

计入动变形的超重载园柱 滑动轴承EHL动特性研究

岑少起

(机械系)

提 要

计入动变形的超重载滑动轴承(偏心率 $\epsilon \geq 1$)的动力特性研究,国内外尚处于初始阶段。本文采用“双重均值”和优化加权系数相结合的方法,有效地解决了 ≥ 0.95 的超重载滑动轴承EHL解的快速收敛问题。在此基础上利用有限元方法成功地求得了 $\epsilon = 0.9 \sim 1.02$ 时的园柱径向滑动轴承的静、动特性。通过对八个动特性系数的分析,得到了几个值得注意的结论。

关键词: 超重载($\epsilon \geq 1$), 弹流润滑, 动特性

近几年来,对于重载(偏心率 $\epsilon > 0.7$),超重载($\epsilon \geq 0.95$)滑动轴承的EHL性能(弹性流体动力润滑性能),愈来愈引起国内外研究者的注意。(文献[1]~[4])。然而,绝大多数的研究都还局限在一般的重载范围内,即 ϵ 低于0.95。文献[2], [3]曾得到了 ϵ 大于1时的EHL解,但仅求得静特性。文献[1]虽然求得了八个动特性系数,但偏心率最大仅达0.9,因而不足以说明超重载情况,而且只考虑了轴瓦的变形(即未计入轴颈的变形)。当然这是由于众所周知的困难,在 $\epsilon > 0.95$ 时,由于压力和弹性变形的相互偶合作用,当用迭代法求EHL解时,收敛速度极慢,有时甚至发散。

本文作者在有效地解决 $\epsilon \geq 1$ 的超重载滑动轴承EHL解的快速收敛的情况下(文献待发表),又编制了用于动特性计算的有限元程序,在同时考虑轴颈,轴瓦表面弹性变形的情况下,成功地求得了 $\epsilon = 0.9 \sim 1.02$ 时的园柱径向滑动轴承的动特性(包括8个动特性系数,相当刚度,临界质量等)。对计算结果进行分析,得到了一些值得注意的结论。

由于极大地提高了收敛速度,全部计算是在TBM微机上进行的。

一、基本方程组

重载,超重载滑动轴承弹性流体动力润滑方程组包括雷诺方程, Boussinesq公式, 粘压方程, 几何方程以及压力边界条件。

在图1, 图2坐标系下, 上述诸方程分别表示如下:

1、雷诺方程

本文1987年2月14日收到。

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = \frac{1}{2} U \frac{\partial h}{\partial x} + v_x \cos \phi + v_z \sin \phi \quad (1)$$

其中 $x = R\phi$ 沿轴承圆周方向

z 沿轴向; R ——轴承半径

p ——油膜压力; h ——油膜厚度

U ——轴颈线速度; μ ——动力粘度; v_x, v_z 分别为轴颈中心速度扰动。当 v_x, v_z 同时为 0 时 (1) 式即为通常的静态雷诺方程。

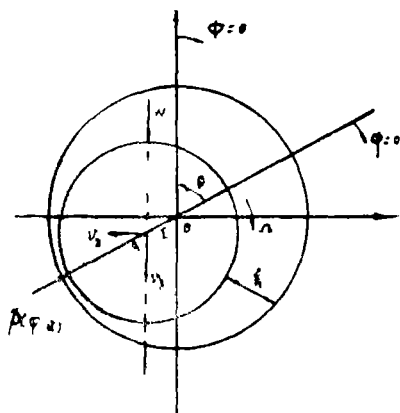


图1

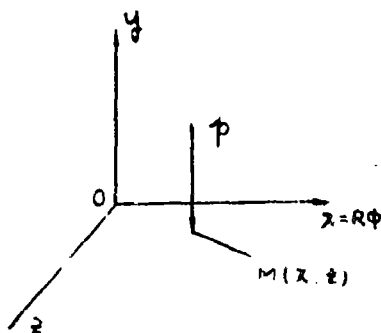


图2

2、弹性方程——Boussinesq公式

设 u 为轴瓦或轴承表面上任一点 M 处的弹性位移, 则

$$u = \frac{1 - \sigma^2}{\pi E} \int \int_A \frac{p}{r} dx dz$$

其中 E 为弹性模量, σ 为泊松比, $r = r(x, z)$ 为油膜展开平面内任一点 M 处位置矢量。

如果同时计入轴颈, 轴瓦表面变形则

$$u = \frac{1}{\pi E'} \int \int_A \frac{p}{r} dx dz \quad (2)$$

其中

$$\frac{1}{E'} = \frac{1 - \sigma_1^2}{E_1} + \frac{1 - \sigma_2^2}{E_2}$$

3、几何方程——油膜厚度计算方式

设 h 为油膜展开面上任一点油膜厚度则

$$h = c(1 + \varepsilon \cos \varphi) + u \quad (3)$$

其中 $c = R - r$ 为轴承径向间隙, ε 即为偏心率。 $\varphi = \phi - \theta$, θ 为偏位角。

4、粘压方程

$$\mu = \mu_0 e^{\alpha p}$$

其中 μ_0 为环境压力下的动力粘度

α 为粘压指数

5、压力边界条件

这里采用精度较高的Reynolds边界条件:

$$\left. p \right|_{\varphi = \varphi_0} = 0 \quad \left. p \right|_{\varphi = \varphi_2} = 0 \quad \left. \frac{\partial p}{\partial \varphi} \right|_{\varphi = \varphi_2} = 0 \quad \left. p \right|_{z = \pm L/2} = 0 \quad (5)$$

这里 φ_0 , φ_2 分别为圆周方向油膜起始边和终止边; L 为轴承宽度。

将(1)~(5)式联立起来, 即得本问题基本联立方程组。这是一个非线性微分, 积分方程组, 目前情况下, 还得不到解析解, 因而只能用迭代法求解。当用数值法求解雷诺方程时, 可用差分法或有限元法, 这里采用精度较高的有限元方法。

二、基本方程组的有限元分析

1、油膜区域离散化

根据滑动轴承润滑理论的薄层油膜假设, 可将整个油膜区域展为平面。然后将其划分为若干单元。

这里采用矩形八节点等参元。通过标准形函数 N_i ($i=1\sim 8$)可得诸有关参数的等参变换:

$$G = \sum_{i=1}^8 N_i G_i \quad (6)$$

其中 G 为某几何或物理量在单元内任意值, G_i 为单元节点之值。

2、雷诺方程的有限元分析

根据雷诺方程的等价变分和积分区域的可加性(文献[4]), (1)式可以离散为下述线性代数方程组:

$$[K]\{p_i\} = -[Ku]\{I\} \quad (7)$$

其中 $j=1, 2, \dots, n$ n 为总节点数

$[K]$ 称之总刚度矩阵;

$[Ku]$ 称之总流率矩阵;

$\{I\} = \{1, 1, \dots, 1\}^T$

$[K]$ 和 $[Ku]$ 可通过相对应的单元刚度矩阵 $[K]^e$ 和单元流率矩阵 $[Ku]^e$ 按总节点编号分别迭加得到。 $[K]^e$ 和 $[Ku]^e$ 中的诸元素可由下述公式求得:

$$K_{ij}^e = \int_e \int \frac{h^3}{12\mu} \left(\frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial z} + \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial N_j}{\partial x} \right) dx dz \quad (8)$$

$$K_{uij}^e = \int_e \int \frac{1}{2} U h \frac{\partial N_i}{\partial x} N_j dx dz + \int_e \int v_r \cos \phi N_i N_j dx dz$$

$$+ \int_e \int u_x \sin \phi N_j dx dz \quad (9)$$

其中 $i, j = 1, 2, \dots, 8$

3、Boussinesq公式的散化

由(2)式直接求 u 一般是很困难的, 依据前述的有限元分析可得下述子域离散和等参变换的 Boussinesq 积分:

$$u = \frac{1}{\pi E'} \sum_{e=1}^S \int \int \sum_{i=1}^8 N_i P_i dx dz \quad (10)$$

$$\sqrt{(x-x_m)^2 + (z-z_m)^2}$$

其中 S 为单元总数, x_m, z_m 为所求点 M 的坐标。

(8), (9), (10) 三式均是对单元 e 的三重积分, 直接积分是困难的, 这里采用数值积分中精度高的高斯型积分。

4、静特性和动特性计算

在迭代求出压力分布和弹性位移 u 的基础上, 先求出承载系数 ζ , 阻力系数 f/ϕ , 最小油膜厚度 h_{\min} 等静特性参数。然后分别给出 x, y 方向的位移扰动和速度扰动重新求解动态雷诺方程, 可得到八个动特性系数 (即4个刚度系数, 和4个阻尼系数) 和综合刚度 K_e 等。本文采用差分格式定义八个动特性系数, 因此为了求动特性需要求解八次动态雷诺方程。为了提高精度, 取无量纲扰动量为 0.001 (一般资料建议取 0.01~0.002)。各动特性系数公式的推导, 这里从略。

三、迭代过程及初始数据

本文计算的迭代过程可用下述框图简要说明:

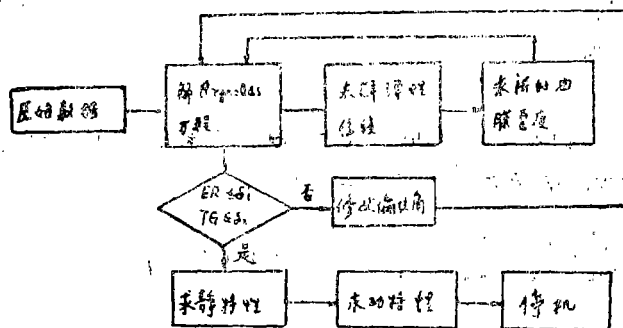


图3 迭代框图

$$\text{其中 } ER = \frac{\sum_{i=1}^n |P_i^{k+1} - P_i^k|}{\sum_{i=1}^n P_i^{k+1}} \quad i=1, 2, \dots, n \text{ 总节点数}$$

$$TG = |F_x/F_y|$$

$$\delta_1, \delta_2 \text{ 取 } 0.0004$$

所用初始数据分别为:

$$L/D=1, \phi=0.002, U=1300\text{cm/S}$$

$$\mu_0=4 \times 10^{-7} \text{kg} \cdot \text{s}/\text{cm}^2, \alpha=0.196 \times 10^{-2} \text{cm}^3/\text{K}$$

$$E'=0.79 \times 10^6 \text{kg}/\text{cm}^2 \text{ (轴颈材料为钢, 轴瓦材料为铜)}.$$

本文的最后计算结果都是以无量纲形式给出的。其中

$K_{xx}, K_{yx}, K_{xy}, K_{yy}$ 为无量纲刚度系数。

$C_{xx}, C_{yx}, C_{xy}, C_{yy}$ 为无量纲阻尼系数。

K_{eq} 为无量纲综合刚度。

四、计算结果和讨论

1、在 $\varepsilon \leq 0.9$ 时和文献1的计算和实验结果比较

文献1利用SAp5程序, 直接离散整个轴瓦, 最后求得了 $\varepsilon \leq 0.9$ 时的动特性。为了便于说明本计算方法的精度, 作者按文献1所给几何, 物理条件专门求解了 $\varepsilon=0.5$ 和 0.9 时的静、动特性。

表1, 表2列出了两种结果:

表1

	$\varepsilon=0.5$				$E=200$				(铜瓦)
	K_{xx}	K_{yx}	K_{xy}	K_{yy}	C_{xx}	C_{yx}	C_{xy}	C_{yy}	K_{eq}
文献I 结果	1.5361	2.9942	-0.6744	2.1304	2.1403	1.6798	1.7371	5.6219	
本文结果	1.7599	2.9475	-0.8258	2.0349	1.5277	1.3665	1.2780	3.1885	1.2896

表2

	$\varepsilon=0.9$				$E=200$				(铜瓦)
	K_{xx}	K_{yx}	K_{xy}	K_{yy}	C_{xx}	C_{yx}	C_{xy}	C_{yy}	K_{eq}
文献I 结果	19.9289	46.9712	-17.5857	118.5128	2.7377	-4.0226	7.0974	45.7725	
本文结果	13.9149	39.6412	-7.6053	82.7207	7.7196	18.4413	14.446	57.4445	11.1254

由表1, 表2可以看出: 在 $\varepsilon = 0.5$ 时两种计算结果是极为接近的。而在 $\varepsilon = 0.9$ 时, 四个刚度系数也是比较接近的。四个阻尼系数差别较大。对于 C_{xx} , C_{yx} , C_{xy} 都比文献1的计算值大, 但是根据文献1的实验曲线(P-21), 其实验值随着承载系数的增大(也即偏心率的增大)则远大于计算值。这说明本文作者的计算结果更接近于文献1的试验结果。但对于阻尼系数 C_{yy} , 两者有一定误差。

下面主要讨论超重载情况下($\varepsilon = 0.95 \sim 1.02$)动特性系数变化规律。

2、图4是四个刚度系数随 ε 变化的曲线由图4可以看出, 随着偏心率的增大 K_{xx} 在 $\varepsilon \leq 0.99$ 时是增大的, 但增长的梯度很小, 而在 $\varepsilon \geq 0.99$ 时则略有下降。显然在 $\varepsilon = 0.99$ 时取得极值。或者说 $\varepsilon = 0.99$ 是一个值得注意的位置。

K_{yy} 随着 ε 的增加是缓慢增加的。而 K_{yx} 则随着 ε 的增加是急剧增加的, 这倒是和刚性解有些相似。不过增长的幅度小于刚性解。

K_{xx} 的变化规律是十分有趣的, 在 $0.9 \leq \varepsilon \leq 1.02$ 的范围里竟出现两个峰值, 分别处在 $\varepsilon = 0.97$ 和 $\varepsilon = 1.00$ 处; 而在 $\varepsilon = 0.99$ 时曲线呈突然的下凹, 在此取得极小值。 $K_{xx} \sim \varepsilon$ 曲线在极大偏心率的情况下有如此奇异的变化, 是值得注意的。

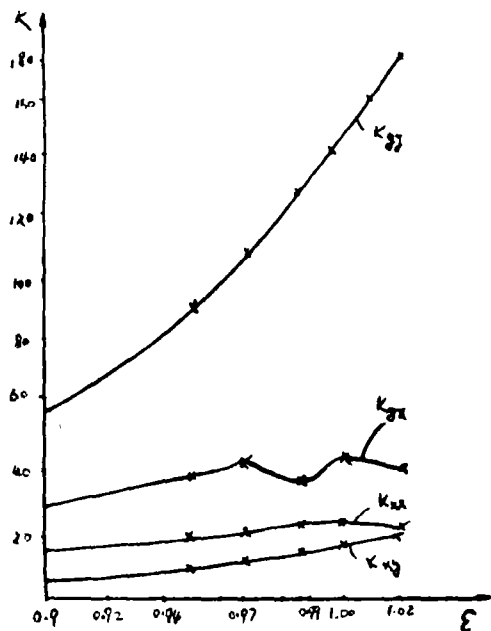


图4

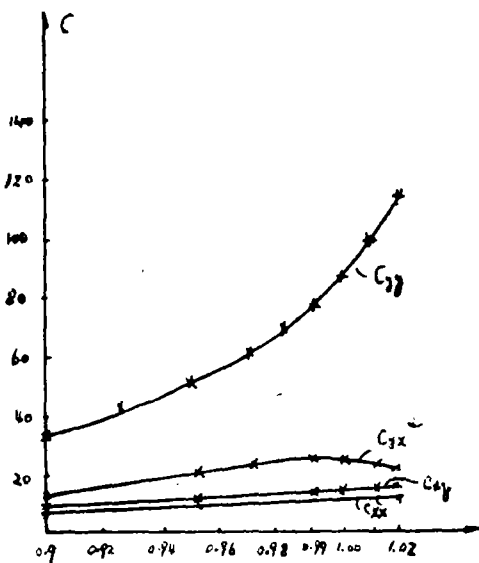


图5

3、图5是四个阻尼系数随偏心率 ε 增加的变化曲线

由图5可以看到 C_{xx} , C_{xy} 是缓慢增加的, 而且与 ε 近似满足直线关系, 这种关系是有用的, 我们可以通过较小偏心率(如 $0.9 \leq \varepsilon \leq 0.95$)时的 C_{xx} , C_{xy} 来求极大偏心率($\varepsilon \geq 1$)时的 C_{xx} , C_{xy} 。

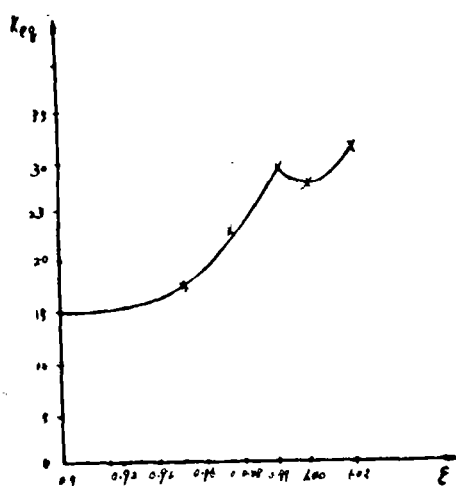


图6

C_{xz} 随着 ε 的增大是增大的, 而且增大的梯度亦是相当大的。

C_{xz} 在 $\varepsilon = 0.99$ 时亦出现转折, 在 $0.9 \leq \varepsilon \leq 0.99$ 是缓慢增加的, 而在 $0.99 \leq \varepsilon \leq 1.02$ 则是缓慢减小的, 当然在 $\varepsilon = 0.99$ 处取极大值。

由图中还可看出, 在超重载情况下 C_{xz} 和 C_{zx} 不再相等, 这点和刚性解是不同的。

4、图6是综合刚度 (亦称相当刚度) $K_{eq} \sim \varepsilon$ 曲线。总的说来, 随着 ε 的增加 K_{eq} 是增加的, 但是在 $\varepsilon = 0.99$ 和 $\varepsilon = 1.00$ 处出现两个极值点, 而在 $\varepsilon = 1.00$ 处取极小值。

五、几点结论

1、径向滑动轴承在超重载情况下 ($\varepsilon > 0.95$), 其EHL动特性与刚性解有相当大的不同, 与轻载, 一般重载情况下也不大相同。

2、在超重载情况下, $\varepsilon = 0.99$ 和 $\varepsilon = 1.00$ 是两个值得注意的几何点, 此时其动特性系数出现极值。特别是在 $\varepsilon = 0.99$ 处附近时, 动特性曲线呈奇异变化, 从物理概念上解释这些现象, 作者认为是很有必要的。

3、 C_{xz} 和 C_{zx} 在超重载情况下, 不再相等。这与文献1在 $\varepsilon \leq 0.9$ 时得到的结论是一致的。

参 考 文 献

- [1] 张直明等: “计入弹性动变形的圆柱形径向滑动轴承动力特性的研究” 《机械工程学报》 1986年第1期。
- [2] 岑少起等: “重载径向轴承润滑力学问题数值解” 《西安交通大学学报》 1982年第2期。
- [3] Oh, K.P. and K.H. Hueber: “Solution of the elastohydrodynamic finite journal bearing Problem” 《ASME》 vol-95, 1973。
- [4] 楼志文、陈瀚等: “弹性流体动力润滑理论有限元解” 《西安交通大学学报》 1979年第2期。
- [5] Hook, C.J 等 “The effect of elastic distortions On journal bearing Performance of thin Shell bearing” Proc Instn Mech Engrs 1966-67。

INVESTIGATION OF THE EHL DYNAMIC PERFORMANCE OF SUPER HEAVY-LOADED ($\varepsilon \geq 1$) CYLINDRICAL JOURNAL BEARINGS

Cen Shaoqi

(Department of Mechanical Engineering)

Abstract

In the paper the system of simultaneous EHL equations (consisting of Reynolds equation, elastic dynamic deformation equation, viscosity-pressure equation and film thickness equation) governing cylindrical journal bearings under super-heavy-load was solved in finite element method. All stationary and dynamic properties were obtained when the eccentricity ratio $\varepsilon = 0.96 \sim 1.02$ and material of journal is steel, material of bearing shell is copper. By analyzing 8 dynamic property coefficients and comparing with the cases that $\varepsilon < 1$ several conclusions noticed worthily are come to.

Key Words: Super heavy-load ($\varepsilon \geq 1$), EHL, Dynamic Performance

(上接第66页)

COMPUTER AIDED DESIGN OF OPTIMAL CONTROL SYSTEMS BASED ON TIME-DOMAIN RESPONSE CRITERION

Chen Weiying Feng Dongqing

(Department of computer and Automation)

Abstract

According to the idea of pole placement of optimal control systems, this paper proposes a method of computer aided design of optimal control systems based on time-domain response criterion. The elements of the weight matrix Q in the quadratic performance index are selected by the parameter optimization though repeating simulation. An example for design of radar tracking control system is given in the paper.

Keywords: optimal control; quadratic performance index; time-domain response criterion; CAD of control systems