

钢筋混凝土非线性有限元若干问题分析

许 琪 楼

(土建系)

提 要

本文用非线性弹性增量理论编制了钢筋混凝土平面问题非线性有限元受力全过程计算程序,并对钢筋混凝土浅梁和深梁进行了计算。在此基础上对迭代收敛条件、混凝土开裂单元处理方法、开裂单元剪应力释放及不同迭代解法进行了计算比较。并归纳出一些初步意见。

关键词: 钢筋混凝土、非线性有限元法

一、概 述

用有限元方法对钢筋混凝土结构受力全过程进行分析已成为结构分析的一个重要手段。非线性分析方法和结构试验相结合、互为补充可以对钢筋混凝土结构受力性能、破坏机理进行更深入系统的研究。因此钢筋混凝土非线性有限元方法近十几年来发展很快,目前已建立了许多理论和非线性迭代解法。但是由于混凝土在多向应力状态下应力应变关系、混凝土开裂、混凝土破坏理论及钢筋和混凝土之间粘结滑移的复杂性,和非线性有限元程序编制较繁、迭代稳定性差、收敛速度慢等原因,使这一学科仍尚处于有待深入探讨的阶段。本文对钢筋混凝土平面结构,应用非线性弹性增量理论编制了有限元全过程分析程序。在此基础上,对混凝土开裂单元处理方法、迭代收敛条件、开裂单元剪应力释放及不同迭代解法进行了初步计算比较。

二、基本程序简介

1、程序考虑平面结构材料非线性,混凝土采用等应变三角单元,钢筋为线形单元,其间插入四边形滑移单元。非线性解法采用增量—迭代法,并混合使用等刚度和切线刚度迭代。即在施加每一级荷载增量时,逐次迭代、逐次修改单元应力应变,使之逼近真解。等刚度迭代若干次后,为加快收敛速度重新集成一次切线刚度阵。

2、混凝土在双向应力状态下的破坏条件采用修正的Kupfer和Gerstle表达式,详见文献[1]。

3、混凝土在双向应力状态下,应力增量和应变增量关系采用了Darwin和Pecknold模式;

本文1986年10月24日收到。

$$\begin{pmatrix} d\sigma_1 \\ d\sigma_2 \\ d\tau_{12} \end{pmatrix} = \frac{1}{1-\mu^2} \begin{pmatrix} E_1 & \mu\sqrt{E_1E_2} & 0 \\ \mu\sqrt{E_1E_2} & E_2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4}(E_1+E_2-2\mu\sqrt{E_1E_2}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d\varepsilon_1 \\ d\varepsilon_2 \\ d\gamma_{12} \end{pmatrix} \quad (1)$$

式中： $d\sigma_1$ 、 $d\sigma_2$ 、 $d\tau_{12}$ 和 $d\varepsilon_1$ 、 $d\varepsilon_2$ 、 $d\gamma_{12}$ 分别为在施加上一级荷载增量后的主应力方向上，由于这一级荷载增量所引起的应力和应变增量； μ 为泊桑比按Darwin和Pecknold的建议取值； E_1 、 E_2 为施加上一级荷载增量后主应力方向的切线模量：受拉时取原点切线模量 E_0 ，受压时为等效应力应变曲线上的切线模量值。等效应力应变曲线采用Seanz公式的形式：

$$\sigma_i = \frac{E_0 \varepsilon_{iu}}{1 + [E_0/E_S - 2] \frac{\varepsilon_{iu}}{\varepsilon_{ic}} + (\frac{\varepsilon_{iu}}{\varepsilon_{ic}})^2} \quad (2)$$

式中： σ_i ($i=1, 2$) 为主应力； ε_{iu} 为等效单向应变； E_S 为相应破坏压应力 σ_{ic} 的割线模量 ($E_S = \sigma_{ic}/\varepsilon_{ic}$)； ε_{ic} 为相应于 σ_{ic} 的等效单向应变，由下式计算：

当 $|\sigma_{ic}| \geq |f'_c|$ 时： $\varepsilon_{ic} = \varepsilon_p [3 (\sigma_{ic}/f'_c) - 2]$

当 $|\sigma_{ic}| \leq |f'_c|$ 时： $\varepsilon_{ic} = \varepsilon_p [-1.6 (\frac{\sigma_{ic}}{f'_c})^3 + 2.25 (\frac{\sigma_{ic}}{f'_c})^2 + 0.35 (\frac{\sigma_{ic}}{f'_c})]$ (3)

式中： f'_c 为混凝土抗压强度， ε_p 为混凝土单向受压极限应变，计算时取 $\varepsilon_p = -0.0038$ 。

4、单向等效受力应变 ε_{iu} 是在逐级加荷过程中积累计算：

$$\varepsilon_{iu} = \sum_{\text{各级荷载}} \Delta \varepsilon_{iu} = \sum_{\text{各级荷载}} \sum_{\text{各级迭代}} \frac{\Delta \sigma_i}{E_i} \quad (4)$$

$\Delta \sigma_i$ 是本次迭代在主应力*i*方向的应力增量； E_i 是上次迭代在主应力*i*方向的切线模量。在累计 ε_{iu} 的过程中，由于主应力方向要不断变化，计算时要根据主应力变化大小采用不同的处理方法。对此有关资料均有介绍。

5、混凝土开裂后考虑开裂后的残余刚度，受拉混凝土应力应变关系采用台阶式，如图一所示。极限拉应变 $\varepsilon_{pL} = 0.0004$ ，若开裂单元 σ_2 方向受压，则按单向受压应力应变曲线处理，见图二实线所示。其上升段采用Seanz公式，由于本程序是采用增量理论不便处理下降段，因此当 σ_2 到达 f'_c 之后简化为水平直线

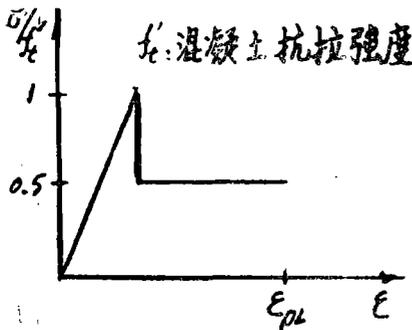


图1 受拉时 $\sigma-\varepsilon$ 曲线

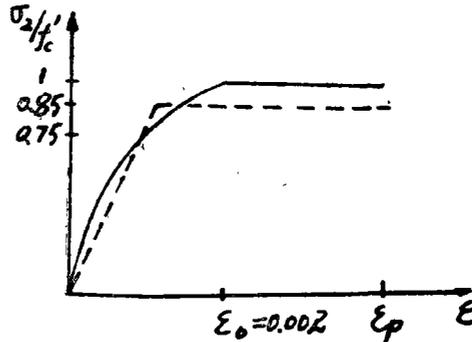


图2 受压时 $\sigma-\varepsilon$ 曲线

6、钢筋单元应力应变曲线为理想弹塑性。

7、四边形滑移单元宽度为零的四结点单元, 它可以模拟钢筋单元和混凝土单元之间粘结力和滑移沿其接触面连续分布的特点。接触面垂直方向的刚度 K_x' 取一大数, 平行接触面方向的刚度 K_y' 取大连工学院的粘结滑移实验曲线的切线模量:

$$K_x' = \pi D (26.2 \times 10^3 - 7.1 \times 10^6 S) R / 400 \quad (5)$$

式中: D 为钢筋换算直径; S 为滑移量; R 为混凝土标号。假定单元的 K_x' 为定值可推出单元刚度阵显式表达式, 见文献[2]。在计算滑移单元不平衡结点荷载时, 程序中考虑了各点不平衡应力的差异, 并假定在接触面长度方向上呈线性分布。

8、程序中同时计算了两种收敛精度, 以比较不同收敛条件对计算速度和结果的影响。

第一: 用不平衡结点荷载建立收敛准则。计算时采用了下列向量范数: $\|V\|_2 = \left(\sum_{i=1}^N V_i^2 \right)^{\frac{1}{2}}$ 。

设 $\|Pr_{es}\|$ 为本次迭后的不平衡结点荷载向量的范数; $\|P\|$ 为本级所施加的荷载向量范数。当满足条件 $\|Pr_{es}\| / \|P\| \leq \alpha$ (计算时 $\alpha = 0.05$), 即表示迭代收敛。第二: 用结点

位移增量建立收敛准则。计算时采用了下列向量范数: $\|V\|_1 = \sum_{i=1}^N |V_i|$ 。设 $\|\Delta \delta_k\|$ 是本

级荷载下第 K 次迭代时产生的结点位移增量向量的范数, $\|\sigma_k\|$ 是本级荷载下第 K 次迭代后总的结点位移增量向量的范数。当 $\|\Delta \delta_k\| / \|\sigma_k\| \leq \alpha$ ($\alpha = 0.005$) 时即收敛。

9、程序采用Fortran-77语言编制, 并在微机MC-68000上运行。

三、计算比较

钢筋混凝土非线性有限元程序编制较繁, 而且也无一个判断程序是否正确的标准考题, 因此程序的考题必须具有一定的广泛性。为此本文取钢筋混凝土浅梁和深梁作为算例进行计算分析。取1964年美国加州大学伯克利分校Scordelis和Bresler试验的无腹筋简支浅梁作为主要算例, 同时还计算了受力性能与此有较大区别的四根无腹筋简支深梁。该深梁是我国《钢筋混凝土结构设计规范》深梁科研专题组进行的440余根中的试验构件。由于有大量的试验资料, 专题组回归了较可信的强度破坏回归式, 可以校核程序的适用性。

表1: 计算梁构件原始资料

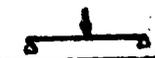
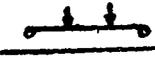
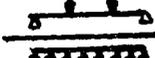
序号	计算简图	构件尺寸 (cm) $b \times h \times l$	剪跨 (cm)	f_c' $\frac{kg}{cm^2}$	R $\frac{kg}{cm}$	纵向钢筋			试验单位
						面积 cm^2	R_g $\frac{kg}{cm^2}$	E_g $\frac{kg}{cm^2}$	
1		22.86 × 55.25 × 365.76		250		25.8	6755	1.953×10^6	Scordelis梁
2		10 × 60 × 90	30		330	6.28	2580	2.1×10^6	郑州工学院
3		10 × 75 × 75	25		317	1.47	2920	2.1×10^6	同上
4		10.3 × 40.2 × 80			386	6.16	2990	2.1×10^6	华南工学院
5		10.3 × 40 × 80			303	4.52	2785	2.1×10^6	同上

表 2 浅梁计算结果比较

荷载级别	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
荷载增量	0.2p	0.2p	0.2p	0.1p	0.05p	0.05p	0.05p	0.1p	0.1p						
总荷载	0.2p	0.4p	0.6p	0.7p	0.8p	0.9p	1.0p	1.1p	1.2p	1.3p	1.35p	1.4p	1.45p	1.55p	1.65p
迭代次数	3	9	7	8	5	5	9	8	4	12	4	3	3	4	
用 $\frac{\Delta \delta_k}{\delta_k} \leq 0.005$ 为收敛条件	0.001	0.158	1.513	0.162	0.98	2.728	0.419	0.267	3.383	0.254	1.192	0.046	7.344	1.011	破 坏
跨中挠度 cm	-0.058	-0.159	-0.308	-0.381	-0.457	-0.531	-0.613	-0.706	-0.783	-0.876	-0.92	-0.961	-1.006	-1.101	
跨中钢筋应力 kg/cm ²	153	639	1229	1502	1741	1984	2264	2526	2785	3061	3195	3332	3475	3755	
迭代次数	3	11	12	10	7	10	12	10	10	13	6	3	10		
用 $\frac{\text{Pres}}{p} \leq 005$ 为收敛条件	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	破	破 坏
跨中挠度 cm	-0.058	-0.16	-0.308	-0.381	-0.457	-0.534	-0.614	-0.706	-0.783	-0.876	-0.92	-0.962	-1.017		
跨中钢筋应力 kg/cm ²	153	640	1229	1502	1741	1984	2265	2527	2785	3061	3196	3332	3475		

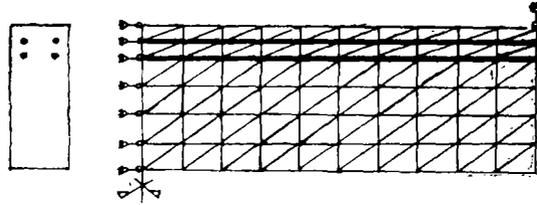
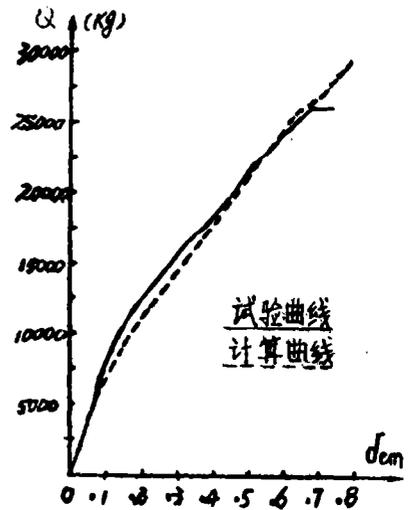


图3 浅梁单元划分图

表1 列出五根试算的梁构件的原始资料。由于荷载及结构的对称性, 计算时取半跨进行。图三为浅梁的单元划分图, 其中粗线表示钢筋单元及相应的滑移单元。而深梁单元划分与浅梁主要区别是在边支座外侧要加设一个水平网络。计算时由于深梁刚度大、承载力高、变形小的特点, 支座及加荷点局压破坏以及纵筋的滑移破坏危险性更大。但这二种破坏形式不是我们研究的重点, 且可以采用构造措施来防止。基本程序中的滑移模式不能模拟深梁纵筋的锚固特点, 深梁计算时钢筋和混凝土之间为刚性联结, 并对支座及加荷点处混凝土单元进行弹性化处理。

表2 列出浅梁计算时各级荷载增量及在每级荷载增量作用下分别用两种收敛条件计算的结果: 包括每级荷载增量作用下的迭代次数; 收敛时相应的另一种收敛精度计算值; 跨中挠度及跨中钢筋单元应力。表中荷载 $P = 25^T$ 。图4为其挠度与荷载的变化曲线, 与试验结果相当接近, 但破坏荷载和破坏形态计算值与试验结果相差较大。计算破坏荷载为刚度阵变为奇异阵时对应的荷载, 约为 $1.55P - 1.65P$ 。实际破坏荷载为 26.2^T , 相当于计算荷载 $1.05P_0$ 。相差较大的原因可能是与开裂单元剪应力释放条件有关, 对此本文将在后面进行讨论。

由表2可见: 采用不同收敛条件跨中挠度及跨中钢筋应力非常相近, 单元开裂顺序、时间、范围也完全相同, 只有极少数单元应力有些差异, 而二种收敛条件的迭代次数却有明显不同。从1—13级荷载迭代次数统计: 用结点位移增量作为收敛条件时共迭代80次, 相应 $\| \text{Pres} \| / \| P \|$ 的计算精度分布在0.001—7.344如此大的范围内; 而用不平衡结点荷载作为收敛条件时迭代117次, 而相应的 $\| \Delta \sigma_k \| / \| \sigma_k \|$ 计算值均为0.000。不平衡结点荷载主要来自于两个方面: 第一是单元弹性应力增量和非线性应力增量产生的不平衡应力; 第二是因单元开裂应力释放而产生的。其中后者占有绝对优势, 并导致不平衡结点荷载为施加的外荷载增量的数倍, 甚至十几倍之多。要使如此大的荷载被其它单元完全吸收必须要较多的迭代次数。实际上单元开裂应力释放而形成的不平衡结点荷载是一个自平衡力系, 它对邻近其它单元应力影响较大, 而对离其较远的单元影响甚小。某些单元开裂可以产生较大不平衡力, 但对整体结构的应力分布其影响可能是微小的。因此

图4 浅梁跨中Q— δ 曲线

用结点位移增量建立收敛条件是总体、宏观的判断,局部单元影响不敏感;而用不平衡结点荷载建立收敛条件容易突出局部单元的影响而忽视宏观评定。考虑到目前非线性有限元的各种理论、计算模式还是近似的,某些处理方法也很粗糙,因此追求过高的计算精度既非必要,也并非十分合理。在钢筋混凝土有限元计算中,采用前者建立收敛条件是较适宜的。为了防止产生过大的累积误差,可将收敛后仍存在的不平衡结点荷载转移到下一级荷载增量中计算,对此程序的处理是非常容易实现的。由本文计算来看,无论采用何种收敛条件,迭代次数并非以往所述的那么多,对荷载分级也无过多限制。在计算过程中亲身体会到:由于迭代法具有以下特点,计算过程中的错误影响迭代收敛速度,与计算结果关系不大。因此如果迭代次数过多、或程序适用性差,或荷载分级大大影响计算结果,则在很大程度上程序仍存在某些错误,尽管有时也可能计算出较好的结果。

表3列出了4根深梁计算结果及与试验值和回归计算值的比较,可见本程序的有限元计算基本上可以反映深梁的受力及破坏特点。表中的序号同表1中各梁序号,破坏荷载为破坏时的支座反力值。

表 3 深梁计算结果比较

序 号	试 验 结 果		回 归 式 计 算		有 限 元 计 算	
	破 坏 形 态	Q _{sp}	形 态	Q _{sp}	破 坏 形 态	Q _p
2	支座附近斜压坏 支座钢筋屈服	35	剪切	28.9	跨中钢筋屈服而破坏	30
3	加荷处斜压坏	31.25	剪切	35.2	从加荷处开始斜压坏	33
4	Q _y =30T 钢筋屈服剪破坏	37.5	弯曲	27.4	Q _y =31.5T 跨中钢筋屈服	36
5	Q _y =20.5T 钢筋屈服弯曲破坏	30	弯曲	19.6	Q _y =24T 跨中钢筋屈服	24

在钢筋混凝土平面问题中绝大多数单元处于双拉及拉压应力状态。由于混凝土抗拉强度低,很小的拉应力即产生开裂,且开裂范围随荷载增大而不断扩展。钢筋混凝土的非线性特征在很大程度上是因开裂所致。因此开裂单元开裂后的处理及开裂单元在后继荷载作用下的处理甚为重要。在基本程序中单元一旦开裂即令开裂方向 $E_1=0$,而应力 σ_1 由图一所示的 σ - ϵ 关系决定。 σ_2 方向按单向受力本构关系处理。若受压即为图二实线所示的曲线。考虑到单元开裂之后 σ_1 并非一定为零,即单元并非真正的单轴受力状态,同时考虑到图2实线表示的非线性关系主要是与微裂缝的产生、发展有关,因此开裂单元 σ_2 方向的本构关系按线性处理似乎更为适宜。为此本文假定开裂单元 σ_2 方向受压时本构关系为理想弹塑性,如图2虚线所示。最大压应力为 $0.85f'_c$,当 $|\sigma_2| \leq 0.85f'_c$ 时为弹性状态,弹性模量 E_2 取 $\sigma_2 = 0.75f'_c$ 时在Seanz曲线上所对应的割线模量,具体公式为:

$$E_2 = E_0/2 - 0.75(E_0/2 - E_s) + \sqrt{[E_0/2 - 0.75(E_0/2 - E_s)]^2 - 0.75^2 E_s^2} \quad (6)$$

其中: E_0 为原点弹性模量, E_S 为相应 f'_c 时的割线模量 $E_S = f'_c / \varepsilon_0$; 当 $|\sigma_2| > |0.85f'_c|$ 时, 取 $\sigma_2 = 0.85f'_c$, $E_2 = 0$; 当 $\varepsilon_3 > \varepsilon_P$ 时单元压碎。

表4序号I为按上述修改的本构关系对浅梁进行计算的结果。结果表明: 迭代次数、跨中挠度及跨中钢筋应力与前相比是很接近的, 且裂缝分布范围也相同, 仅单元开裂次序及时间略有差异。对深梁计算也有相同的结论。说明用该模式进行计算是可行的, 且该模式在程序编制方面更简便一些。

混凝土单元不仅正应力及其刚度随裂缝产生和扩展不断变化, 其剪应力及其刚度也是如此。在基本程序中, 单元抗剪刚度与 $\frac{1}{4}[E_1 + E_2 - 2\mu\sqrt{E_1 E_2}]$ 有关, 当单元开裂后 $E_1 = 0$ 剪切刚度随即降低, 但此时开裂单元仍具有一定抗剪刚度, 承担一定的剪应力。在基本程序中还规定: 压碎单元或 ε_1 、 ε_2 均大于 ε_{PL} 的双裂单元, 剪应力要全部释放。但这样处理没有考虑单向开裂单元其抗剪刚度随裂缝扩展的变化。实际上当裂缝宽度很大时, 单裂单元也将无法承担剪应力。为此本文假定单裂单元当 $\varepsilon_1 > \varepsilon_{PP}$ 时即释放全部剪应力, 并对梁试件进行计算。结果表明剪应力释放条件与计算破坏荷载关系较大。对浅梁计算时若取 $\varepsilon_{PP} = 0.0015$ 则计算破坏荷载及破坏形态与试验值很接近。但对深梁计算时 ε_{PP} 必须大于 0.0025 才能与试验值相近, 否则将提前发生破坏。因此 ε_{PP} 如何取值仍有待于继续研究。此外增加该剪力释放条件时, 破坏前的几级荷载迭代次数将普遍增加。

钢筋混凝土有限元非线性迭代解法有多种形式。在基本程序中是混合使用切线刚度和等刚度迭代(具体计算时等刚度迭代5次变一次刚度), 单元应力应变随迭代不断进行而逐步改变。在一般有限元程序中该法使用较多。此外本文还对其它迭代方法在单元划分、本构关系、计算数据、收敛条件等相同的条件下进行了计算比较:

1、初应力法。这是一种等刚度迭代法, 在施加每级荷载增量时始终采用上级荷载增量施加后所形成的刚度阵进行迭代。单元应力应变在迭代过程中不变, 迭代时不断改变初应力修改平衡方程中右端荷载项。待迭代收敛后再一次性改变单元应力应变及刚度。由于混凝土单元应力及主应力方向突变较大, 本文在计算单元等效单向应变时进行了如下调整。

$$\varepsilon_{iu} = \frac{\sum \Delta \sigma_i}{\text{各级荷载} \cdot \frac{1}{2} (E_i + E_i')} \quad (7)$$

式中 $\Delta \sigma_i$ 是本级荷载增量作用下本次迭代后在主应力 i 方向产生的应力增量; E_i 是上级荷载增量作用后在主应力 i 方向的切线模量; E_i' 是本次迭代后在主应力 i 方向的切线模量。

表4序号II列出用初应力法对浅梁的计算结果。

2、中点刚度的初应力法。在施加新的荷载增量时首先求出对应一半荷载增量的中点刚度, 利用中点刚度再进行如上述初应力法的等刚度迭代。对应每级荷载增量要集成二次刚度阵。迭代中上级荷载增量收敛后的主应力方向、本次迭代后的主应力方向、主刚度方向是各不相同的, 因此计算等效单向应变使用中点刚度时要正确处理主应力方向的变化及主应力和主刚度方向的差异。另外在计算中点刚度的迭代中单元一旦开裂因刚度降低, 在以后的迭代中该单元直接按开裂单元处理而不必重新判断该单元是否开裂。表4 III 即为该法计算浅梁的结果。

表 4 浅梁计算结果比较

序号	荷载分级	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
I	迭代次数	3	9	8	8	5	5	9	8	8	5	8	7	3	破		
	跨中挠度	-0.058	-0.16	-0.311	-0.38	-0.461	-0.534	-0.617	-0.711	-0.795	-0.88	-0.931	-0.974	-1.018	破		
	跨中钢筋应力	153	638	1236	1471	1746	1990	2265	2518	2786	3046	3199	3335	3473	坏		
	迭代次数	3	13	9	6	8	4	8	11	6	16	11	8	4	7	4	破
II	跨中挠度	-0.058	-0.16	-0.314	-0.382	-0.472	-0.544	-0.618	-0.713	-0.797	-0.885	-0.938	-0.987	-1.032	-1.128	-1.228	坏
	跨中钢筋应力	153	604	1250	1491	1771	2017	2301	2567	2852	3129	3266	3406	3547	3834		
	迭代次数	3	9	8	7	9	12	6	12	14	6	12	6	6	10	破	
	跨中挠度	-0.058	-0.165	-0.329	-0.408	-0.502	-0.592	-0.675	-0.773	-0.869	-0.97	-1.02	-1.071	-1.119		坏	
III	跨中钢筋应力	153	636	1283	1546	1838	2101	2406	2676	2968	3254	3397	3539	3684			
	迭代次数	3	7	6	5	7	7	9	4	11	7	12	4	3	5	破	
	跨中挠度	-0.058	-0.16	-0.312	-0.382	-0.46	-0.541	-0.621	-0.70	-0.79	-0.885	-0.932	-0.983	-1.027		坏	
	跨中钢筋应力	153	623	1243	1487	1756	2010	2301	2558	2814	3102	3234	3371	3510		坏	

3、变一次切线刚度的初应力法。该法在施加每级荷载时每一次迭代后随即改变单元应力应变及刚度,并重新集成刚度阵,再利用第一次迭代后的不平衡结点荷载作为荷载项进行如上所述的初应力法等刚度迭代。迭代收敛后再次改变单元应力应变及刚度。表4 IV即为用该法计算浅梁的结果。

由表4可见无论采用何种解法,计算结果差别不大,均可以反映结构受力全过程特征。表5列出上述四种方法计算梁1、梁2、梁4时从加荷到破坏总的集成刚度次数和总的迭代次数。可见第一种方法适用性最好,不论浅梁、深梁、集中荷载、均布荷载及收敛性都好;后三种基本属于等刚度迭代,其收敛速度变异性大,适用性稍差。但总的来讲,各种迭代方法的差别并非过于悬殊,均可以在有限元程序中使用。

表5 各种迭代解法收敛性比较

	梁 1		梁 2		梁 4	
	变刚度数	迭代数	变刚度数	迭代数	变刚度数	迭代数
等刚度切线刚度混合迭代	21	84	10	42	14	52
初应力法	14	114	6	124	8	56
中点刚度初应力法	28	120	12	106	16	57
变一次切线刚度初应力法	28	90	12	116	16	40

综上所述,钢筋混凝土非线性有限元采用结点位移增量建立收敛准则比较适宜;采用切线刚度和等刚度混合迭代收敛性和适用性最好,但等刚度迭代程序编制简便在某些情况下收敛速度也是相当满意的;混凝土单元开裂后若 σ_2 方向受压可简化为线性本构关系处理,且开裂单元剪应力释放条件对计算破坏荷载和破坏形态影响较大,需要进一步研究。

参 考 文 献

- [1] 朱伯龙、董振祥 钢筋混凝土非线性分析
 [2] 江见鲸 钢筋混凝土有限元分析

Analysis of problems in nonlinear finite element
 method of reinforced concrete

Xu Qilou

(Zhengzhou Institute of Technology)

Abstract

This paper work out the nonlinear finite element program on plane problem of reinforced Concrete making use of nonlinear incremental elastic theory, which Can Compute the process from lead-on to failure of member, and compute the shallow beam and deep beams of reinforced concrete. Through calculation compare the condition of convergence of iteration, the treatment and shearing stress release of cracked concrete element and some iterations, viewpoints is proposed in this paper.

Key words: Reinforced Concrete, Non-linear, Finite element analysis.

(上接50页)

参 考 文 献

- [1] K·Nonami, Response in passing Through Critical Speed of Arbitrarily Distributed. Flexible Roter System oPart, and Part 2, Bulletin of the JSME.VOI.26 NO.217 July 1983.
- [2] J.S.Premieniecki, Theory of Matrix Structural Analysis McGraw—Hill, New York, 1968.
- [3] K.J.Bathe, Finite Element Procedures in Engineering Analysis, Prentice—Hall, 1982
- [4] 徐次达, 华伯浩, 固体力学有限元理论, 方法及程序 水利电力出版社 1983.

Finite Element Analysis of Dynamic characteristics of A Fan Rotor System

Liu Min Shan

(Dept. of Mathematics and Mechanics)

ABSTRACT

Main parameters of dynamic characteristics (natural frequencies and mode shapes) of a fan rotor system were calculated by using finite element method, these parameters are fundamental date for further reserchecs of dynamic analysis, inclu—ding calculation and prediction of dynamic or unbalace response, prediction of reliability and service life, reduction of noise and fixing a breakdown.