园形平面油垫低速功耗的最佳值

白雪林　邓乃慧

（信阳陆军学院）

提　　要

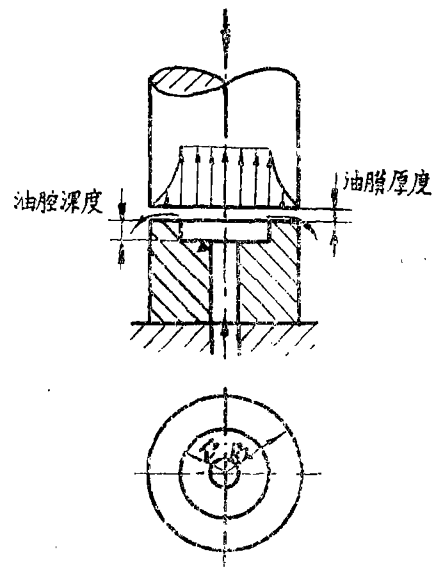
在静压轴承设计计算中，低速情况下功率耗损取决于油腔半径和油垫半径的尺寸。本文通过对功率公式的讨论，把油腔半径与油垫半径之比归结为一个方程求根，並给出了一个计算程序，算出了使功率耗损最佳的合理比值，为静压轴承设计提供了理论依据。

关键词： 液体静压支承　园形平面油垫　最小功耗

（1）问题的提出

液体静压轴承系统是由轴承、补偿元件和供油系统组成。静压轴承中各个独立的承载部分叫油垫，每个油垫由油腔、封油面和进油孔组成。油垫表面的形状由运动件的支承面的几何形状决定。油垫的寸尺影响到功率损耗的大小。过多的功率耗损，不仅增加能源消耗的费用，而且还导致工件严重发热，影响支承的工作性能。因此，研究功率耗损低的最佳化是静压轴承设计计算中一个十分重要的问题。

本文讨论的问题是郑州工学院静压轴承研究室在设计计算中，提出的园形平面油垫在低速情况下，功率耗损的最佳值问题。



园形平面油垫的工作示意图为图1。

图1中R_1表示油腔半径，R_2表示油垫半径。

记q为流量，p_r为腔压，w为承载能力，h为轴承间隙，η为动力粘度。在低速情况下，功率H由以下公式表示：

$$H = q p_r = -\frac{2}{3}\frac{w^2 h^3 \ln\frac{R_1}{R_2}}{R_2^4\ \pi\eta\left[1-\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2\right]^2}$$

当诸设计参数w、h和η给定后，功率H就是油腔半径R_1和园形平面油垫半径R_2的函数。我们研究的问题就成为：R_1和R_2取什么尺寸时，可使功率H达到最小值。

本文1987年6月26日收到

（2）问题的简化

如果说在静压轴承的设计计算中，给定了油垫半径R_2的尺寸，问油腔半径R_1取何种尺寸，可使功率H耗损最小。问题就简化为单变量函数的极值问题。为此，我们令

$$r=\frac{R_1}{R_2}$$

（1）式就简化为

$$H=-\frac{2}{3}\ \frac{w^2h^3 l_n r}{R_2^4\pi\eta(1-r^2)^2} \tag{2}$$

使（2）式表示的单值函数取极值的点，必为

$\frac{dH}{dr}=0$的点，

故有 $$\ln r+\frac{1}{4r^2}-\frac{1}{4}=0 \tag{3}$$

这就将求函数（2）的最小值问题转化为求方程（3）的根的问题。这样的方程的准确根一般是求不出来的，在实际问题计算中，只要求出有足够精确度的近似根就行了。

（3）根的存在及其隔离

显然，方程（3）有一个根$r=1$、但是，从园形平面油垫工作示意图1看出，这不是我我们要求的根，实际问题要求$r=R_1/R_2$是大于0而小于1的，即要求r满足不等式

$$0<r<1$$

因此，我们只需考虑方程（3）在内部是否有根？有的话，是否唯一？如果根是存在唯一的话，还要指出隔离根的一个比较小的区间，使得有可能尽快地求出满足精度要求的近似根。

为此目的，我们令

$$f(r)=l_n r+\frac{1}{4r^2}-\frac{1}{4} \tag{4}$$

这是一个在开区间（0，1）内连续可微的函数，其一阶连续导数为

$$f'(r)=\frac{1}{r^3}\left(r^2-\frac{1}{2}\right) \tag{5}$$

二阶连续导数为

$$f''(r)=\frac{1}{r^4}\left(\frac{3}{2}-r^2\right) \tag{6}$$

为了导求函数f（r）的零值点，我们首先利用函数及其一二阶导数的表达式（4）、（5）、（6）算出下表1。

表1

r	$(0,\frac{1}{\sqrt{2}})$	$\frac{1}{2}$	$(\frac{1}{2},\frac{1}{\sqrt{2}})$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$(\frac{1}{\sqrt{2}},1)$
$f'(r)$	−	−	−	0	−
$f''(r)$	+	+	+	+	+
$f(r)$	↘	0.0568520	↘	−0.0965735	↗

我们已将连续函数f（r）的变化情况展示在表1中，它在（0，1）区间内部仅有一个最小值点$r=\frac{1}{\sqrt{2}}$，其最小值$f(\frac{1}{\sqrt{2}})=-0.09657359$，而在（0，$\frac{1}{\sqrt{2}}$）的内部f（r）是单调下降的，在（$\frac{1}{\sqrt{2}}$，1）的内部f（r）是单调上升的，上升到r＝1时，f（r）达到零值。这就是说f（r）在（0，1）的内部要有零值点的话，也只能在（0，$\frac{1}{\sqrt{2}}$）的内部取到。

因此，再将（0，$\frac{1}{\sqrt{2}}$）分成两个区间（0，$\frac{1}{2}$）和（$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{\sqrt{2}}$）进行讨论。f（r）在（0，$\frac{1}{2}$）内是单调下降的，下降到$r=\frac{1}{2}$时，$f(\frac{1}{2})=0.05685282$。这说明f（r）在（0，$\frac{1}{2}$）内部不可能有零值点。因此，零值点只可能在闭区间〔$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{\sqrt{2}}$〕的内部取到。

现在讨论f（r）在闭区间〔$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{\sqrt{2}}$〕上的变化情况。由于f（r）在〔$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{\sqrt{2}}$〕上是单调的连续下降的，并且以前边的计算得知，在左端点$r=\frac{1}{2}$处f（r）取正值，在右端点$r=\frac{1}{\sqrt{2}}$处f（r）取负值，利用Bolzano定理的结论，必存在唯一的一点C，使得

$$f(C)=0\quad \frac{1}{2}<C<\frac{1}{\sqrt{2}}$$

由此可见，f（r）在（0，1）内部存在唯一的零值点C，并且C是在较小的区间〔$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{\sqrt{2}}$〕的内部。为了寻求C的近似值方便。我们还可以把C隔离在更小的区间内部。事实上由于可计算

出$r=0.6$处的函数值$f(0.6)=-0.06638118$，故使$f(C)=0$的点C还可以隔离在更小的区间〔0.5，0.6〕的内部。即使$f(C)=0$的点C满足

$$0.5<C<0.6$$

为了寻求$f(r)$在〔0.5，0.6〕的内部的零值点C的近似值，根据表1和上述讨论，可大致画出$f(r)$的函数图形为图2

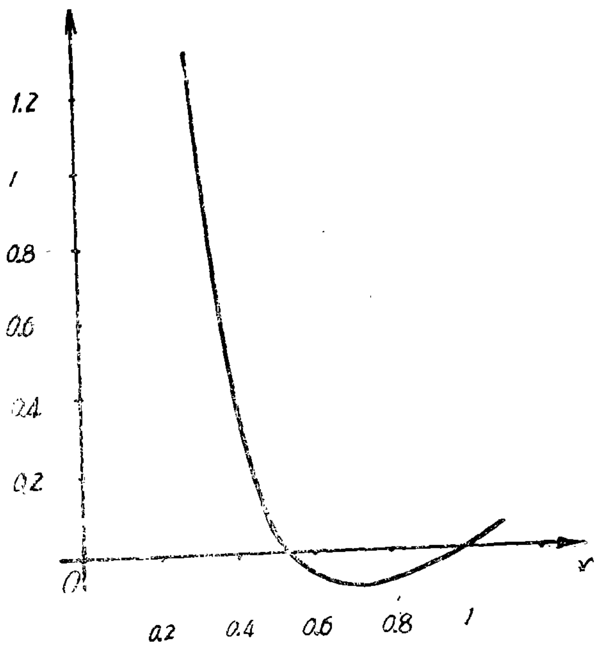


图2

（4）根C的近似值及其计算程序

算出$f(r)$和$f''(r)$在$r=0.5$处的函数值，可知$f(0.5)$和$f''(0.5)$同号。因此，函数$f(r)$在〔0.5，0.6〕上从左侧使用迭代公式：

$$r_{k+1}=r_k-\frac{f(r_k)}{f'(r_k)} \qquad (7)$$

而从右侧使用迭代公式：

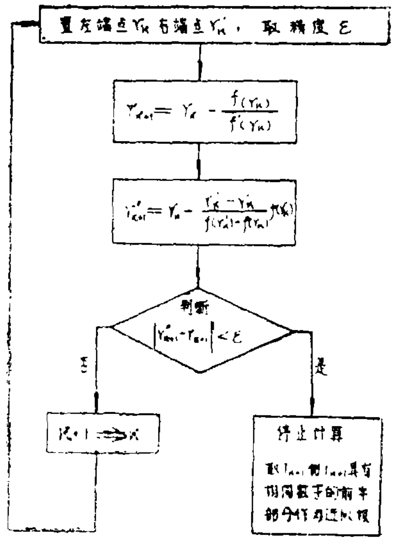
$$r'_{k+1}=r_k-\frac{r'_k-r_k}{f(r'_k)-f(r_k)}f(r_k) \qquad (8)$$

先用迭代公式（7），后用迭代公式（8），反复交替进行，一直进行到当给定的精度要求ε使得

$$|r_{k+1}-r'_{k+1}|<\varepsilon$$

时，就得到满足精度要求的根C的近似值，这时，r_{k+1}和r'_{k+1}都是满足精度要求的根C的近似值。

为了寻求方程f（r）=0的根C的近似值，我们现在就可以利用迭代公式（7）和（8）设计计算框图。其计算框图为：



根据上述计算框图，编于BASIC语言程序及其计算结果如下：

```
JLIST
10  INPUT R1, R2, E
20  PRINT "RK="; R1
30  PRINT"RK="; R2
40  PRINT "E="; E
50  F1=LOG(R1)+1/4/R1/
    R1-0.25
60  F2=( R1*R1-0.5) /R1/
    R1/R1
70  F3=LOG (R2 ) +1/4/R2/
    R2-0.25
80  R3=R1-F1/F2
90  R2=R1-(R2-R1 ) *F1/( F3-F1 )
100 R1=R3
110 IF  ABS (R1-R2)) E THEN 50
120 PRINT R1,R2
130 END

JRUN
?0.5,0.6,0.000000001
RK=.5
RK'=.6
E=1E-09
.533543004  .533543004
```

因此，r=0.533543004就是方程（3）相当精确的近似根。在实际设计中，并不要求有这样高的精确度。

（5）结尾

本文研究的问题是由（1）式给出的园形平面油垫，在低速情况下，功率耗损的最佳值。也就是在油腔半径R_1和油垫半径R_2怎样取值时，方能使功率耗损最小。由于我们引进了变量$r=R_1/R_2$，问题就变成当把油垫半径R_2给定之后，油腔半径R_1该取何值，可使功率耗损最小。

现在，已经求出了r的近似值，即$r = 0.533543004$。故有

$$R_1 = 0.533543004R_2$$

这就是说，在静压轴承设计计算中，对于园形平面油垫，如果给定了油垫半径R_2的值，只要取油腔半径的尺寸为$R_1 = 0.533543004R_2$，就可保证在低速情况下，功率耗损于最佳状态。

参　考　文　献

（1）郑州工学院编《液体静压技术讲义》

THE OPTIMUM OF THE LOW SPEED POWER LONSUWPTiON OF THE "ROUND PLANE OIL PAD"

(Xia Yang Institute of land forces)

Hydrostatic Bearing
Circular Plane—Pad
Minimum Power

Bai Xuelin
Deng Naihui

Abstract

In the design of statil hydraulic fhrust bearing, the power consumption under low speed is determined by the size of the radius of the oil chamber and the radius of the oil pap. this paper, by discussing on the power fomrula, summed up the ratio between the radius of the oil chamber and the radius of the oil pad as an equation to be solved by rooting, brought forth a calculating programme and evaluated the reasonable ratio uhich forms the optimum of the power consumption, thus provided fheoretical basisfor the design of static hydraulic fhrust bearing。

key Words: hydrostatic bearing; circular plane-pad; minimum power