面内位移

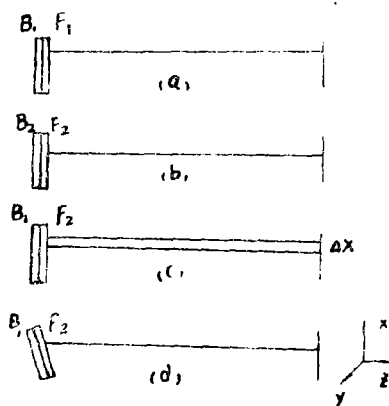


图2 夹层全息干涉法的

记录过程(以悬臂梁为例)

- (a) 物体变形前将其全部信息记录在全息干版  $B_1, F_1$  上
- (b) 物体变形后将其全部信息记录在全息干版  $B_2, F_2$  上
- (c) 将处理好的全息图  $B_1, F_2$  放回干版架。
- (d) 干版架绕  $y$  轴旋转  $\phi$  角

## 二、用夹层全息干涉法求面内位移产生的应变

实验光路如图 1 所示。在夹层全息干涉的记录过程中,  $F_1$ 、 $B_2$  可以用补偿片来代替。首先, 将补偿片放在干版架上, 然后再放上干版, 进行第一次曝光, 取下后版冲洗, 再在干版架上放上新的干版和补偿片, 此时将物体在其平面内旋转角度  $\beta$ , 然后进行第二次曝光, 径冲洗凉干后, 把第二次曝光的前块和第一次曝光的后块依次放在夹层全息干版架上, 用原参考光再现, 得到其干涉条纹如图 4 所示。这时我们有:

$$\beta = \left[ \frac{(n/\sin\phi)^2 - 1}{(n/\sin\psi)^2 - 1} \right]^{1/2} \quad (1)$$

其中:  $\beta$  为平板物体的面内转角;  $n$  为干版玻璃的折射率;  $\phi$ 、 $\psi$  分别为夹层全息干版架绕  $y$ 、 $x$  轴的转角。

如果物体在其平面内的位移很小, 假如沿  $x$  方向有一微小位移  $\Delta x$ , 如图 3 所示。用原参考光再现其夹层全息干涉图, 旋转干版  $\eta$  角, 在  $P$  点处干涉条纹消失。

我们有:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \eta &= \frac{2\Delta x}{d} \\ n \sin \eta &= \phi_2 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \text{故} \quad \sin \eta &= (\sin \phi_2) / n \\ \text{而} \quad \operatorname{tg} \eta &= \sin \eta / [1 - (\sin^2 \eta)]^{1/2} \\ &= \sin \phi_2 (n^2 - \sin^2 \phi_2)^{-1/2} \end{aligned}$$

$$\therefore \Delta x = 0.5 d \sin \phi_2 / (n^2 - \sin^2 \phi_2)^{-1/2} \quad (3)$$

如果平板物体沿  $x$  轴方向有位移  $\Delta x$ , 干版架以  $x$  轴为转轴, 则不能消除平板物体上的干涉条纹, 反而出现斜条纹, 并且在参考物上也有平行条纹出现, 如图 5 所示, 这时, 我们有

$$\begin{aligned} q &= (\lambda/2) \cdot [(2nL) / (\psi_2 d)] \\ \Delta x &= q \cdot \operatorname{tg} \gamma \end{aligned} \quad (4)$$

$$\text{因} \quad \phi_1 = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{d}{L[(n/\sin \phi_2)^2 - 1]^{1/2}} \quad [2]$$

$$\text{即} \quad L \operatorname{tg} 2\phi_1 = \frac{d}{[(n/\sin \phi_2)^2 - 1]^{1/2}}$$

将 (3) 式代入上式得:

$$\Delta x = \frac{1}{2} L \cdot \operatorname{tg} 2\phi_1 \quad (5)$$

再由  $\phi_1 = [\lambda / (2q)] \cdot \operatorname{tg} \gamma^{1/2}$  代入 (5) 式得:

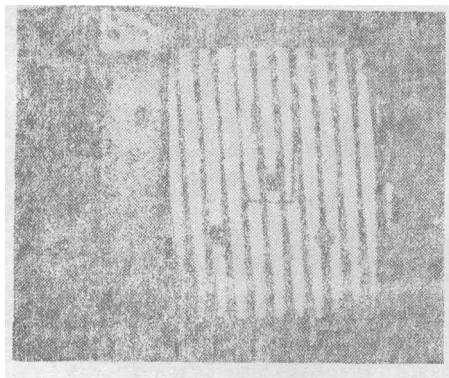


图4 平面转动产生的干涉条纹

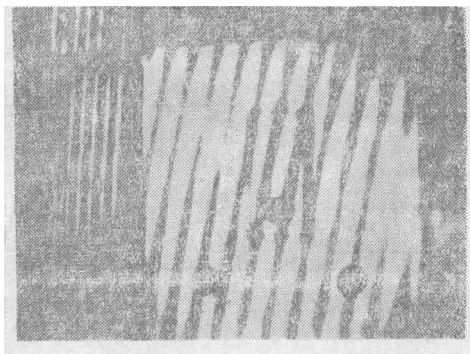


图5 物体沿  $x$  轴方向有位移  $\Delta x$ , 干版架以  $x$  轴为轴, 产生的条纹

$$\Delta x = \frac{1}{2} L \operatorname{tg}\{[d/(Ln)]\psi_2 \cdot \operatorname{tg}\gamma\} \quad (6)$$

同理, 如果梁上有与y轴平行的条纹, 干版架以y轴为转轴转动, 则有:

$$\Delta y = \frac{1}{2} L \operatorname{tg}\{[d/(Ln)]\phi_2 \cdot \operatorname{tg}\gamma'\} \quad (7)$$

其中:

L为点光源到被测物体的距离; d、n分别为干版玻璃的厚度和折射率;  $\gamma$ 、 $\gamma'$ 分别为斜条纹与x、y轴之间的夹角;  $\psi_2$ 、 $\phi_2$ 分别为干版架绕x、y轴的转角。

设物体沿x轴方向的位移为u, 沿y轴方向的位移为v, 则:

$$u = \frac{1}{2} L \operatorname{tg}\{[d/(Ln)]\psi_2 \cdot \operatorname{tg}\gamma\} \quad (8)$$

$$v = \frac{1}{2} L \operatorname{tg}\{[d/(Ln)]\phi_2 \cdot \operatorname{tg}\gamma'\} \quad (9)$$

$$\text{则: } \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{2} \cdot d \psi_2 / n \cdot \sec^2\{[d/(Ln)]\psi_2 \cdot \operatorname{tg}\gamma\} \cdot \frac{\partial(\operatorname{tg}\gamma)}{\partial x} \quad (10)$$

由数值逼近法得到此时的干涉条纹近似函数为 $f_1(x)$ 、 $f_2(x)$ 、... $f_n(x)$ <sup>[6]</sup>, 则:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}\gamma_1 &= f_1'(x), \dots \operatorname{tg}\gamma_n = f_n'(x) \\ \partial(\operatorname{tg}\gamma_1)/\partial x &= f_1''(x), \dots \partial(\operatorname{tg}\gamma_n)/\partial x = f_n''(x) \end{aligned} \quad (11)$$

$$\text{由 } \frac{\partial v}{\partial y} = 1/2 \cdot d \phi_2 / n \cdot \sec^2\{[d/(Ln)]\phi_2 \cdot \operatorname{tg}\gamma'\} \cdot \frac{\partial(\operatorname{tg}\gamma')}{\partial y} \quad (12)$$

和数值逼近法得到的此时干涉条纹近似函数:

$g_1(y)$ ,  $g_2(y)$ , ...,  $g_n(y)$ , <sup>[6]</sup>则:

$$\partial(\operatorname{tg}\gamma_1')/\partial y = g_1''(y), \dots, \partial(\operatorname{tg}\gamma_n')/\partial y = g_n''(y) \quad (12)$$

由弹性理论知:

$$\begin{aligned} \sigma_{xi} &= \frac{E}{1-\mu^2} \cdot \frac{d}{2n} \left[ \psi_2 \sec^2\left(\frac{d}{Ln} \psi_2 \operatorname{tg}\gamma\right) f_i''(x) \right. \\ &\quad \left. + \mu \phi_2 \sec^2\left(\frac{d}{Ln} \phi_2 \operatorname{tg}\gamma'\right) g_i''(y) \right] \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{yi} &= \frac{E}{1-\mu^2} \cdot \frac{d}{2n} \left[ \phi_2 \sec^2\left(\frac{d}{Ln} \phi_2 \operatorname{tg}\gamma'\right) g_i''(y) \right. \\ &\quad \left. + \mu \psi_2 \sec^2\left(\frac{d}{Ln} \psi_2 \operatorname{tg}\gamma\right) f_i''(x) \right] \end{aligned} \quad (14)$$

即只要由数值逼近方法得到条纹曲线的逼近函数, 并且测出干版架的转角, 则由(13)和(14)式, 便可以求出物体的应力值。

## 四 圆盘对径受压实验

实验光路如图 1 所示, 在此实验中用的是 He—Ne 激光器, 其功率为 25 mW。  
实验试件是直径  $d = 35 \text{ mm}$ , 厚度  $t = 8 \text{ mm}$  的圆盘, 其干涉条纹如图 6 所示。

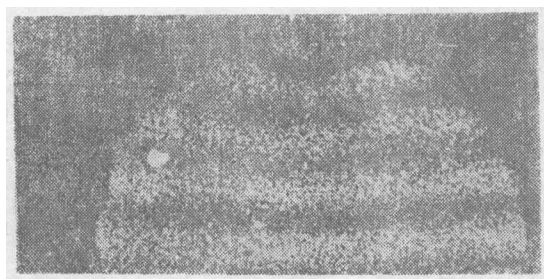


图6 对径受压圆盘的干涉条纹

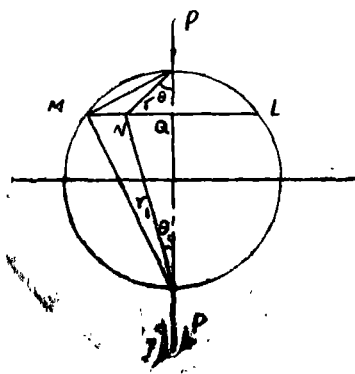


图7 圆盘对径受压

圆盘对径受压, 应力理论值:

如图 7, 沿任意一条弦线  $ML$ , 其上任意一点的应力值为:

$$\sigma_x = -\frac{2p}{\pi} \left( \frac{\sin^2 \theta \cos \theta}{r} + \frac{\sin^2 \theta_1 \cos \theta_1}{r_1} \right) + \frac{2p}{\pi d}$$

$$\sigma_y = -\frac{2p}{\pi} \left( \frac{\cos^3 \theta}{r} + \frac{\cos^3 \theta_1}{r_1} \right) + \frac{2p}{\pi d}$$

$$\tau_{xy} = -\frac{2p}{\pi} \left( \frac{\sin \theta \cos^2 \theta}{r} + \frac{\sin \theta_1 \cos^2 \theta_1}{r_1} \right)$$

其应变为:

$$\varepsilon_x = -\frac{2p}{\pi E} \left[ \left( \frac{\sin^2 \theta \cos \theta}{r} + \frac{\sin^2 \theta_1 \cos \theta_1}{r_1} \right) - \mu \left( \frac{\cos^3 \theta}{r} + \frac{\cos^3 \theta_1}{r_1} \right) - \frac{1}{d} (1 - \mu) \right]$$

$$\varepsilon_y = -\frac{2p}{\pi E} \left[ \left( \frac{\cos^3 \theta}{r} + \frac{\cos^3 \theta_1}{r_1} \right) - \mu \left( \frac{\sin^2 \theta \cos \theta}{r} + \frac{\sin^2 \theta_1 \cos \theta_1}{r_1} \right) - \frac{1}{d} (1 - \mu) \right]$$

由材料力学知:

$$\varepsilon_r = \frac{1}{2} (\varepsilon_x + \varepsilon_y) + \frac{1}{2} (\varepsilon_x - \varepsilon_y) \cos 2\alpha + \frac{1}{2} \gamma_{xy} \sin \alpha$$

即可以求得径向应变值。

圆盘对径受压沿弦  $ML$  的应变理论值与实验值比较, 如下表所示。其中 STRAIN—Y1 表示圆盘相应的沿  $y$  轴方向的应变实验值, STRAIN—Y2 表示相应的理论值。

比较实验结果和理论值, 可以看出, 其应变值的变化趋近相同, 并且误差较小。

## 五、结 束 语

本文实验结果表明, 条纹逼近函数的精确度直接关系到应力与应变的精度, 故在实用中主要的问题是选择适当的逼近函数, 使得其值与实验值尽可能地接近, 从而得到准确的应力与应变值。

表: 圆盘对径受压应变理论值与实验值 \*

STRAIN-Y1	STRAIN-Y2	STRAIN-X2
$-0.7247 \times 10^{-4}$	$-0.6939 \times 10^{-4}$	$0.789 \times 10^{-4}$
$-0.6637 \times 10^{-4}$	$-0.6489 \times 10^{-4}$	$0.6664 \times 10^{-4}$
$-0.6008 \times 10^{-4}$	$-0.6043 \times 10^{-4}$	$0.5476 \times 10^{-4}$
$-0.5160 \times 10^{-4}$	$-0.5552 \times 10^{-4}$	$0.4312 \times 10^{-4}$
$-0.5002 \times 10^{-4}$	$-0.5114 \times 10^{-4}$	$0.3253 \times 10^{-4}$
$-0.4685 \times 10^{-4}$	$-0.4749 \times 10^{-4}$	$0.2424 \times 10^{-4}$
$-0.4664 \times 10^{-4}$	$-0.4373 \times 10^{-4}$	$0.1559 \times 10^{-4}$
$-0.4098 \times 10^{-4}$	$-0.4092 \times 10^{-4}$	$0.1003 \times 10^{-4}$
$-0.3858 \times 10^{-4}$	$-0.3779 \times 10^{-4}$	$0.8885 \times 10^{-5}$
$-0.3710 \times 10^{-4}$	$-0.3579 \times 10^{-4}$	$0.3044 \times 10^{-6}$
$-0.3642 \times 10^{-4}$	$-0.3316 \times 10^{-4}$	$0.4755 \times 10^{-5}$
$-0.114 \times 10^{-4}$	$-0.3119 \times 10^{-4}$	$0.6062 \times 10^{-5}$
$-0.2731 \times 10^{-4}$	$-0.2839 \times 10^{-4}$	$0.1076 \times 10^{-4}$
$-0.32668 \times 10^{-4}$	$-0.2594 \times 10^{-4}$	$0.1450 \times 10^{-4}$
$-0.02227 \times 10^{-4}$	$-0.2224 \times 10^{-4}$	$0.1626 \times 10^{-4}$
$-0.1894 \times 10^{-4}$	$-0.2061 \times 10^{-4}$	$0.1402 \times 10^{-4}$

\* 仅计算了MQ<sub>0</sub> QL段与MQ段对称

## 参 考 文 献

- [1] N.Abramson Appl. Opt. 13 1974年 2019页
- [2] N.Abramson Appl. Opt. 14 1975年 981 页
- [3] N.Abramson Appl. Opt. 15 1976年 200 页
- [4] N.Abramson Appl. Opt. 16 1977年 2521页
- [5] N.Abramson Appl. Opt. 18 1979年 2870页
- [6] 李庆杨等, 数值分析, 华中工学院

# THE PRINCIPLE OF SANDWICH HOLOGRAPHIC INTERFEROMETRY AND IT'S APPLICATION IN MEASURING OBJECT'S STRESSES

Wang Lingli    Zhao Caifu    ke Jingtang

(Zhengzhou Institute of Technology)

### Abstract

The sandwich holographic interferometry was first proposed by Prof. Nils Abramson, He studied the in-plane and out-of-plane displacements of object in special cases. In this paper, the general formulas of in-plane displacements, and the strains, stresses caused by in-plane displacements was obtained. Computation of stresses due to in-plane deformation by means of derivatives of second order of contours of equal displacements, or second order derivatives of the fringes, are also presented. Measuring Object's displacements and stresses by using of sandwich holographic interferometry has many advantages over other holographic interferometries.

**Key words:** Sandwich Holographic Interferometry, Compensated plate.

(上接第38页)

## TO FIND THE SOLUTION OF THE LIMIT LOAD OF ANNULAR PLATES BY USING THE WEIGHTED-RESIDUAL METHOD

Liu Fulin

(Liaoning University)

### Abstract

In this paper, the method of weighted residual is applied to the structural plastic limit analysis. By starting from the general case of annular plates bearing the annular load, using the subdomain method in the weighted residual method, choosing simple trial functions (first, second, third-degree polynomial), we have found the solution of the limit load of annular plates on their various supporting conditions.

**Key Words:** annular plates, yield condition, trial function, residual, limit load.