线路负荷的概率计算法

曾月萍

（电机系）

提　　要

本文根据负荷的随机性质，应用概率理论，提出了线路负荷的概率计算法。针对选取随机变量及其概率分布的不同，论述了按0—1分布，二项分布和正态分布三种情况下的计算方法。所用理论符合问题的本质，考虑问题较为切合实际，方法简单易行。

关键词：计算负荷，随机变量，二项分布，正态分布

一、问题的提出

计算负荷是电网设计中导线截面和各种电器选择的依据之一，其计算以用户的电力需求为基础。计算负荷数值的合理确定不仅影响着电器选择的合理性，而且也将对经济优质运行起着不可忽视的作用。因此，合理确定计算负荷就是电力工程中一个至关重要的问题

在工程实践中，对于计算负荷的确定，已经有许多方法，然而，它们都是把用户的用电功率看作是确定型的量，与实际情况不符。实际上，用电负荷随时间的变化，受众多因素的影响，表现在因果关系上，这些因素不能控制。用电负荷的波动存在着不确定性，无论是从宏观上对电源而言，或是从微观上，一个用电设备什么时候用电，用多少电等，都带有随机性，所以是一种随机现象。显然，不确定型问题用确定型问题的方法去解决就是一种粗略近似。因此，寻求一种数学方法使其确定更符合实际是完全必要的。

在文献〔1〕中提到："在任一指定时刻，一个城市的耗电量，是大量用户耗电量的总和……它们往往近似地服从正态分布"。由此，联系到电力工程的实际，把负荷视为服从某种概率分布的随机变量，是符合负荷具有随机性的实际情况的。本文就是利用概率理论和方法，提出了在理论上较为符合实际的概率计算法。

二、理论与方法

利用概率论和概率模型是把随机变量进行数量化并进行分析的有效方法，其关键问题是：

（1）把现象中随机变化的量数量化，并取作随机变量。在现象中有许多变量，根据问

本文1987年4月2日收到

(C)1994-2023 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　　http://www.cnki.net

题的目的，可以选择其中一个作为随机变量。

（2）随机变量的取值，在搞清楚是离散值还是连续值，其数值的变化范围是多少的情况下，选择适当的概率模型，即随机变量的分布模型。

（3）利用概率论的有关定律进行分析计算。

我们根据选取随机变量及其概率分布不同，分下列几种情况进行讨论。

（一）按接通状态为0——1分布考虑

一个用电设备与电源的关系，有两种状态，接通与断开。用电设备什么时候接通电源，又什么时候断开电源，是一随机事件。我们把接通状态选作随机变量。

假设总用电户数为n，每户一次用电时间为t，n个用户一次用电延续时间为T，用$t/T=P$表示每户用电的接通概率，用$X_i=1$表示第i个用户用电，用$X_i=0$表示其不用电$i=1,2\cdots\cdots n$，则有$P\{X_i=1\}=p$，$P\{X_i=0\}=1-p$，而X_1，$X_2\cdots\cdots X_n$则为服从（0——1）分布的随机变量。在数学上已经证明，上述随机变量之和即$Z=X_1+X_2+\cdots\cdots+X_n$也为随机变量，且服从以参数为n，p的二项分布。

在此情况下，若电源的过负荷概率为q，那么，问题就变成了需要求得一个同时用电户数m，使得Z大于m的概率为q，为此，根据

De Moivre——Laplace定理〔1〕，〔3〕，有

$$P\left\{Z>m\right\}=1-\int_0^{\frac{m-np}{\sqrt{np(1-p)}}}\frac{2}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{t^2}{2}}dt=q$$

$$1-0.5-0.5\Phi\left[\frac{m-np}{\sqrt{np(1-p)}}\right]=0.5-0.5\Phi\left[\frac{m-np}{\sqrt{np(1-p)}}\right]=q$$

由此得　$\Phi\left[\frac{m-np}{\sqrt{np(1-p)}}\right]=1-2q$

或　$\Phi^{-1}(1-2q)=\frac{m-np}{\sqrt{np(1-p)}}$

根据下页表〔2〕，

可查得　$\Phi^{-1}(1-2q)=k$，因此

$$k=\frac{m-np}{\sqrt{np(1-p)}}$$

则　$m=np+k\sqrt{np(1-p)}$

由此不难求出相应于m并计入线损率η的计算负荷S_r

$$S_r=(1+\eta)ms$$

式中S为一户的用电功率。

在计算时，为了更切合实际，首先计算供电线路的计算负荷（方法同上），然后，把每

(C)1994-2023 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

条线路视为一个负荷因子（为简化计，可视它们的负荷和接通概率相等），仍用上述方法即可计算出用电负荷对系统电源而言的计算负荷。

单位正态表：

x	$\overline{\Phi}(x)$	x	$\overline{\Phi}(x)$
0.0	0.0	1.9	0.9426
0.1	0.097	2.0	0.9545
0.2	0.1585	2.1	0.9643
0.3	0.2358	2.2	0.9722
0.4	0.3108	2.3	0.9786
0.5	0.3829	2.4	0.9836
0.6	0.4515	2.5	0.9876
0.7	0.5161	2.6	0.9907
0.8	0.5763	2.7	0.9931
0.9	0.6319	2.8	0.9949
1.0	0.6827	2.9	0.9963
1.1	0.7287	3.0	0.9973
1.2	0.7699	分位数值	
1.3	0.8064	1.2816	0.8000
1.4	0.8385	1.6449	0.9000
1.5	0.8664	1.9600	0.9500
1.6	0.8904	2.5037	0.9600
1.7	0.9109	2.3263	0.9800
1.8	0.9281	2.5758	0.9900

例一，某县若到2000年电炊户达20000户，每户1.5千瓦，负荷因子数为n＝150，其接通概率为0.5，电源过负荷概率为0.01，求电炊负荷的计算值。

解：据前述公式，有

$$\overline{\Phi}\left[\frac{m-np}{\sqrt{np(1-p)}}\right]=1-2q=1-2\times0.01=0.98$$

查上表　$\overline{\Phi}^{-1}(0.98)=2.3263$

即　$$\frac{m-np}{\sqrt{np(1-p)}}=2.3263$$

$$\frac{m-150\times0.5}{\sqrt{150\times0.5(1-0.5)}}=2.3263$$

(C)1994-2023 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

$m=89$

计算负荷（未计线路损失）为

$$S_r = m \cdot \frac{S}{n} = 89 \times \frac{20000 \times 1.5}{150} = 17800\text{千瓦。}$$

（二）按负荷为正态分布考虑

在这里把用户消耗的功率作为随机变量，它受着许多随机因素影响，有外界的，内部的，也有自然的，人为的。随机变量作为许多随机因素的结果出现时，它的分布为正态分布（4），即一个用户的负荷服从正态分布规律。

假若输电线路有n个用户，每个用户消耗的功率是随机的，且相互间独立，取每个用户的消耗功率为随机变量，並服从正态分布规律，那么，线路的负荷也为随机变量，也具有正态分布律。根据数字特征的加法法则，有

$$M(s) = M(s_1) + M(s_2) + \cdots\cdots + M(s_n)$$

$$D(s) = D(s_1) + D(s_2) + \cdots\cdots + D(s_n)$$

式中：$M(s)$，$M(si)$——分别为线路负荷及第i个用户消耗功率的数学期望。

$D(s)$，$D(s_i)$——分别为线路负荷及第i个用户消耗功率的方差。

则线路负荷随机变量的概率密度函数为：

$$\phi(s) = \frac{1}{\sigma_s\sqrt{2n}} e^{-\frac{[S-M(s)]^2}{2\sigma_s^2}}$$

式中：σ_s为线路负荷的标准差。

其概率分布函数为

$$\underline{\phi}(x) = \frac{2}{\sqrt{2n}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

式中：$x = \frac{S-M(s)}{\sigma_s}$。$\underline{\phi}(x)$的值见上表

现在，若要求线路负荷不超过额定负荷（计算负荷）S_r的概率为p，也就是说线路的过负荷概率为$q=1-p$，那么，则有〔3〕：

$$P\left\{S > S_r\right\} = 1 - F(S_r) = 0.5 - 0.5\underline{\phi}\left(\frac{S_r - M(s)}{\sigma_s}\right)$$

$$= 1 - p = q$$

$$\underline{\phi}\left(\frac{S_r - M(s)}{\sigma_s}\right) = \frac{0.5 - q}{0.5}$$

根据 $\frac{0.5-q}{0.5}$ 查前表得 $\underline{\phi}^{-1}\left(\frac{0.5-q}{0.5}\right) = K$

则

$$\frac{S_r - M(s)}{\sigma_s} = K$$

(C)1994-2023 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

所以 $S_r = M(s) + K\sigma$。

例二：在某县农村电气化建设中，一输电线路上有抽水灌溉负荷n_1和电炊负荷n_2，其负荷功率为独立随机变量，具有正态分布律，已知n_1负荷的数学期望$M(s_1)=400kw$，$s_1>600kw$的概率为0.02275，n_2负荷的数学期望$M(s_2)=300kw$，$s_2>350kw$的概率为0.1，当线路过负荷概率为0.00135时，求线路计算负荷（不计线路损失）。

解：首先求n_1和n_2的标准差σ_1和σ_2

根据已知条件，$P(s_1>600)=0.02275$，有

$$P(s_1>600) = 1 - F(600)$$

$$= 1 - 0.5 - 0.5\Phi\left(\frac{600-400}{\sigma_1}\right)$$

$$= 0.02275$$

由此得 $\Phi\left(\frac{600-400}{\sigma_1}\right) = 0.9545$

根据前表查得

$$\Phi^{-1}(0.9545) = 2$$

则 $$2 = \frac{600-400}{\sigma_1}$$

所以 $\sigma_1 = 100kw$

同理求得 $\sigma_2 = 39kw$

线路负荷s等于随机变量s_1和s_2之和，也具有正态分布律，其数学期望为：

$$M(s) = M(s_1) + M(s_2) = 400 + 300 = 700kw$$

标准差为 $\sigma = \sqrt{D(s_1) + D(s_2)} = \sqrt{100^2 + 39^2} = 107kw$

线路过负荷概率为0.00135时，有

$$P(S>S_r) = 1 - F(S_r) = 0.5 - 0.5\Phi\left[\frac{S_r - M(S)}{\sigma}\right]$$

$$= 0.00135$$

$$\Phi^{-1}(0.9973) = \frac{S_r - 700}{107}$$

$$3 = \frac{S_r - 700}{107}$$

所以 $S_r = 3\times107 + 700 = 1021kw$

（三）按负荷为二项分布考虑

这是把单个用户消耗的功率取作随机变量，并考虑接通状态的一种方法。

如果已知线路带有n个负荷，功率分别为S_1，S_2……S_n，接通概率分别为p_1，p_2……p_n首先假定各负荷的接通和断开是独立的，服从二项分布，则根据独立随机变量的数字特征

(C)1994-2023 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

加法定理，可以计算线路负荷的数学期望。方差和标准差分别为：

$$M(S)=S_1p_1+S_2p_2+\cdots\cdots+S_np_n$$

$$D(S)=S_1^2p_1q_1+S_2^2p_2q_2+\cdots\cdots+S_n^2p_nq_n$$

$$\sigma_s=\sqrt{D(S)}$$

式中　$q_1=1-p_1$，$q_2=1-p_2\cdots\cdots q_n=1-p_n$

然后，把线路负荷看作是以$M(S)$和σ_s为参数的正态分布，若线路的过负荷概率为q，则线路的计算负荷应满足下式〔3〕：

$$P(S>S_P)=1-F(S_P)=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\phi\left(\frac{S_P-M(S)}{\sigma_S}\right)=q$$

查正态分布曲线可得

$$\frac{S_P-M(S)}{\sigma_S}=K$$

则
$$S_P=M(S)+K\sigma_S$$

例三：某电站一近区负荷线路上的负荷及其接通概率如下：

100，200，100，100，200，100，100，100千瓦

0.5，0.6，0.4，0.4，0.5，0.4，0.5，0.6

要求线路过负荷概率$q=0.1$

求得　$M(S)=500$（千瓦）

$D(S)=32400$（千瓦^2）

$\sigma_S=185$（千瓦）

根据
$$\phi\left[\frac{S_P-M(S)}{\sigma_S}\right]=1-2q=0.8$$

查得
$$\frac{S_P-500}{185}=1.29$$

所以
$$S_P=500+1.29\times185=740\text{千瓦}$$

参　考　文　献

〔1〕浙江大学高等数学教研组编，概率论与数理统计　1979年

〔2〕R·M·斯塔克等著，四川省交通局勘测设计院技术情报室译，设计数学基础，人民交通出版社，1980年。

〔3〕V·A·VENIKOV　Electrical network Pejformance Calculatting and analysis，1978年。

〔4〕近藤次郎著，官荣章等译　数学模型　机械工业出版社　1985年。

（下转第50页）

(C)1994-2023 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

PRACTCE AND ANALYSIS ON FOUNDATION TREATMENT OF SAND CUSHION

zhou shulang

(Departmnet of Hydraulic Engineering)

Adstract

In this paper criterion of in—site construction quality control is suamm•arized according to practice of sand cushion foundation treatment and analysis of relevant datum measured from 38 test pits in a local range of a building•Laws of foundation treatment by earth replacement are developed and a new opinion of further opplication of foundation treatmeat by earth replacement is also presented. Based on more four years observation, It is found that adoption of foundation trealment of sand cushion is a satisfactorily effective method

key Words: ground treatment.

(上接第63页)

THE PROBABILITY CALCULATION METHOD OF POWEL RINE LOAD

Zeng yueping

(Electrical engineering department)

A)s..ac

In this paper, a probability calculation method of power Line load is proposed。The method is based on the stochastic property of the power Load and the probability theory is applied。According to the stochastic variables and its probability distrbutions, three conditions which are 0—1 distribution,binomial distribution and normal distribution are discussed。The appLied theory is in accord with the essence of the considered probtems whicth cenform to the actual situation nearly. The method is simple and feasible。

keyWords Calculation load, ttochastie variable, binomial distribution, normal distribution,

(C)1994-2023 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net