

弹性冲击头横向冲击问题的计算方法

董 其 伍

(化 工 系)

提 要

本文提出一种具有弹性冲击头的横向冲击问题的计算方法。

关键词: 复合材料, 弹性冲击头, 横向冲击

横向冲击问题中, 求解冲击力是十分重要的。复合材料层板的冲击问题研究中, Sun 和 yang[1]用实验方法研究了复合材料的接触定律(contact laws)。他们用有限单元来模化受冲击的构件, 其基本原理与前人工作[2, 3]所描述的是相同的。Sun和Sankar[4]提出了一种数字算法, 它大大地减少了计算工作量, 但他们仅考虑了刚性冲击头。本文将提出一种具有弹性冲击头的横向冲击问题的计算方法。

一、受冲击弹性板的挠度方程

假设一个具有一定质量的冲击头, 以速度 V_0 冲击一块复合材料平板(图1)。 $W(t)$ 是平板在冲击点的垂直位移, 其值可由下式确定

$$W(t) = \int_0^t F(\tau) g(t-\tau) d\tau \quad (1)$$

式中 $g(t)$ 是位移 $W(t)$ 的动力格林函数(dynamic green's function)[5]。 $F(\tau)$ 是我们所感兴趣的接触力。

接触定律的通式可表示如下:

$$\begin{aligned} F &= \phi(\alpha) \quad \text{或} \quad \alpha = \phi^{-1}(F) \quad \alpha \geq \alpha_0 \\ F &= 0, \quad \alpha < \alpha_0 \end{aligned} \quad (2)$$

式中 α_0 是永久压痕。当压痕深度没有超过一临界值时, 此值为零。关于这类非弹性接触定律细节参见资料[6]。

假设在每一个微小的时间增量中, 接触力的变化是线性的, 可得

$$F(t) = \sum_{i=0, 1, 2, \dots} q_i R(t-i\Delta t) \quad (3)$$

式中 q_i 是未知量, 它将决定接触力变化的全过程。 $R(t-i\Delta t)$ 是一个时间函数(图2), 它

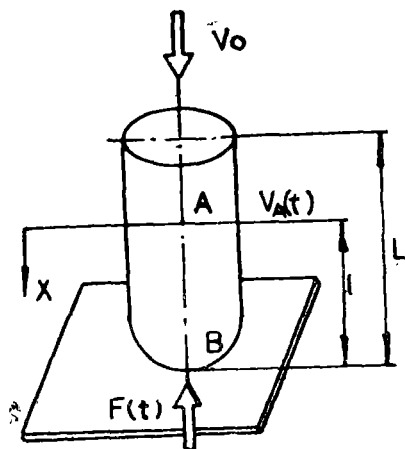


图1 冲击构件

本文1986年12月20日收到。

被定义为

$$\begin{aligned} R(t-t_0) &= 0, & -\infty \leq t \leq t_0 \\ &= (t-t_0)/\Delta t, & t_0 \leq t \leq t_0 + \Delta t \\ &= 1, & t > t_0 + \Delta t \end{aligned}$$

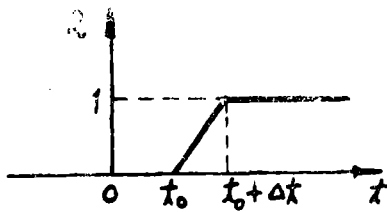


图2 函数 $R(t-i\Delta t)$

将方程(3)代入方程(1)可得

$$W(t) = \sum_{i=0, 1, 2, \dots} q_i H(t-i\Delta t) \int_{i\Delta t}^t R(\tau-i\Delta t) \cdot g(t-\tau) d\tau \quad (4)$$

式中 $H(t-i\Delta t)$ 是 Heaviside 步长函数。引进函数

$S(t) = \int_0^t R(\tau) g(t-\tau) d\tau$, 它仅决定于受冲击物的结构。将函数 $S(t)$ 代入方程(4), 可得

$$W(t) = \sum_{i=0, 1, 2, \dots} q_i H(t-i\Delta t) S(t-i\Delta t) \quad (5)$$

故挠度 $W(t)$ 可用一个未知量 q_i 的线性函数来描述。 $t = i\Delta t$ 时, $W(t)$ 可写成

$$W(t) = q_0 s_i + q_1 s_{i-1} + \dots + q_{i-1} s_1 \quad (6)$$

二、弹性冲击头的变形方程

冲击实验中, 我们将把应变片置于冲击头A处。B是冲击头与受冲击板的接触点(图1)。现讨论冲击头的质点速度 $V_A(t)$ 、接触波动力 $f(t)$ 和轴向变形 $Z(t)$ 。 $V_A(t)$ 、 $f(t)$ 和 $Z(t)$ 可用积分(convolution integral)得到。

假设质点速度为

$$V_A(t) = \Delta V_A + V_0 \quad (7)$$

如同引进函数 $S(t)$ 一样, 现导入函数 $SV(t)$ 。

$$SV(t) = - \int_0^t R(\tau) g_V(t-\tau) d\tau \quad (8)$$

式中 $g_V(t)$ 是质点速度 $V_A(t)$ 的格林函数。与导出方程(5)一样, 可得

$$\Delta V_A(t) = \sum_{i=0, 1, 2, \dots} q_i H(t-i\Delta t) SV(t-i\Delta t) \quad (9)$$

故由于冲击质点速度的解可表示如下

$$\Delta V_A(t) = q_0 SV_i + q_1 SV_{i-1} + \dots + q_{i-1} SV_1 \quad (10)$$

同理可得方程(11)至(16)

$$SZ(t) = - \int_0^t R(\tau) g_Z(t-\tau) d\tau \quad (11)$$

式中 $g_Z(t)$ 是冲击头轴向变形 $Z(t)$ 的格林函数。

$$Z(t) = \sum_{i=0, 1, 2, \dots} q_i H(t-i\Delta t) SZ(t-i\Delta t) \quad (12)$$

$$Z(t) = q_0 \cdot SZ_i + q_1 \cdot SZ_{i-1} + \cdots + q_{i-1} \cdot SZ_1 \quad (13)$$

$$SF(t) = \int_0^t R(\tau) g_i(t-\tau) d\tau \quad (14)$$

式中 $g_i(t)$ 是冲击头中接触波动力 $f(t)$ 的格林函数。

$$f(t) = \sum_{i=0, 1, 2, \cdots} q_i H(t-i\Delta t) \cdot SF(t-i\Delta t) \quad (15)$$

$$f(t) = q_0 SF_i + q_1 SF_{i-1} + \cdots + q_{i-1} SF_1 \quad (16)$$

三、变形协调方程及问题的求解

由变形协调条件, 可得

$$\alpha(t) = X(t) - Z(t) - W(t) - \alpha Ip(t) \quad (17)$$

式中诸参数含义如下

$\alpha(t)$, 平板上相应于冲击力 $F(t)$ 的压痕深度。

$X(t)$, 平板垂直方向上, 冲击点A处的位移。

$Z(t)$, 冲击头上相应于长度AB的轴向变形。

$W(t)$, 平板在冲击点的垂直位移。

$\alpha Ip(t)$, 冲击头B处相应于冲击力 $F(t)$ 的压痕。

由于复合材料板的杨氏模量 E_3 远小于钢质冲头的弹性模量, 冲击头B处的压痕值 $\alpha Ip(t)$ 远小于平板上的压痕值 $\alpha(t)$ [7]。略去 $\alpha Ip(\alpha)$ 项, 简化方程 (17), 可得:

$$\alpha(t) = X(t) - Z(t) - W(t) \quad (18)$$

由前述诸方程, 可得如下方程, 分别描述在任何时间 $t = i \cdot \Delta t$ 时, 接触力、质点速度、冲头轴向变形和平板位移。

$$F_i = q_0 + q_1 + \cdots + q_{i-1} = F_{i-1} + q_{i-1} \quad (19-1)$$

$$\begin{aligned} V_{Ai} &= q_0 SV_i + q_1 SV_{i-1} + \cdots + q_{i-1} SV_1 \\ &= V_{Ai-1} + q_{i-1} V_1 \end{aligned} \quad (19-2)$$

$$X_i = X_{i-1} + V_{Ai-1} \cdot \Delta t + q_{i-1} V_1 \cdot \Delta t / 2 \quad (19-3.1)$$

$$X_i = X_{i-1} + V_{Ai-1} \cdot \Delta t + (V_{Ai} - V_{Ai-1}) \cdot \Delta t / 2 \quad (19-3.2)$$

$$Z_i = q_0 SZ_i + q_1 SZ_{i-1} + \cdots + q_{i-1} SZ_1 \quad (19-4)$$

$$W_i = q_0 S_i + q_1 S_{i-1} + \cdots + q_{i-1} S_1 \quad (19-5)$$

$$\alpha_i = \phi^{-1}(F_i) = \phi^{-1}(F_{i-1} + q_{i-1}) \quad (19-6)$$

将方程 (19-3)、(19-4)、(19-5) 和 (19-6) 代入方程 (18), 可得

$$\begin{aligned} \phi^{-1}(F_{i-1} + q_{i-1}) &= X_{i-1} + V_{Ai-1} \cdot \Delta t / 2 + (q_0 SV_i + \\ &\quad q_1 SV_{i-1} + \cdots + q_{i-1} SV_1 + V_0) \Delta t / 2 \\ &\quad - (q_0 SZ_i + q_1 SZ_{i-1} + \cdots + q_{i-1} SZ_1) \\ &\quad - (q_0 S_i + q_1 S_{i-1} + \cdots + q_{i-1} S_1) \\ &= C_i - q_{i-1} (SZ_1 + S_1 - SV_1 \cdot \Delta t / 2) \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned}
 \text{式中} \quad C_i &= X_{i-1} + (V_{Ai-1} + V_0) \Delta t / 2 \\
 &- (q_0 S Z_i + q_1 S Z_{i-1} + \cdots + q_{i-2} S Z_2) \\
 &- (q_0 S_i + q_1 S_{i-1} + \cdots + q_{i-2} S_2) \\
 &+ (q_0 S V_i + q_1 S V_{i-1} + \cdots + q_{i-2} S V_2) \Delta t / 2
 \end{aligned}$$

方程(20)是一个有未知量 q_{i-1} 的非线性代数方程。 q_{i-1} 可确定在时间 $t = i\Delta t$ 时的接触力 $F_i = F_{i-1} + q_{i-1}$ 。请注意因素 C_i 可从时间到 $t = (i-1)\Delta t$ 为止的冲击过程来计算,故它是已知的,假设一个起始值 q_{i-1} (通常为零),可解出方程(20)。从起始值起,可求方程左侧,由此得出一个新的试算值 q_{i-1}

$$q_{i-1} = [C_i - \phi^{-1}(F_i)] / (SZ_i + S_i - SV_i \cdot \Delta t / 2) \quad (21)$$

连续迭代,直到连续值之差小于预先规定的最大值(例1% q_{i-1})。由最终的 q_{i-1} 值,用方程(19)可计算其它量 F_i 、 W_i 、 X_i 、 V_i 和 Z_i 。

四、结构函数 $S(t)$ 、 $SV(t)$ 、 $SZ(t)$ 和 $SF(t)$

从前述讨论中,可见,为求解上述诸方程,还应找出结构函数 $S(t)$ 、 $SV(t)$ 、 $SZ(t)$ 和 $SF(t)$ 。这些函数仅与结构本身有关。当把平板看作是由有限个单元组成时,有限单元法被用来计算函数 $S(t)$ 。而其它函数 $SV(t)$ 、 $SZ(t)$ 和 $SF(t)$ 可从冲击头冲击应力波的分析中得到*。至此整个问题解得以完成。

本文所提供的方法,可节省计算时间。在这方法中一旦函数 $S(t)$ 产生后,可储存起来。这个函数可用于同样结构,在同一冲击点的许多冲击问题,便于完成不同冲击条件下给定结构的冲击问题。此外,这个方法易与实验结果比较。

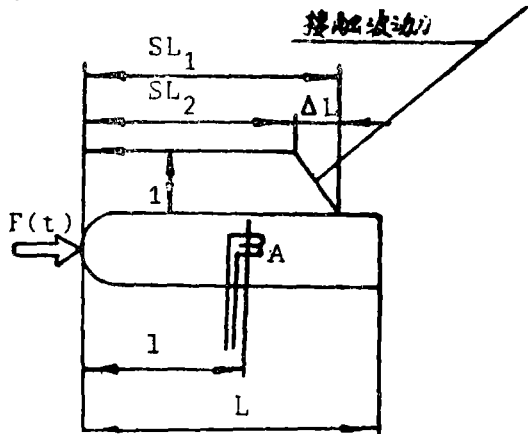


图3 脉冲在棒中传输

*附录 函数 $SV(t)$ 、 $SZ(t)$ 和 $SF(t)$

当冲击力 $F(t)$ 作用于冲击头上,将产生压缩脉冲的传播。设有一个静止棒(如图所示),由于轴向压缩波存在(忽略波松比效应),棒的质点在传播方向上将运动。棒中轴向弹性脉冲速度值可写为[8]

$$C_L = \sqrt{E/\rho_0}$$

式中 E 是材料的弹性模量, ρ_0 是材料的密度。而 σ_0 和 V_0 之间关系可写成

$$V_0 = \sigma_0 / \rho_0 \cdot C_L$$

式中 V_0 是被冲击棒末端的均匀速度(uniform speed), σ_0 是棒在某一平面上,由于冲击造成的压缩名义应力(compressive nominal stress)。

现讨论棒中波的反射和迭加。冲击波分析中可知[8],对一个具有自由端的棒,即棒的一端无应力存在时,在棒的自由端反射一个压缩波,可视为引入一个拉伸波。在棒的某些部分,两个脉冲重迭时,总的应力为零,而质点的速度两倍于原速度。由此,可计算结构函数 $SZ(t)$ 、 $SF(t)$ 和 $SV(t)$,其结果列入下表。

表 结构函数 $SZ(t)$ 、 $SF(t)$ 和 $SV(t)$

条 件	结构函数	SZ (t)	SF (t)	SV (t)
SL ₁ ≤1	ε [SL ₂ +ΔL/2]	0	VB	
SL ₂ ≤1	ε [1-(1-SL ₂) ² /2·ΔL]	(SL ₁ -1)/ΔL	(VB-V ₀)(SL ₁ -1)/ΔL	
SL ₁ ≤2L-1	1·ε	1	VB-V ₀	
SL ₂ ≤2L-1	ε [1-(1-2L+SL ₁) ² /2·ΔL]	(2L-SL ₂ -1)/ΔL	VB-[1+($\frac{2L-SL_2-1}{L}$)]V ₀	
SL ₂ >2L-1	ε (2L-SL ₁ +ΔL/2)	0	VB-2V ₀	

表中诸参数定义如下

L , 冲击头长度。

l , 冲击头上应变片座标。

ε , 冲击头应变 (σ_0 / E)。

Δt , 时间增量。

i , 时间步长数。

t , 冲击作用时间 $t = i\Delta t$ 。

T , 波传输 2 倍的棒长的周期 ($2L / C_L$)。

NP , 周期 T 的整型量 (t / T)。

VB , 质点速度 ($\sim NP \cdot 2V_0$)。

tR , 残余时期 ($t - NP \cdot T$)。

SL_1 , 波动步长开始时的残余长度 ($C_L \cdot tR$)。

SL_2 , 波动步长最大值时的残余长度 ($SL_1 - SL_2 = \Delta L = C_L \cdot \Delta t$)。

参 考 文 献

- (1) C.T.Sun and S.H.Yang, Contact law and impact response of laminated composite, NASA CR-159884 (1980).
- (2) W.Goldsmith, Impact, PP.108-111, Edward Arnold, London, 1960.
- (3) W.Goldsmith, Impact, P.137, Edward Arnold, London, 1960.
- (4) C.T.SUN and B.V.Sankar, An efficient numerical algorithm for transverse impact problems, Computers & Structures, Vol.20, No.6, PP.1009-1012, 1985.
- (5) W.Soedel, Vibration of shells and plates. Marcel Dekker, New York (1981)
- (6) Dong Qiwu, Formulae for calculating the contact force and indentation on transverse impact problem of laminated composite plate. work report. 1986.
- (7) K. L. Johnson, Contact Mechanics, P. 93. Cambridge University Press. Cambridge 1985.
- (8) W. Johnson, Impact strength of materials. P. 2-20. Edward Arnold, London 1972.

the Calculation for Transverse Impact Problems with Elastic Impactor

Dong Qiwu

(Chemical Engineering Department)

Abstract

It is important to know the impact force for transverse impact problems. Sun and Yang [1] used experimentally measured contact laws to study the impact response of composite laminates. The impacted structure was modelled by finite elements but the basic principle was the same as that described in earlier works [2, 3]. Sun and Sankar [4] proposed a numerical algorithm that will drastically reduce the computational effort but the impactor was regarded as a rigid mass. In this paper we have proposed a method for transverse impact problems with elastic impactor which will be used in experiments.

Key Words: Composite materials, Elasticity impact bits,
Cross wise impact

(上接60页)

Manufacture of Daitophor AN

Bai Ming jie

(Chemical Engineering Department)

Abstract

This article introduces the compounding and dyeing method of Daitophor AN for nitrilon. On the basis of many experiments, discovered the best condition of compounding and dyeing of that product, and preliminarily tested the using function. Provides the datas of the midst-experiment of the Daitophor AN which is unexploit in our country.

key words: Fluorecent whitening agents, Synthesis methods,
Dyeing (textiles)