

桩基承台三维光弹性应力分析

王 文 勇*

(力学教研室)

提 要

本文应用三维光弹性试验方法,将冻结应力后的环氧树脂模型切片,放入全场斜射仪中,进行正射、斜射,测得各切片的等差线和等倾线。采用切力差法计算应力,确定了不同厚度桩基承台上、下边缘最大拉应力、最大压应力区域及其大小,计算了截面内部的应力 σ_x 、 σ_y 、 τ_{xy} 、 σ_1 、 σ_2 的分布规律,同时给出了最大切应力传递角度和主应力迹线。

一、概 述

桩基承台是将上部荷载传给桩基并由桩基传给地基的重要结构。承台设计得合理与否,直接影响上部整体结构的安全。但是,迄今为止,国内外对于承台计算方法不一。例如:有人将四支点桩基承台简化为以桩基为固定端的悬臂梁计算;也有人将桩基力平均分配在四支点不考虑中间柱影响,简化为一般梁计算。以上计算方法经过简化,显然都具有一定的近似性。由于计算方法不同,其结果往往相差甚远。因此有必要对承台的合理设计进行模型试验研究。

本文利用三维光弹试验方法给出不同厚度承台的应力分布规律,主应力迹线图和最大剪应力传递角度。

二、模 型 试 验

(一) 试验条件

1. 模型比例1:20

2. 要求观测

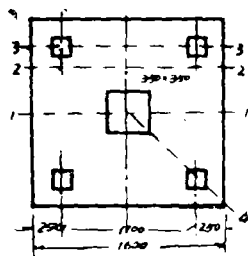


图 1

① 不同厚度承台(图1所示)1—1, 2—2, 3—3, 4—4截面上、下边缘应力分布规律。

② 厚度 $H=300\text{mm}$ 的承台1—1切片内部各截面I—I, II—II, III—III上应力(σ_x 、 σ_y 、 τ_{xy} 、 σ_1 、 σ_2)分布规律,(见图2)。

③ 切片1—1上、下边缘 σ_z 分布规律和主应力迹线图。

* 参加实验工作的还有李连中同志

(4) 确定1—1, 4—4切片内最大剪应力传递角度。

3. 荷载

当承台厚度 $H_1 = 300\text{mm}$ 时, 设计荷载 $P_1 = 80\text{吨}$ 。

当承台厚度 $H_2 = 375\text{mm}$ 时, 设计荷载 $P_2 = 115\text{吨}$ 。

当承台厚度 $H_3 = 500\text{mm}$ 时, 设计荷载 $P_3 = 168\text{吨}$ 。

(二) 试验方法

1. 模型制作

桩基承台是三维结构, 机械加工比较困难, 为此我们采用精密铸造得到桩基承台三维光弹模型。

精密铸造模型的阴模采用室温硫化硅橡胶, 硫化硅橡胶可以在 20°C 条件下, 加入3%的交链剂和1.5%的触媒剂一次浇注而成。这种模具的收缩率一般在1%以下, 能满足模型尺寸准确度的要求。而且它还有良好的弹性, 不会在环氧树脂模型时因收缩而产生内应力, 这种硅橡胶与环氧树脂不粘连, 是目前制造三维光弹模型理想的脱模剂。

我们采用水泥砂浆做阴模外壳, 内衬3—5mm厚的硅橡胶做阴模里衬。这种水泥硅橡胶阴模的优点是硅橡胶层薄, 变形小, 而且又有足够的弹性。在环氧树脂中混合物聚合成型时, 能自由收缩而不会引起不可消除的残余应力。同时硅橡胶和水泥壳粘结很牢, 可以保证硅橡胶里衬尺寸的准确性。

水泥壳硅橡胶阴模制做的简单程序如下:

用有机玻璃做成尺寸准确的三维桩基承台阳模, 再用木料做成形状与有机玻璃阳模相似, 各方向尺寸均大3~5mm的木模, 用此木模翻制水泥壳阴模。水泥壳阴模分上下两半, 在模壳侧面刻上分缝定位线, 控制位置。然后将有机玻璃阳模用小块固化硅橡胶支承在水泥壳阴模中, 各方向保持3~5mm缝隙, 用灌压法将107*和106*硅橡胶混合物填充到此缝隙中。经过固化成形后即可拆模。在恒温箱内 40°C , 6~8小时可完全固化。实践证明, 用这种水泥壳硅橡胶阴模制成的光弹模型尺寸准确, 表面光洁度好, 初应力小, 比较经济, 而且此阴模可以重复使用。

水泥壳阴模的灰砂比为1:1, 拌适量水份, 使拌合物可塑而不流动。自然干燥后, 放入 60°C 恒温箱中烘烤一天即可使用。

浇注模型材料采用的是618*环氧树脂和顺丁烯二酸酐, 重量比为环氧树脂:顺丁烯二酸酐=100:35, 经过 50°C 恒温一次固化成型, 脱模后再在油浴中进行二次固化, 二次固化后的模型即可使用。

一次固化时间温度曲线见图3, 二次固化时间温度曲线见图4。

2. 加载冻结

对模型加载必须荷载相似, 即模型荷载与原型荷载性质相同, 大小成比例。在选择模型荷载比例时, 应考虑模型材料的光学、力学性能在比例极限内获得足够的观测条纹, 保证实验精度, 同时又不使模型产生过大的变形而扭曲。

本实验中, 作用在模型上的荷载为中间桩基上垂直受压, 使用维卡仪在其上端直接加砝码, 就可以保证垂直加力。材料冻结条纹值, 应用圆盘对径受压做为标准试件, 与模型同

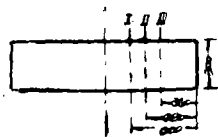


图 2

时放入烘箱冻结, 材料冻结条纹值经过计算是: $f_r = 0.35$ 公斤/厘米·条。模型冻结应力的时间温度曲线见图 5。

3. 观测与计算

三维光弹性试验优点在于可以解决实际工程结构中内部应力, 理论难以计算的问题。实际构件中每一点应力, 有六个应力分量 σ_x 、 σ_y 、 σ_z 、 τ_{xy} 、 τ_{yz} 、 τ_{zx} 决定。该桩基承台属于四支点厚板结构, 目前在理论计算上还没有精确解答。我们通过“冻结”方法将应力固结在三维光弹模型内, 然后对要研究的截面进行切片, 把切片放入全场斜射仪中进行一次正射和两次斜射, 得出要计算的应力光图。见图 6。

对模型沿 Z 轴方向一次正射, 得到:

$$\sigma_x = \sigma_z = \frac{n_z f}{d} \cos \theta_{xy} \quad (1)$$

$$\tau_{xy} = \frac{n_z f}{2d} \sin 2\theta_{xy} \quad (2)$$

式中: n_z —— z 方向正射时条纹级数。

f —— 材料条纹级数。

d —— 切片厚度。

θ_{xy} —— 是 xy 平面内次主应力 σ_1' 与 x 轴夹角。

在 xz 平面内, 沿 1 方向斜射, 得到:

$$\begin{aligned} & (\sigma_x - \sigma_y) \cos^2 \varphi - (\sigma_z - \sigma_y) \sin^2 \varphi \\ & + \tau_{zx} \sin 2\varphi \\ & = \frac{n_{xy} f \cos \varphi}{d} \cos 2\theta_{xy} \quad (3) \end{aligned}$$

$$\tau_{xy} \cos \varphi - \tau_{yz} \sin \varphi = \frac{n_{xy} f \cos \varphi}{2d} \sin 2\theta_{xy} \quad (4)$$

式中 φ —— 斜射方向与 z 轴夹角。

在 xz 平面内沿 3 方向斜射, 得到:

$$\begin{aligned} & (\sigma_x - \sigma_y) \cos^2 \varphi - (\sigma_z - \sigma_y) \sin^2 \varphi \\ & + \tau_{zx} \sin 2\varphi = \frac{n_{x''} f \cos \varphi}{d} \cos 2\theta_{x''}, \quad (5) \end{aligned}$$

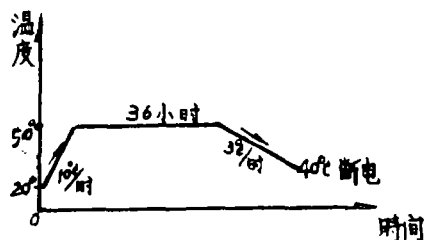


图3 模型一次固化温度-时间曲线

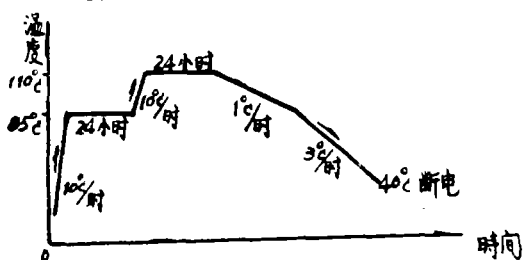


图4 模型二次固化温度-时间曲线

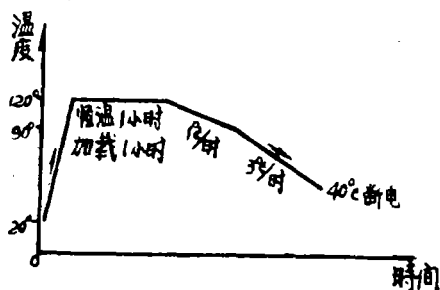


图5 模型冻结应力温度-时间曲线

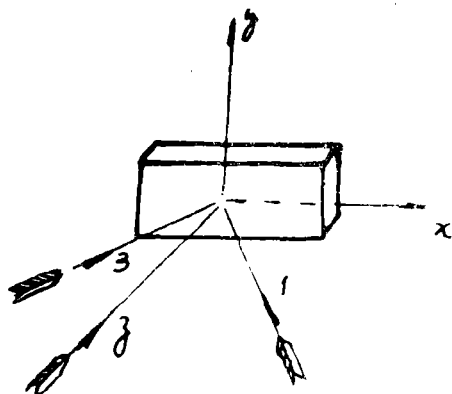


图6

$$\tau_{xy}\cos\varphi + \tau_{yz}\sin\varphi = \frac{n_x'' f \cos\varphi}{2d} \sin 2\theta_x'' \quad (6)$$

以上六个方程中有五个是独立的, 再加上一个补充方程

$$(\sigma_x)_k = (\sigma_x)_0 - \sum_0^k \frac{\Delta\tau_{yx}}{\Delta y} \Delta x - \sum_0^k \frac{\Delta\tau_{zx}}{\Delta z} \Delta x$$

就可以全部得出所要求的六个应力分量。

将承台切片放入全场斜射仪中进行一次正射, 可得出该切片的等色线图。由此图可计算出各切片上下边缘的正应力, 其应力分布图见图7, 应力符号, 由钉压法确定。

对切片沿 45° 方向一次斜射, 由(3)式中可知

$$\begin{aligned} \sigma_z = \frac{1}{\sin^2 45^\circ} \left[\frac{n_x'' f \cos 45^\circ}{2d} \cos 2\theta_{xy}' \right. \\ \left. + \tau_{zx} \sin^2 45^\circ + \right. \\ \left. \sigma_y \sin^2 45^\circ - (\sigma_x - \sigma_y) \cos^2 45^\circ \right] \end{aligned}$$

因为, 1—1切片上下边缘 $\sigma_y = 0$, $\tau_{xy} = 0$

所以,

$$\sigma_z = \frac{1}{\sin^2 45^\circ} \left[\frac{n_x'' f \cos 45^\circ}{2d} \cos 2\theta_{xy}' \right.$$

$\left. - \sigma_x \cos^2 45^\circ \right]$ 可以得到切片1—1上下边缘 σ_z 应力分布图(见图8)。

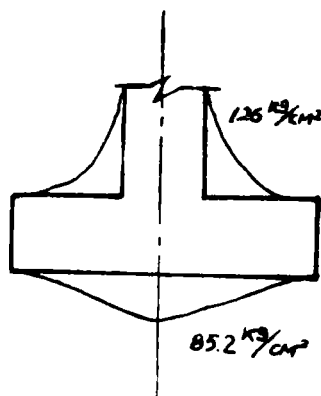


图 8

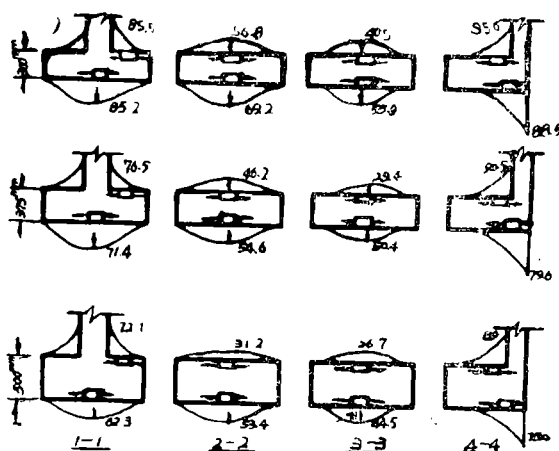


图 7 切片上下边缘正应力分布图 单位: kg/cm²

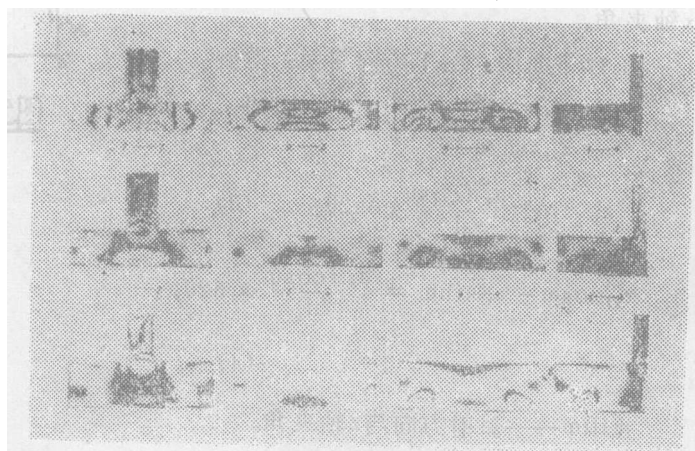


图 9 等色线图

将切片放入全场斜射仪中, 沿 z 轴方向, 对切片1—1位置一次正射, 得到:

$$\tau_{xz} = \frac{nf}{2d} \sin 2\theta_{xz},$$

即为垂直切片底1—1线上的切应力, 其等色线见图9, 等倾线见图10。

将切片绕Z轴转 30° , 仍然沿Z轴方向对切片I—I'线正射, 得到:

$$(\tau_{xy})_{30^\circ} = \frac{nf}{2d} \sin 2(\theta_{xy} + 30^\circ), \text{ 即为与切片底夹角 } 30^\circ \text{ I—I' 线上的切应力。}$$

将切片绕z轴转 45° , 仍然沿z轴方向对切片I—II''线正射得到:

$$(\tau_{xy})_{45^\circ} = \frac{n_z f}{2d} \sin 2(\theta_{xy} + 45^\circ), \text{ 即为与底边夹角 } 45^\circ \text{ I—II'' 线上的切应力。切应力分布图见图11。}$$

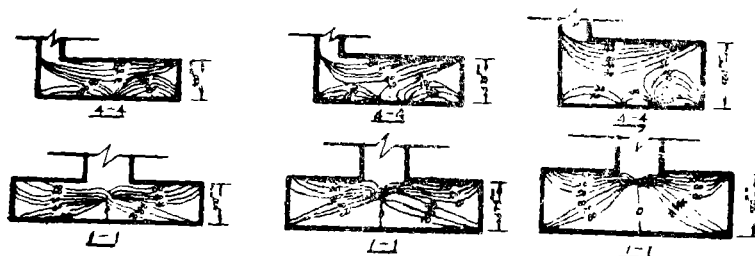


图10 等倾线图

各切片截面与底边夹角

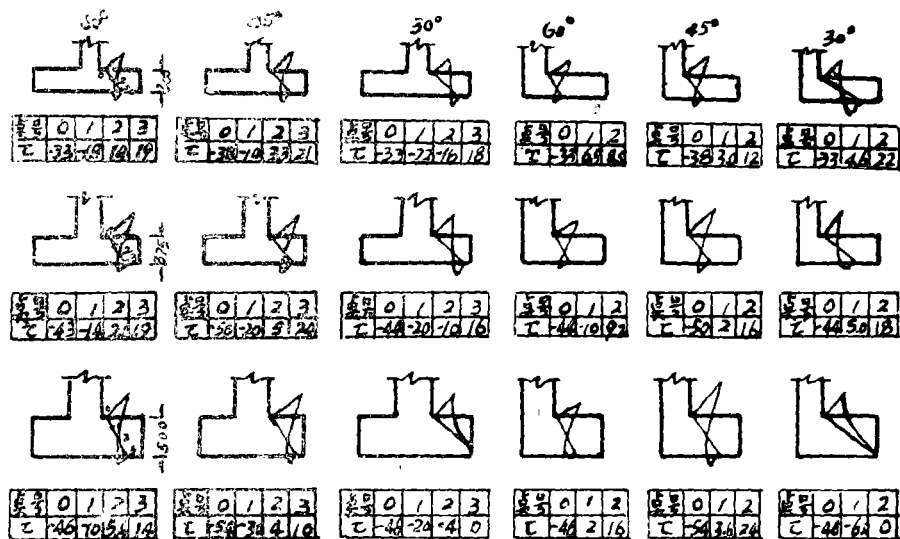


图11 切片 I-I' 4-4 剪应力分布图

单位 $\% \sigma_H$

应力换算按下式进行

$$q_H = \left[\frac{p_H}{p_M} \left(\frac{L_M}{L_H} \right)^2 \right] q_M$$

式中下标H表示原型, M表示模型。 q_H 为原型应力, $\frac{p_H}{p_M}$ 为荷载比, $\frac{L_H}{L_M}$ 为尺寸比。

三、试验成果与分析

(一) 对厚度不同承台上下边缘应力分析

在厚度不同承台桩基上分别加载冻结, 对要求计算的各切片进行一次正射可得到相应切片的等色线图, 如图 9 所示。由公式 (1) 可计算出不同厚度承台上、下边缘的应力分布图见图 7。

从以上应力分布图中可以看出, 三种厚度不同的承台, 均为承台对角线 4—4 方向切片受力最大, 在下边缘中部产生最大拉应力, 在上边缘桩基根部产生最大压应力, 各切片次主应力数值见下表 (1)。

表 1

承台厚度 $H_1=300\text{mm}$ 荷载 $P_1=80\text{t}$			承台厚度 $H_2=375\text{mm}$ 荷载 $P_2=115\text{t}$		承台厚度 $H_3=500\text{mm}$ 荷载 $P_3=168\text{t}$	
应 力 切 片	最大拉应力	最大压应力	最大拉应力	最大压应力	最大拉应力	最大压应力
1—1	85.2	—89.5	71.4	—76.5	62.3	—80.1
2—2	69.2	—56.8	54.6	—46.2	53.4	—31.2
3—3	55.3	—40.5	50.4	—29.2	44.5	—26.7
4—4	88.5	—95.6	79.8	—92.4	76.5	—89.0

说明: 应力单位 公斤/厘米²

最大拉应力达到 88.5 公斤/厘米², 大大超过了混凝土的抗拉强度, 因此承台底面沿 45° 方向将产生裂缝。

(二) 对厚度 $H=300\text{mm}$ 的承台各各切不同位置 I—I, II—II, III—III (见图 1, 图 2) 的应力进行计算, 其应力 σ_x 、 σ_y 、 τ_{xy} 、 σ_1 、 σ_2 的分布图见图 12, 切片 I—I 的主应力迹线见图 13。各切片应力数值见表 (2)。

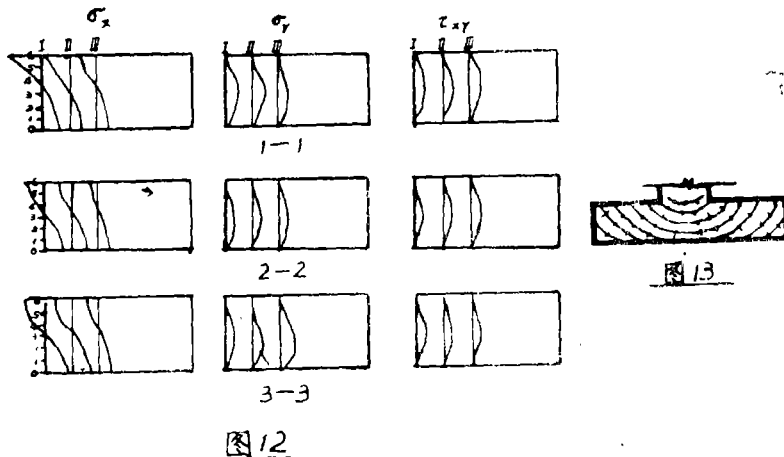


表 2

1—1 切片

点号 应力	I—I							II—II							III—III						
	0	1	2	3	4	5	6	0	1	2	3	4	5	6	0	1	2	3	4	5	6
σ_x	55	39	27	8.8	-2	-30	-77	41	28	14	1.2	-19	-29	-50	0	15	7.3	1.1	-6.3	-17	-21
σ_y	0	10.7	13.5	19	12	16	0	0	9.7	13	16	9.9	5.3	0	36.6	6.6	13	15	8.2	4.9	0
τ_{xy}	0	3.8	13	16	22.5	11	0	0	8.4	11	15	11	7.8	0	0	6.0	8.8	10	8.1	6.6	0
σ_1	55	47	37	31.5	30	27.4	0	41	33	17.7	30	19	14	0	36.6	19	19	22	14	10	0
σ_2	0	3	4.5	4.15	-20	-43	-77	0	5.8	-4	-12	-28	-38	-50	0	2.5	0.4	-6	-12	-23	-21

2—2 切片

点号 应力	I—I							II—II							III—III						
	0	1	2	3	4	5	6	0	1	2	3	4	5	6	0	1	2	3	4	5	6
σ_x	45	33	17	15	-10	-23	-34	27.6	20.6	11.3	24	-8.8	-17	-23	17	9.0	8.5	4.7	-7.2	-9.6	-15
σ_y	0	9.4	11	13	12.5	8.0	0	0	8.3	11.4	12	12.4	7.7	0	0	10	11	12	12	9.4	0
τ_{xy}	0	6.5	10	10	8.5	6.1	0	0	8.2	8.2	9.0	7.6	5.3	0	0	3.1	8.0	7.3	6.2	4.4	0
σ_1	45	39	25	24	19.3	15	0	27.6	26	14	30.3	19	14	0	17	13	18	17	18	10	0
σ_2	0	3.2	2.7	3.5	-37	-30	-34	0	2.5	-2.6	-5.7	-15	-22	-23	0	6.4	1.6	0.5	-13	-10	-15

3—3 切片

点号 应力	I—I							II—II							III—III						
	0	1	2	3	4	5	6	0	1	2	3	4	5	6	0	1	2	3	4	5	6
σ_x	39	22	14	3.6	-6.6	-19	-30	26	95	7.7	0	-7.6	18	-23	20	17	13	13.1	3.7	9.7	-16
σ_y	0	10	14	17	15	11	0	0	0	11	11.2	10	8.2	0	0	12	15	15	14	12.5	0
τ_{xy}	0	7.4	8.2	8.2	5.8	4	0	0	6.8	7.8	7.4	6.9	4.4	0	0	4.2	12	11	7.5	3.0	0
σ_1	39	27	22	23	20.3	17	0	26	20	17.7	18	16	13	0	20	20	25	24.8	20	17.1	0
σ_2	0	5.0	5.5	-2.2	-12	-25	-30	0	5.3	1.3	3.7	-13	-3.3	-23	0	8.8	1.2	-2.8	-9.4	-15	-16

说明: 应力单位 公斤/厘米²

以上资料可以看出, 各切片 σ_x 不再是直线分布, 而且在各切片内部出现 σ_y 挤压应力, 因为此时模型跨度 L 与模型厚度 H 之比 $L/H < 5$ 所致。

(三) 对1—1切片进行45°斜射, 其上、下边缘 σ_z 应力分布图见图8。从 σ_z 应力图中看出, 下边缘中部出现较大的拉应力, 其值为85.2公斤/厘米², 桩基根部压应力达到126公斤/厘米², 由于应力集中引起。

(四) 在1—1, 4—4切片中, 桩基根部与底边分别成30°, 45°, 60°不同夹角 I—I, I—I', I—I''线的应力分布是不同的由图11中看到, 与底边45°夹角的I—I'中, 在桩基根部出现切应力最大, 同样是由于剪力集中引起。

四、结 论

从三种不同厚度承台模型试验结果看出:

(一) 桩基承台主要发生弯曲破坏和剪切破坏, 其承台底部对角线中央拉应力最大, 其应力数值见表(1)。

(二) 在施加荷载区域, 由于应力集中的影响, 经试验数据分析看出, 与承台底部成 45° 方向的截面上剪应力最大, 为了防止开裂, 此处应布置足够的斜拉钢筋。

(三) 由对承台厚度 $H=300\text{mm}$, 计算跨度 $L=1100\text{mm}$ 内部应力计算结果〔见表(2)〕, 可以看出, 承台跨度与厚度之比小于四时, 若采用一般梁的计算方法, 将会引起较大误差。初步计算最大应力处, 光弹试验的结果同按一般梁近似计算的结果比较, 相差约13%左右。

以上结论仅是初步的实验结果, 欢迎批评指正。

参 考 文 献

- [1] 天津大学主编 光弹性原理及测试技术
- [2] 弗罗赫特 光测弹性力学
- [3] ALBERCHT KUSKE PHOTOELASTIC STRESS ANALYSIS

(上接128页)

截割 (X, Y) 确定实数 β 。现证明 β 满足上确界定义的两个条件, 亦即

1° 若 $x \in E$, 则 $x \leq \beta$, 事实上, 按截割 (X, Y) 的定义, E 中一切数均属于 X 。

2° 对任意的 $\varepsilon > 0$, 有 $x_0 \in E$, 适合 $x_0 > \beta - \varepsilon$, 事实上, 若不存在这种点 x_0 , 亦即 E 中一切点 x 都满足 $x \leq \beta - \varepsilon$, 那么, 由于 $\beta - \frac{\varepsilon}{2}$ 大于 $\beta - \varepsilon$, 从而大于一切的 x , 按截割 (X, Y)

的定义, $\beta - \frac{\varepsilon}{2} \in Y$, 但因 $\beta - \frac{\varepsilon}{2} < \beta$, 故 $\beta - \frac{\varepsilon}{2} \in X$, 矛盾。

最后我们应当注意到, 若仅限在有理数集上来讨论, 上述九个定理都不成立, 也就是说有理数集不是完备集。这正是把极限理论建立在完备的实数集是基础上的重要原因之一。

反映实数系连续性的等价命题多达二十几个。上述九个定理来自各个不同的书中, 但是还没有见到有哪一本书将这九个定理的等价性作一全面的论证。

参 考 文 献

- [1] Л.М.Фихтенгольц 《微积分学教程》
- [2] А.Я.Хичин 《数学分析简明教程》
- [3] 江泽坚等合编 《数学分析》
- [4] 陈传璋等编 《数学分析》1962年第二版
- [5] И.А.Фролов 《实变函数论》