

风机转子系统动力特性的有限元分析

刘 敏 珊

(力学教研室)

提 要

本文采用有限单元法,计算了转子系统振动特性的主要参数,即各阶模态的固有频率及主振型,为进一步开展转子系统的动力分析,包括动态响应或不平衡响应的计算及其予估,使用寿命和可靠性予测,降低噪声排除故障等方面的研究提供基本依据。

一、引 言

由于材料的不均匀性,加工装配的公差,以及机件制造工艺的限制等,使转子的重心与旋转几何轴线不重合。在转子运转时,因偏心质量的存在,使机器产生振动,轴承上出现过大的动反力,从而缩短了使用期限,增大恶化环境的噪声,甚至导致安全事故,因此有必要对于转子系统的动力特性进行分析。

对于转子系统的动力分析,是轴汽压气机、汽轮机、鼓风机、水轮机等机械设计过程中的重要一环。传递矩阵法是人们普遍使用的,虽然它的计算步骤比较简单,占用计算机内存较少,但是由于此法所使用的是频率取等步长或不等步长的扫描,需较大的盲目工作量,而且对于重根,密集根需进行微扫描即频率细化的处理,否则存在漏根的问题。另外在系统有阻尼时,用此法计算动力响应也不方便。因此本文使用有限单元法去解决转子系统的动力分析问题,将较前法显示一定的优越性。

二、风机转子系统的动力特性有限元分析理论

这里所使用的轴系有限单元法是在经典的弯曲梁单元上发展而来的。

根据哈密顿变分原理,动力结构的平衡状态应满足:

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (T - U) dt = 0 \quad \dots\dots (1)$$

这里, T ——结构的动能

U ——结构的应变能

δ ——表示一阶变分

选择一系列参考节点,这样结构就被划分成许多个有限的单元。对于每一个节点,给定自由度,包括线位移,角位移等。对各单元构造一组形函数,使其分别在某一节点上为单位值,而在其它点上的值皆为零。

第*i*个单元的动能和应变能表示式为:

本文1986年12月17日收到。

$$\begin{cases} T_i = 1/2 \int_{V_i} \rho_i \{ \dot{u} \}^T \{ \dot{u} \} dV \\ U_i = 1/2 \int_{V_i} \{ \varepsilon \}^T [D]_i \{ \varepsilon \} dV \end{cases} \quad \dots\dots (2)$$

其中 ρ_i 、 V_i 分别是单元的密度和体积。

$[D]_i$ 是单元的材料特性矩阵。

第 i 个单元内一点 r 处的位移表示为

$$\{ u(r, t) \}_i = [N(r)]_i \{ q(t) \}_i \quad \dots\dots (3)$$

其中: $\{ u(r, t) \}_i$ 是单元的位移向量

$[N(r)]_i$ 是单元的形函数矩阵

$\{ q(t) \}_i$ 是总体坐标中第 i 个单元节点的各自由度组成的列向量。

应变列向量为:

$$\{ \varepsilon(r, t) \}_i = [B(r)]_i \{ q(t) \}_i \quad \dots\dots (4)$$

其中, $[B(r)]_i$ 是由 $[N(r)]_i$ 的偏导数组成的矩阵。

将 (3)、(4) 代入 (2) 得:

$$\begin{cases} T_i = 1/2 \{ \dot{q} \}_i^T [m]_i \{ \dot{q} \}_i \\ U_i = 1/2 \{ q \}_i^T [K]_i \{ q \}_i \end{cases} \quad \dots\dots (5)$$

这里,

$$\begin{cases} [m]_i = \int_{V_i} \rho_i [N(r)]_i^T [N(r)]_i dV \\ [K]_i = \int_{V_i} [B(r)]_i^T [D]_i [B(r)]_i dV \end{cases}$$

分别为第 i 个单元的质量和刚度矩阵。

令 $\{ q \}_i = [a]_i \{ q_u \}$

其中, $\{ q_u \}$ 是整个结构在节点处的相应变量

$[a]_i$ 是坐标变换矩阵

$$\begin{cases} T = 1/2 \{ \dot{q}_u \}^T [M_u] \{ \dot{q}_u \} \\ U = 1/2 \{ q_u \}^T [K_u] \{ q_u \} \end{cases} \quad \dots\dots (6)$$

其中, $[M_u]$ 和 $[K_u]$ 分别是由 n 个单元组成的整个结构的质量和刚度矩阵。

引入几何边界条件

$$\{ q_u \} = [T_B] \{ q \}$$

代入 (6) 式得:

$$\begin{cases} T = 1/2 \{ \dot{q} \}^T [M] \{ \dot{q} \} \\ U = 1/2 \{ q \}^T [K] \{ q \} \end{cases} \quad \dots\dots (7)$$

将 (7) 代入 (1) 得轴系的自由振动方程

$$[M] \{ \ddot{q} \} + [K] \{ q \} = 0 \quad \dots\dots (8)$$

$$\text{令 } \{q\} = \{\bar{q}\} e^{i\omega t}$$

$\{\bar{q}\}$ 是幅值列向量, ω 是圆频率。

于是由 (8) 得并记 $\lambda = \omega^2$

则得以下广义特征值问题

$$[K - \lambda M] \{q\} = 0 \quad \dots\dots (9)$$

其中, $[K]$ 是实对称、非负定矩阵, $[M]$ 是对称正定矩阵。将 $[M]$ 分解为 $[M] = [L][L]^T$,

其中: $[L]$ 是下三角矩阵

在上式两端前乘 $[L]^{-1}$ 并令

$$\{P\} = [L]^T \{\bar{q}\}$$

$$\text{由 (9) 式得到 } [C - \lambda I] \{P\} = 0 \quad \dots\dots (10)$$

其中 $[C] = [L]^{-1}[K][L]^{-T}$

经Householder变换, 设H为变换矩阵,

$$\text{得 } [\bar{C} - \lambda I] \{X\} = 0 \quad \dots\dots (11)$$

其中三对角矩阵为

$$[\bar{C}] = [H]^T [C] [H]$$

由此得, 特征方程为

$$f_n(\lambda) = |\bar{C} - \lambda I| = 0 \quad \dots\dots (12)$$

$$[\bar{C}] = \begin{pmatrix} a_1 & b_2 & & & \\ b_2 & a_2 & b_3 & & 0 \\ & 0 & & b_{n-1} & a_{n-1} & b_n \\ & & & & b_n & a_n \end{pmatrix}$$

三对角矩阵 $[\bar{C}]$ 的特征向量可采用 Sturm 序列和二分 (bisection) 法求出。

将求出的 $\{X\}$ 利用 Householder 变换公式 $\{P\} = [H] \{X\}$, 得到 C 的特征向量, 即为方程 (10) 的解。

利用公式 $[L]^T \{\bar{q}\} = \{p\}$ 进行逆迭代, 得出原方程的根, 其特征根与特征向量即对应结构的固有频率和振型。

三、风机转子系统动力分析的计算方法

将转子系统以若干二维梁单元模拟, 此种单元包括两个节点, 每个节点各有三个自由度 u, v, θ_z 。如图 (1) 所示。

写出梁元的动能和势能分别为:

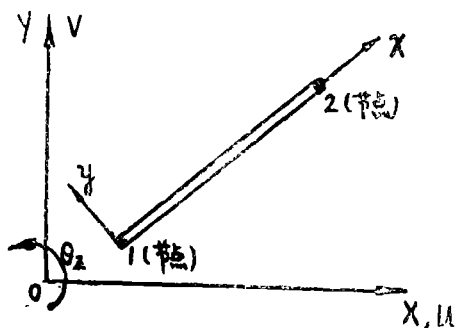


图 1

$$\begin{cases} T = 1/2 \int_0^L \mu (\dot{u}^2 + \dot{v}^2) dx \\ U = 1/2 \int_0^L [EA (\frac{\partial u}{\partial x})^2 + EI_{zz} (\frac{\partial^2 v}{\partial x^2})^2] dx \end{cases} \quad \dots\dots (13)$$

其中, μ 为单位长度上的质量, E 为杨氏模量, A 为梁元的截面面积, I_{zz} 为关于形心轴的截面惯性矩。

单元位移函数设为

$$\begin{cases} u = \alpha_1 + \alpha_2 x \\ v = \alpha_3 + \alpha_4 x + \alpha_5 x^2 + \alpha_6 x^3 \end{cases} \quad \dots\dots (14)$$

这里, 系数 $\alpha_1 \sim \alpha_6$ 可以表示为单元两节点自由度 u, v, θ_z 的函数。将 u, v 代入 (14) 式, 得到单元的刚度矩阵和质量矩阵。

$$[K/M] = \begin{bmatrix} AE/L & \mu L/3 & 0 & 0 & \mu L/6 & 0 & 0 \\ 0 & 12D & 156M & 22LM & 0 & 54M & -13LM \\ 0 & -6LD & 4L^2D & 4L^2M & 0 & 13LM & -3L^2M \\ -AE/L & 0 & 0 & AE/L & \mu L/3 & 0 & 0 \\ 0 & -12D & -6LD & 0 & 12D & 156M & -22LM \\ 0 & 62D & 2L^2D & 0 & -62D^2 & 4L^2D & 4L^2M \end{bmatrix} \quad \dots(15)$$

其中: $D = EI_{zz}/L^3$, $M = \mu L/420$

然后把它们组装到总体矩阵中去, 得整个结构的质量矩阵和刚度矩阵。

为了分析风机转子系统的动力特性, 按上述理论采用 FORTRAN 语言编制了有限元计算程序。程序采用了双精度。框图见图2。

四、919 风机转子系统的动力分析

919 风机转子系统的简化模型如图3。

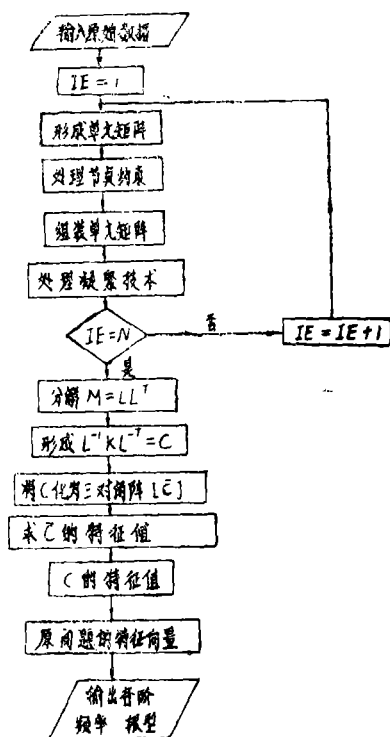


图2

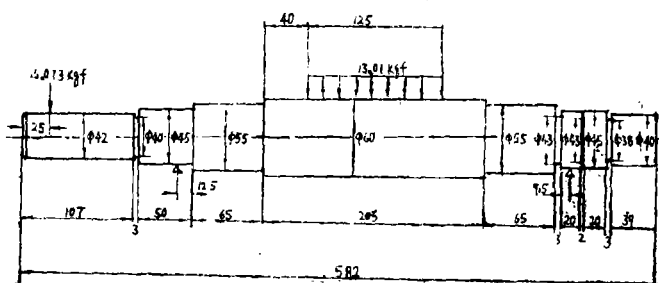


图 3

表 1 前五阶固有频率和振型

振 型 节 点 号	固有频率(HZ)	第 一 阶 21.43	第 二 阶 199.10	第 三 阶 485.9	第 四 阶 1732.6	第 五 阶 2079.3
1		1.0000	0.0796	-0.8116	0.00108	0.1034
2		0.7954	0.0028	-0.0013	0.000015	0.00021
3		0.6287	-0.0583	0.0622	-0.00082	-0.0813
4		0.4681	-0.1080	0.1127	-0.00148	-0.1467
5		0.3197	-0.1363	0.1386	-0.00182	-0.1810
6		0.1896	-0.1312	0.1300	-0.00171	-0.1710
7		0.1726	-0.1270	0.1252	-0.00164	-0.1649
8		0.7531	-0.0803	0.0770	-0.00101	-0.1023
9		0.000	0.000	0.0000	0.00000	0.0000
10		-0.0385	0.0755	-0.0688	0.00090	0.0922
11		-0.0886	0.2221	-0.1951	0.00254	0.2580
12		-0.1287	0.3829	-0.3217	0.00418	0.4134
13		-0.1565	0.5396	-0.4271	0.00552	0.5219
14		-0.1734	0.6711	-0.4975	0.00639	0.5682
15		-0.1842	0.7874	-0.5412	0.00690	0.5614
16		-0.1893	0.8829	-0.5537	0.00698	0.4936
17		-0.1883	0.9525	-0.5338	0.00663	0.3654
18		-0.1846	0.9923	-0.4858	0.00592	0.1900
19		-0.1757	1.0000	-0.4180	0.00495	-0.0098
20		-0.1630	0.9745	-0.3406	0.00388	-0.2061
21		-0.1424	0.8969	-0.2452	0.00261	-0.4052
22		-0.1229	0.8008	-0.1784	-0.00175	-0.5016
23		-0.1011	0.6782	-0.1234	-0.00169	-0.5311
24		-0.0746	0.5136	-0.0776	-0.00060	-0.4754
25		-0.04867	0.3401	-0.0467	0.00033	-0.3482
26		-0.01738	0.1229	-0.0169	0.00012	-0.1382
27		-0.01323	0.0937	-0.0131	0.00009	-0.1069
28		0.0000	0.0000	0.0000	0.00000	0.0000
29		0.0146	-0.1043	0.0168	-0.00013	0.1269
30		0.01744	-0.1242	0.0203	0.00017	0.1519
31		0.04535	-0.3235	0.0589	-0.00052	0.4129
32		0.04953	-0.3535	0.0652	-0.00058	0.4353
33		0.07605	-0.5436	0.1073	-0.00099	0.7172
34		0.1040	-0.7483	0.1536	-0.00146	1.0000

图示两处支座的位置,轴系支承近似当做刚性支承处理。这里不考虑回转力矩的影响。铁心重13.01kgf,叶轮重15.073kgf,整个电机重123kgf。叶轮作为集中质量处理,铁心作为125mm长度上均布质量处理。

将919风机转子系统划分为34个二维梁单元,节点号从左到右顺序排列,每个节点各有三个自由度(u 、 v 、 θ_z)。支承在9号和28号节点。计算时将分布载荷转化为单位体积的质量,专门建立一个单元,将集中载荷作为集中质量叠加。单元质量矩阵的建立采用一致质量矩阵,精度较高。计算所得前十阶固有频率和经过归一化后的振型。

将前五阶弯曲振型列表。以输出结果可看到,第四阶固有频率为1732.67(HZ),第八阶固有频率为6099.89(HZ)和第十阶固有频率9844.2(HZ),它们反映的都是轴向振动,其余皆为横向弯曲振动。另外,集中质量只对前三阶较低的固有频率有影响,而对高阶模态几乎毫无作用。

绘制前三阶弯曲振型如图4(a)、(b)、(c)、扭转振型和轴向振型图这里从略。

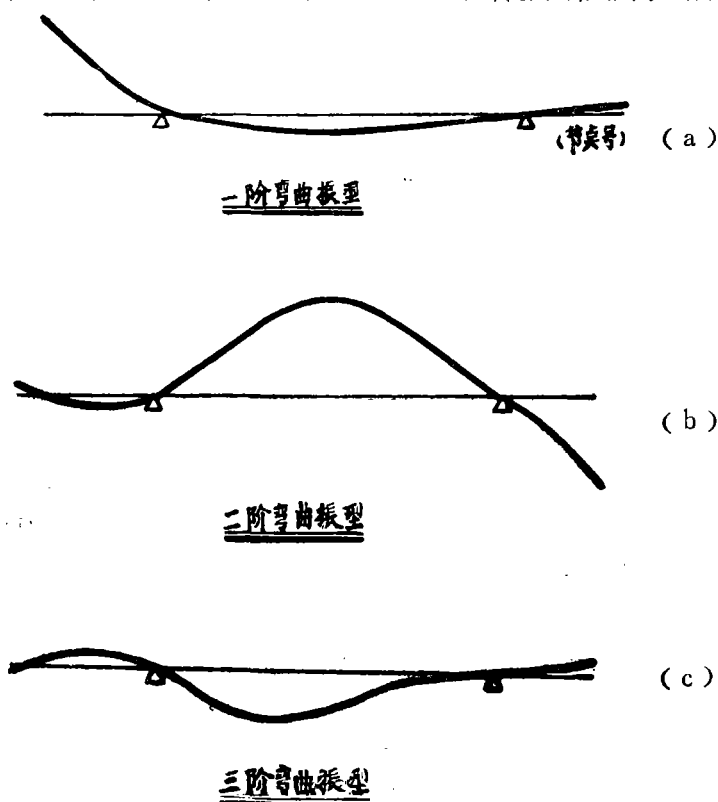


图 4

本文应用有限单元法对风机轴系进行了动力计算,得到了前十阶固有频率和主振型,与试验结果趋于一致。

程序计算用双精度,所用单元精度较高,其质量矩阵的建立利用的是一致质量法,因此计算结果令人满意。

进一步准备对风机转子系统计算其不平衡响应。当工作转速在共振转速附近时,更要进行不平衡响应计算,预先估计转子振幅值,以鉴定风机转子系统设计的安全性和合理性。

(下转22页)

Abstract

This paper work out the nonlinear finite element program on plane problem of reinforced Concrete making use of nonlinear incremental elastic theory, which Can Compute the precess from lead-on to failure of member, and compute the shallow beam and deep beams of reinforced concrete. Through calculation compare the condition of convergence of iteration, the treatment and shearing stress release of cracked concrete element and some iterations, viewpoints is proposed in this paper.

Key words: Reinforced Concrete, Non-linear, Finite element analysis.

(上接50页)

参 考 文 献

- [1] K·Nonami, Response in passing Through Critical Speed of Arbitrarily Distributed. Flexible Roter System oPart, and Part 2, Bulletin of the JSME.VOI.26 NO.217 July 1983.
- [2] J.S.Premieniecki, Theory of Matrix Structural Analysis McGraw—Hill, New York, 1968.
- [3] K.J.Bathe, Finite Element Procedures in Engineering Analysis, Prentice—Hall, 1982
- [4] 徐次达, 华伯浩, 固体力学有限元理论, 方法及程序 水利电力出版社 1983.

Finite Element Analysis of Dynamic characteristics of A Fan Rotor System

Liu Min Shan

(Dept. of Mathematics and Mechanics)

ABSTRACT

Main parameters of dynamic characteristics (natural frequencies and mode shapes) of a fan rotor system were calculated by using finite element method, these parameters are fundamental date for further reserchecs of dynamic analysis, inclu—ding calculation and prediction of dynamic or unbalace response, prediction of reliability and service life, reduction of noise and fixing a breakdown.