

# 关于砼的弹性模量与强度的关系之探讨

卫 军

(土建系施工教研室)

## 摘 要

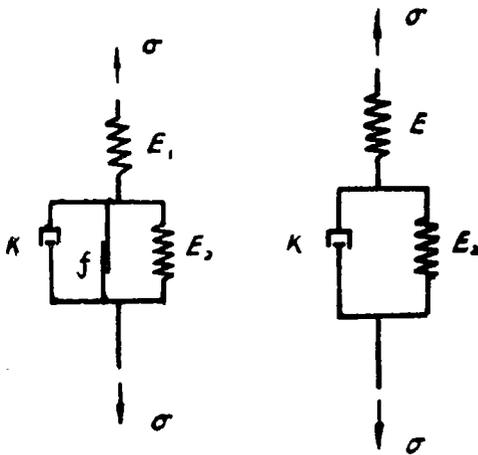
本文从流变学角度对砼的受压静力弹性模量与强度的关系进行了分析探讨,从理论上验证了我国规范中的相应公式。同时,还对根据砼的流变模型得出的流变性质进行了分析讨论。

**关键词: 砼, 弹性模量, 强度**

砼的受力变形性能,受众多的因素影响。其中试验时的加载速度可能是对砼强度试验结果影响最大的因素了。所以,在研究砼的强度、静力弹性模量等这些与变形有关的力学性质时,不考虑时间因素是极不合理的。而在这个方面,流变学正好为我们提供了一个强有力的研究工具。本文试图运用流变学的原理,对硬化砼的受压静力弹性模量和强度之间的关系进行理论上的探讨,以验证我国规范中相应公式的合理性。并对相应的流变模型进行讨论。

## 一、硬化砼的流变模型

大量实验结果表明,砼属于一种弹—粘—塑性材料,其流变性能可通过建立恰当的流变模型来描述。根据文献<sup>[2]</sup>,硬化砼的流变性能可用图1所示的流变模型来表示。



因为砼的塑性是一种“假塑性”,即砼实际上是靠本身存在的微裂缝的不可逆扩展来表现塑性的。而且砼又是一种多相的脆性复合材料,成型硬化后,就有大量微裂缝存在。所以在应力极低时,砼就有塑性变形产生;以致通过试验来测定其塑性屈服强度非常困难。难怪许多人干脆认为硬化砼的塑性变形不存在屈服点( $f=0$ )。基于这种观点,可将图1所示的,反映砼的流变模型予以简化,令其中的塑性元件的 $f=0$ 。这样,图1所示的模型就简化为st·

Venant三元件模型(图2)。

但要注意的是,图2中虽然不包括塑性元件,由于它是根据图1模型简化得来的,相当于包含一个 $f=0$ 的塑性元件;故在并联部分(Kelvin体)发生的变形均属塑性变形。这样,根据图2所示的st·Venant三元件模型所反映的仍是砼的弹—粘—塑性流变性能。

本文1987年3月23日收到

## 二、模型流变方程的建立

St·Venant三元体模型是由一个Hooke体模型和一个Kelvin体模型串联而成的。由流变学知, Hooke体的流变方程为:

$$\sigma_1 = E_1 \varepsilon_1 \quad (1)$$

Kelvin体的流变方程为:

$$\sigma_2 = E_2 \varepsilon_2 + K \frac{d\varepsilon_2}{dt} \quad (2)$$

(2) 式中  $t$  为时间,

根据模型串联规则:

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma \quad (3)$$

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \quad (4)$$

从(1)~(4)式中消去  $\sigma_1$ 、 $\sigma_2$ 、 $\varepsilon_1$  和  $\varepsilon_2$  后, 得:

$$(E_1 + E_2) \sigma + K \frac{d\sigma}{dt} = E_1 E_2 \varepsilon + E_1 K \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (5)$$

将(5)式变形, 并令  $p_1 = \frac{K}{E_1 + E_2}$ ,  $q_1 = \frac{E_1 K}{E_1 + E_2}$ ,  $q_2 = \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2}$ , 得:

$$\sigma + p_1 \frac{d\sigma}{dt} = q_2 \varepsilon + q_1 \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (6)$$

(6) 式即为 St·Venant 三元体的流变方程。

## 三、砧的受压静力弹性模量与强度的关系

根据流变方程(6), 可以模拟砧试件在抗压强度试验中的受力变形状态。

按试验方法规定, 抗压强度试验采用等速加载; 即  $\sigma = vt$ 。在此  $v$  为加载速度(常量)。将  $\sigma = vt$  代入(6)式得:

$$vt + p_1 v = q_2 \varepsilon + q_1 \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (7)$$

令  $k = \frac{q_2}{q_1}$ , 并考虑边界条件  $\varepsilon|_{t=0} = 0$ , 解微分方程(7)得:

$$\varepsilon = \frac{v}{q_2} t + v \left( \frac{p_1}{q_2} - \frac{1}{k q_2} \right) (1 - e^{-kt}) \quad (8)$$

在(8)式中, 注意  $\sigma = vt$ , 由此可得砧的应力一应变方程为:

$$\varepsilon = \frac{1}{q_2} \left[ \sigma + v \left( p_1 - \frac{1}{k} \right) (1 - e^{-\frac{k}{v} \sigma}) \right] \quad (9)$$

若再注意到,  $0 \leq (1 - e^{-\frac{k}{v} \sigma}) < 1$ , 对  $\varepsilon$  影响不敏感, 从而可将 (9) 式进一步简化。

令  $\alpha(t) = 1 - e^{-kt}$ , 并将  $p_1$ 、 $q_1$ 、 $q_2$  和  $k$  代入 (9) 式中就有:

$$\varepsilon = \frac{E_1 + E_2}{E_1 E_2} \sigma - \frac{Kv}{E_2^2} \alpha(t) \quad (10)$$

式中  $\alpha(t)$  变化甚小, 可视作常量。

根据砧的标准试验方法, 砧的受压静力弹性模量是当砧的应力  $\sigma = \beta R$  ( $R$  是砧的强度,  $\beta$  是标准试验方法规定的系数,  $0 < \beta < 1$ ) 时, 根据砧的应变  $\varepsilon_{\beta R}$  计算出的割线弹性模量。

$$\text{即 } E_h = \frac{\beta R}{\varepsilon_{\beta R}} \text{。}$$

根据 (10) 式, 当  $\sigma = \beta R$  时

$$\varepsilon_{\beta R} = \frac{E_2 + E_1}{E_1 E_2} \beta R - \frac{Kv}{E_2^2} \alpha(t) \quad (11)$$

因为  $\varepsilon_{\beta R} = \beta R / E_h$ , 所以又有

$$\frac{\beta R}{E_h} = \frac{E_1 + E_2}{E_1 E_2} \beta R - \frac{Kv \alpha(t)}{E_2^2} \quad (12)$$

从 (12) 式两边同除以  $\beta R$  得:

$$\frac{1}{E_h} = \frac{E_1 + E_2}{E_1 E_2} - \frac{Kv \alpha(t)}{E_2^2 \beta} - \frac{1}{R} \quad (13)$$

考虑  $\frac{E_1 + E_2}{E_1 E_2}$  反映是砧的弹—塑性,  $\frac{Kv \alpha(t)}{E_2^2 \beta}$  则为反映砧的粘—塑及加载时间等

影响因素的常数。若令  $A = \frac{E_1 + E_2}{E_1 E_2}$ ;  $B = \frac{Kv \alpha(t)}{E_2^2 \beta}$ , (13) 式可写为

$$\frac{1}{E_h} = A + \frac{B}{R} \quad (14)$$

(14) 式就是砧的受压静力弹性模量与强度的关系式。

#### 四、结果讨论

1. 根据文献<sup>[6]</sup>, 国家规范中所采用的弹性模量与强度的经验公式, 系在假定二者之间存在倒数线性关系的前提下, 通过 387 组试验数据回归分析得出来的。根据本文的结果, 证明该式的假定前提是合理的。

2. (10) 式中的  $\alpha(t)$ , 主要取决于试验时间  $t$ 。有试验知识的人都知道, 在试件尺

寸、加载速度不变的情况下, 试验时间 $t$ 大体相同。因而在公式推导过程中, 将它取为常数是合理的。

3. 由图2所示的流变模型推导出的应力—应变关系(10)式, 因其中的 $\alpha(t)$ 为 $t$ 的单调增函数, 故 $t$ 增大, 砼的强度也增大; 反之, 则减小。即反映出加载速度对强度的影响。这一点与试验现象是吻合的。这说明本文中所选用的流变模型可以描述加载速度对试验结果的影响现象。

4. 从流变学角度来分析硬化砼的受力变形性能, 是砼研究的一种新手段, 目前尚处于探索阶段。由于硬化砼的力学性质的复杂性, 准确地建立砼的流变模型非常不易。本文是在借鉴文献<sup>[2]</sup>所建立模型的基础上, 对砼的受力变形性能所进行的分析。

综上所述, 可以得出结论, 本文运用流变学的原理, 对砼的受力变形性能进行了分析, 证实了国家规范中砼的弹性模量与强度的关系式的合理性。并通过对流变模型的分析中得知, 建立恰当的流变模型, 可以反映出试验加载速度对试验结果的影响。

### 参 考 文 献

- (1) A.M.Neville: 《Propertien of Concrete》Third Edition. Pitma Publishing INC, 1981年
- (2) 吴慧敏: “关于提高砼无损检测精度的研究”《砼与建筑构件》1981年2月
- (3) 王启宏等: 《材料流变学》中国建筑工程出版社 1985年9月第一版
- (4) 纪午生等: 《常用建筑材料试验手册》中国建筑工程出版社 1986年9月第一版
- (5) 基本力学性能组: “砼的几个基本力学指标”《钢筋砼结构研究报告选集》中国建筑工程出版社 1977年5月第一版

## AN APPROACH ON THE RELATION BETWEEN ELASTIC MODULUS AND STRENGTH OF CONCRETE

### Abstract

In this paper, a rheological approach on the relation between elastic modulus and strength of concrete has been made. The formula presented is in accord with the experimental formula which has been used in Chinese Specification. Also, the rheological model used in this paper has been discussed.

**Key words:** Concrete, modulus of elasticity, intensify.