# 关于弹性系统势能的零位置的选择问题

吴　长　彦

（物理教研室）

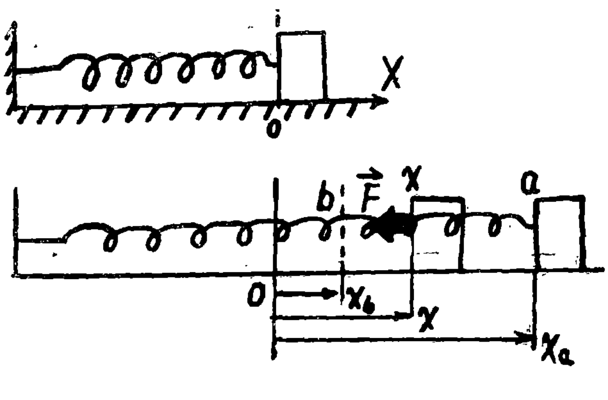
**提　　要**

本文以旋螺弹簧为例，通过分析弹性力作功，说明了弹性系统势能零位置选择的任意性。本文对计算弹性系统的势能有一定的参考价值。

**关键词：**弹性系统，势能

对于重力系统的势能，大家比较熟悉，其零位置（即规定系统势能为零的参考位置，以下同）可以任意选择，系统任意两状态的势能差不变。对于弹性系统势能，在《普通物理》教材中，常选弹簧原长时的位置为零势能的参考位置，都不涉及它的选择问题，那么，它是否可以任意选择呢？我认为，弹性系统势能的零位置和重力系统的零位置一样是可以任意选择的，对弹簧而言，上述位置只不过是一个特殊位置。为说明这个问题，以螺旋弹簧为例，先计算弹性力的功，然后由功是能量变化的量度的概念来讨论弹性系统势能零位置选择的任意性。

将一轻弹簧的一端固定，另一端连一物体。使其只在光滑水平面内运动，设O（弹簧原长时物体的位置）为原点，取平行于弹簧的X轴指向伸长方向。如图，如果将弹簧向右拉长X，弹簧将对物体作用一弹性力$\vec{F}$。根据胡克定律，在弹性限度内，弹性力$\vec{F}$的大小与弹




簧的伸长量X成正比，方向总是指向O点，即　　$F=-KX$

K为弹簧的倔强系数。

设a、b两点为弹簧伸长后物体的两个任意位置，$X_a$、$X_b$分别表示物体在a、b两点时离O点的距离，亦即弹簧的伸长量。当物体由a点运动到b点时，弹性力$\vec{F}$将对物体作正功

本文1986年12月20日收到

（力与位移同向），功为： $A=\int_{x_b}^{x_a}\vec{F}\cdot\vec{dr}$

因力和位移方向相同，所以$\cos\alpha=1$，又将位移投影在力的方向上（即X轴上），有：

$$A=-\int_{x_a}^{x_b}kx\,dx$$

$$=\frac{1}{2}kx_a^2-\frac{1}{2}kx_b^2$$

上式表明弹性力的功只与物体的始末位置有关，与经过的路径无关，所以弹性力是保守力。

功是能量变化的量度。由于弹性力是保守力，弹性力从a 点到b 点对物体所作的功，就量度了弹性系统在 a 、b 两位置时的势能差， 系统在始末位置的势能差有着一定的量值，因而是绝对的。至于系统在某一位置的势能却有相对的意义。如选定某一位置规定系统势能为零，那么在其它位置时系统的势能就有一定的量值，它等于从该位置移到零位置时弹性力所作的功。对不同的零位置，系统在同一位置的势能量值是不同的。然而任意两位置的势能差对不同的零位置却是不变的，绝对的。在力学问题中，我们关心的不是系统在某一位置的势能值，而是在两位置的势能差。这就说明了弹性系统势能的零位置同重力系统势能的零位置一样是可以任意选择的。下面再举例说明。

如上图的弹性系统，以$E_{pa}$、$E_{pb}$、$E_{po}$分别表示物体在 a、b、O三位置时系统具有的弹性势能，则：

（1）选a 为系统势能的零位置时，在a、b、O 三位置时系统的弹性势能，按上述概念计算，分别为：

$$E_{pa}=0$$

$$E_{pb}=-\int_{x_b}^{x_a}kx\,dx=\frac{1}{2}kx_b^2-\frac{1}{2}kx_a^2$$

$$E_{po}=-\int_{0}^{x_a}kx\,dx=-\frac{1}{2}kx_a^2$$

但三点中任意两点间系统的势能差分别为：

$$E_{pa}-E_{pb}=\frac{1}{2}kx_a^2-\frac{1}{2}kx_b^2$$

$$E_{pa}-E_{po}=\frac{1}{2}kx_a^2$$

$$E_{pb}-E_{po}=\frac{1}{2}kx_b^2$$

（2）选b为系统势能的零位置时，在a、b、O三位置时系统具有的弹性 势 能分别 为：

$$E_{pa}=-\int_{x_a}^{x_b}kx\,dx=\frac{1}{2}kx_a^2-\frac{1}{2}kx_b^2$$

$$E_{pb}=0$$

$$E_{po}=-\int_0^{x_b}kx\,dx=-\frac{1}{2}kx_b^2$$

但三点中任意两点间系统的势能差分别为：

$$E_{pa}-E_{pb}=\frac{1}{2}kx_a^2-\frac{1}{2}kx_b^2$$

$$E_{pa}-E_{po}=\frac{1}{2}kx_a^2$$

$$E_{pb}-E_{po}=\frac{1}{2}kx_b^2$$

（3）选 O 为系统势能的零位置时，在 a、b、O三位置时系统具有的弹性势能分别为：

$$E_{pa}=-\int_{xa}^{0}kx\,dx=\frac{1}{2}kx_a^2$$

$$E_{pb}=-\int_{xb}^{0}kx\,dx=\frac{1}{2}kx_b^2$$

$$E_{po}=0$$

但三点中任意两点间系统的势能差分别为：

$$E_{pa}-E_{pb}=\frac{1}{2}kx_a^2-\frac{1}{2}kx_b^2$$

$$E_{pa}-E_{po}=\frac{1}{2}kx_a^2$$

$$E_{pb}-E_{po}=\frac{1}{2}kx_b^2$$

从上例可以看出：（1）无论选择哪一位置作为系统势能的零位置，任意两位置的势能差是不变的，这就表明系统势能零位置的选择具有任意性，这正是我们要证明的。

（2）在第三种情况，a、b 两位置时系统势能有最简形式。这是因为$E_{pa}$、$E_{pa}$分别表示弹簧伸长量为 $x_a$、$x_b$ 时系统相对弹簧为原长时的势能。而当弹簧为原长时，形变为零，这时系统并不具有弹性势能。通常所以选择弹簧无形变（即原长时）的位置为弹性系统势能的零位置，道理也在于此。它是任意选择中的一个特殊位置。

弹性力是一保守力，系统势能的零位置的选择具有任意性。不难证明，其它保守力（如万有引力，静电力等）的系统势能的零位置的选择方法均与此类同。

## 参 考 文 献

〔1〕 梁昆淼 《力学》 人民教育出版社 1979年

# In Concerning to the choice of Zero position for elastic system potential energy

Wu chang yan

（Physics teaching group）

**Abstract**

By taking the spiral spring as an example and analysing the work done by the elastic force, this paper expounds the optionality in choosing the null position of the potential force in an elastic system and hence may serve as a reference in calculating the potential farce in the system.

**key words:** potential force, elastic system

（上接112页）

## 参 考 文 献

［1］ 哈尔滨工业大学、上海工业大学主编《机械制造工艺理论基础》 上海科学技术出版 1980年。

［2］ 华中工学院孙健、天津大学曾庆福主编《机械制造工艺学》 机械工业出版社 1980年。

［3］ 潭治强编 《BASIC语言》 科学普及出版社 1983年。

［4］ А.Л.СОКОЛОВСКИЙ НАУЧНЫЕ ОСНОВЫ ТЕХНОЛОГИЙ МАШИНОСТРОЕНИЯ МАШГИЗ 1955年。

## Appliation of computer to calculating machining Parameter of approximate machining method.

**Lin Zhi Yeng**

**Abstract**

Approximate machining method is usually used to substitute for theoretical machining method in manufaeturing systems.

This artide describes the elliptical curve method to replace circular curre method and the principle of machining and mathematical equations. By using the mini-computer programs in Basic language, the machining parameters are computed which is important for prodution.

**Key Words:** Elliptic curve, Electronic Computers, approximate method