钢筋混凝土单跨梁优化及设计图表

霍 达 陈 鹰 曾宪文

(土 建 系)

提 要

本文計对单跨钢筋混凝土矩形和T形架,考虑所有必要约束条件的最经济设计的数学模型推导了解析解, 建议了优化设计的实用方法。并用Basic语言编制了实用微机程序和可供设计人员很方便地进行查用的设计表 格。最后,对钢筋混凝土单跨梁的经济配筋率和经济跨高比作了初步探讨。

一、前言

钢筋混凝土梁是土建工程中广泛应用的结构构件之一。我国大部分工程设计单位仍然是用传统的设计方法即先由实际经验予估梁的断面再进行配筋计算和挠度、裂缝宽度验算。如经验算不合适则需修改断面重新设计。这种设计方法虽能保证所得设计可用,却不能保证设计的经济合理性。因此用结构优化设计的理论和方法来改善钢筋混凝土梁的传统设计方法是很有价值的课题。

已有很多文献讨论了钢筋凝混土单筋单跨梁的优化设计方法。早在1974年L。L。Friel就曾用Lagrange乘子法研究了单筋矩形截面梁^[1],1976年及1977年长尚分别研究了矩形及T形截面梁的最优设计^[2]、^[8]。1978年Adidam参照印度规范用SUMT法对普通钢筋混凝土T形梁进行了优化设计^[4]。我国有关单位[5—8等],先后以我国现行规范TJ10—74为依据对钢筋混凝土矩形和T形梁进行了详尽的研究,得出了一些有价值的结果。但是,我们感到有的文献约束条件考虑的不够全面,有的文献所得结果比较复杂而使用不方便。同时由于未编制可供设计人员方便操作的计算机程序和设计图表,因此一时难以为广大工程技术人员在设计中采用。

本文从工程设计实际出发,在比较一般的情况下,全面考虑了单筋单跨梁结构设计所必须的全部约束条件,通过合理的简化处理,建立其优化设计的数学模型并推导了最优梁高及配筋的解析解。据此提出了一种计算很简捷的实用优化设计方法。同时为方便工程设计人员,用Basic语言编制了求算矩形和T形钢筋混凝上梁最优设计的微机程序及查用方便的实 用 表格,能直接查出最优钢筋凝混土梁设计的梁高和配筋。

二、优化设计数学模型

通常,钢筋混凝土染断面是多种多样的,最常用的有矩形和T形,显然可以将矩形梁 做为T形梁的特例来处理。

1、选定设计变量和建立目标函数:

对钢筋混凝土结构来说,选用最低造价作为优化设计的目标函数是合适的。把由构造 决定和对最优设计影响不大的参数作为予定参数,则设计变量可选定为梁的有效高度h。,纵 向受力筋面积 A_g ,箍筋面积 A_g k = A_k /s。用 C_h , C_g , C_g k, C_m 分别表示单位体积混凝土、单 位体积受力纵筋、单位体积箍筋和单位面积模扳的造价,则对图 1 所示单位长度的钢筋混凝土 T形梁来说。

混凝土价格
$$f_h = C_h(b_ih_i + b(h - h_i))$$
 (1)

受力纵筋和箍筋价格 $f_g = C_g A_g + C_{gk} (2A_{gk} (b+h+\Delta-4a) + A_g'_{k} l_{k}')$

式中 Δ 为箍筋弯钩长度,一般为 $4\sim8$ cm,a=2.5cm是保护层厚度,通常取梁宽 $b=(-\frac{1}{2}-\sim\frac{1}{3.5})$ h,而且箍筋长度的小量误差对梁的总造价影响不大,故可取

2 (b+h+△-4a)≈2.6h。, 因此

$$f_g = C_g A_g + C_{gk} (2.6 A_{gk} h_o + A'_{gk} l'_k)$$
 (3)

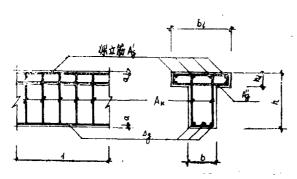


图1 单位长梁段

这里A'stl't是翼缘内构造配箍的数量,是予定参数。

模扳价格 f_m 由侧模、底模和支撑组成,则 $f_m = 2h C_m + f_D + f_L$ (4) 式中底模价 f_D 、支架价 f_z 是予定参数。

如果不计对最终结果无影响的常数项和常数因子,则由(1)、(2)、(3)可得总造价。

$$C = C_h b h_o + C_g A_g + 2 \cdot 6 C_{gk} A_{gk} h_o + 2 C_m h_o$$
 (5)

2、建立约束条件

根据我国现行钢筋混凝土设计规范TJ10-74,T形截面梁应满足:

正截面强度要求:

对第一类T形梁(R_sA_s≪R_∞b_ib_i时)

3、建立数学模型:

综合[5]~[19]即是单筋钢筋混凝土梁优化设计的数学模型,这是一个复杂的 $N_{\bullet}L_{\bullet}P_{\bullet}$ 问题。从下面三个方面入手进行简化。

等式约束(6)、(7)(或(10)、(11))以及(15)可通过联立求解出 A_s , A_{sk} 再代入目标 函 数和其他约束来消去。

可判定约束(8)、(9)(或(12)、(13))是消积约束而不予考虑。

1。
$$h_i \geqslant \sqrt{\frac{1-\gamma-\frac{b_i}{b}}{1+\gamma-\frac{b_i}{b}}}$$
 $\sqrt{\frac{2 \text{ K M}}{R_{\omega}b_i}}$ 时属第一类T形梁。

当K₁Q≥0.1R.bh。时

Find h_o, MinC₁ = Ah_o -
$$\frac{m}{n} \frac{b_i}{b_i} h_o \sqrt{1 - \frac{2 KM}{R_o b_i h_o^2}}$$
 (20)

$$s.t. \quad h_o \geqslant \frac{K_1Q}{0.3R_0b} \qquad (21)$$

$$\mathbf{h}_{o} \geqslant \left(\frac{\mathbf{h}_{o}}{1}\right) \cdot 1 \tag{22}$$

当K1Q<0.1Rabh。时

Find h₀, MinC₂ = A'h₀ +
$$\frac{m}{n} \frac{b_1}{b} h_0$$
 $\sqrt{1 - \frac{2KM}{R_0 b_1 h_0^2}}$ (23)

s.t.
$$h_{\circ} > (\frac{h_{\circ}}{1})1$$
 (24)

其中 $m = C_g/C_h$, $n = R_g/R_\omega$, $n_k = R_{gk}/R_a$, $m_k = C_{gk}/C_h$, $m_m = C_m/C_h$,

$$A = 1 + \frac{m}{n} + \frac{b_i}{b} - 0.182 + \frac{m_k}{\alpha_{kh}n_k} + \frac{2m_m}{b}; A' = 1 + \frac{m}{n} + \frac{b_i}{b} + 2m_k \mu_{kmin} + \frac{2m_m}{b},$$

$$\gamma = \frac{m}{nA}, \ \gamma' = \frac{m}{nA'}$$

$$2 \cdot h_i < \sqrt{\frac{1 - \gamma - b}{b}} / \frac{2 \cdot KM}{R_{\omega} b_i}$$

时属第二类T形梁:

当K₁Q≥0.1R_abh。时

Find
$$h_{o}$$
, $MinC_{8} = Bh_{o} - \frac{m}{n}h_{e}^{2} \sqrt{1 - \frac{2(KM - Me)}{R_{\omega}bh_{o}^{2}}}$ (25)

$$s.t. \qquad h. \geqslant \frac{K_1 Q}{0.3 R.b} \tag{26}$$

$$h_o \geqslant \left(\frac{h_o}{1}\right) 1 \tag{27}$$

当K,Q<0.1R,bh。时

Find h₀, MihC₄ = B'h₀ -
$$\frac{m}{n}$$
 h² $\sqrt{1 - \frac{(2KM - Me)}{R_{\omega}bh^{\frac{2}{3}}}}$ (28)

其中
$$b = 1 + \frac{m}{n} - 0.182$$
 $\frac{m_k}{\alpha_{kh}n_k} + \frac{2m_m}{b}$, $b' = 1 + \frac{m}{n} + 2m_k\mu_{kmin} + \frac{2m_m}{b}$ $\gamma_1 = \frac{m}{nB}$, $\gamma_1' = \frac{m}{nB'}$.

三、经济设计的解析解

前述的四个非线性规划问题(20)~(29)有个共同的特点就是设计变量少,不等式约束也少,因此可用Lagrange乘子法求出其最优设计解析解如下:

$$1. h_{i} \geqslant \frac{1 - \gamma - \frac{b_{i}}{b}}{1 + \gamma - \frac{b_{i}}{b}} \frac{2KM}{R_{\omega}b} \text{ 时属第一类T形染}$$

$$\frac{2KM}{(1 - \gamma)^{2} \frac{b_{i}^{2}}{b^{2}})R_{\omega}b_{i}}, \frac{h_{\omega}^{2}}{h^{2}} \geqslant \frac{Q^{2} b_{i}}{R_{\omega}b} \text{ by } \qquad (30)$$

$$\frac{2KM}{(1 - \gamma)^{2} \frac{b_{i}^{2}}{b^{2}})R_{\omega}b_{i}}, \frac{K_{i}Q}{0.3R_{a}b}, \frac{h_{\omega}}{h} \geqslant \frac{1}{h}$$

$$\frac{2KM}{(1 - \gamma)^{2} \frac{b_{i}^{2}}{b^{2}})R_{\omega}b_{i}}, \frac{h_{\omega}^{2}}{h} \geqslant \frac{Q^{2} b_{i}}{R_{\omega}b} \text{ by } \geqslant \frac{1}{h}$$

$$\frac{1 - \gamma - \frac{b_{i}}{b}}{h}$$

$$\frac{1 - \gamma - \frac{b_{i}}{b}}{h}$$

$$\frac{1 - \gamma - \frac{b_{i}}{b}}{h}$$

$$\frac{2KM}{R_{\omega}b} \text{ by } \text{ by } \text{ in } \text{ in$$

其中
$$Me = 0.8R_{\infty}(b_i - b)h_i(h_o - \frac{h_i}{2}) = R_g Age (h_o - \frac{h_i}{2}),$$

$$Me' = \theta_{\bullet} 8R_{\omega} bh_{i}^{2} (\frac{b_{i}}{b} - 1)(\theta_{\bullet} 4 \frac{b_{i}}{b} + \theta_{\bullet} 1), Age = \frac{\theta_{\bullet} 8R_{\omega} (b_{i} - b)h_{i}}{R_{z}},$$

$$h_{o}' = \theta_{\bullet} 8(\frac{b_{i}}{b} - 1)h_{io}$$

矩形截面是T形截面当 b_i =b时的特例,将 b_i =b代入(30)、(31)式,则Me=0,M'e=0,Age=0,h'。=0,于是可得相应最优梁高

四、实用优化设计方法

建议按以下步骤设计钢筋混凝土单筋单跨梁:

- 1、首先进行内力分析求其弯矩和剪力,可用《建筑结构静力计算手册》的相应 系数。
- 2、计算相关的必要数据
- 3、对T形梁按式(30)或31)计算最优梁高,对矩形梁按式(32)计算最优梁高。
- 4、按规范规定或习惯的模数园整最优梁高得出h。来。
- 5、计算配筋面积并选定钢筋的直径、根数和间距。

39

6、检算裂缝宽度,如不合适则重新选较小的钢筋直径。

由于优化前是不知道梁高的,应按〔9〕的方法来予估自重荷载,当其与最后设计结果相差悬殊时,需用准确的自重代入后重新计算和设计。

例: 一钢筋混凝土矩形简支梁,梁跨l=5.56米,原设计方案断面尺寸为 25×50^{cm} ,相应配筋为6 \pm 16(双排), ϕ 8@150的双肢箍, 200^* 混凝土,荷载为 2.8^t / m ,试设计其最优梁高和配筋。

根据河南省予算价格, $C_h \approx 67$ 元/ m^{3} ; $C_g \approx 5540$ 元/ m^{3} ; $C_{gk} = 5410$ 元/ m^{3} ; $C_m \approx 9$ 元/ m^{2} 。

弯矩 $M=10.82^{1-m}$,剪力 $Q=7.8^{t}$ 。 园整后的最优梁高h=45cm,Ag=12.6cm , 选 用 5 $\underline{\phi}18$ (单排),箍筋 ϕ 6@200(双肢)。

最优设计比原设计造价降低了6.7%,但原设计毫无原因地多设置了纵筋和箍筋,否则 最优设计比原设计降低造价2.4%。如果梁截面选用250×400,则一方面挠度要求难以满 足,另一方面造价也是最优设计造价的100.5%。所以说,虽然在推导解析解(30)~(32)时作了一些近似处理,但所得的近似最经济设计常常就是真正的最经济设计。

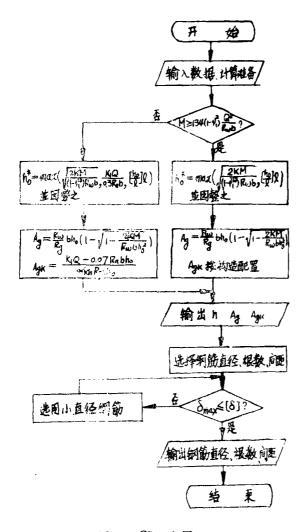


图 2 RCBOD框图

至于挠度、裂缝宽度验算与普通 混凝 土梁的计算完全一样。完全可利用 相应公 式和图表。

五、微机程序RCBOD和

RTBOD介绍

为了方便工程设计人员使用,我们用Basic语言编制了单筋单跨钢筋混凝土矩形(T形)梁的优化设计程序RCBOD(RTBOD)并在微机Mc68000上调试通过。它们的框图分别示于图 2 和图 3 所示。

本程序适用于材料使用150°、200°、250°、300°混凝土, I 级和 I 级钢材的单筋单跨矩形及T形钢筋混凝土梁。操作简便易学,关键步骤都有英文 提 示,而且具有自选钢筋直径、根数 的 功 能。只要稍加熟悉即使完全不懂结构优化设 计的用户也能熟练地使用。

该程序的运算过程大致如下:一开始,经CRT提示用键盘输入诸如钢筋种类、混凝土标号、单方造价、梁跨、梁宽(包括翼宽、翼厚)及梁所承受的弯矩等原始数据,计算机自动选定最优梁高并在CRT上显示配筋量和钢筋根数和直

径的参考选择。再由操作者同意,或由计算机自定或用键盘输入最终选择后,计算机进行**裂 缝验**算和输出最终设计结果。

虽然此程序是在Mc68000上调试的,但完全可以方便地移植到其 他 机 种 或 袖 珍 机 PC-1500等上运行。

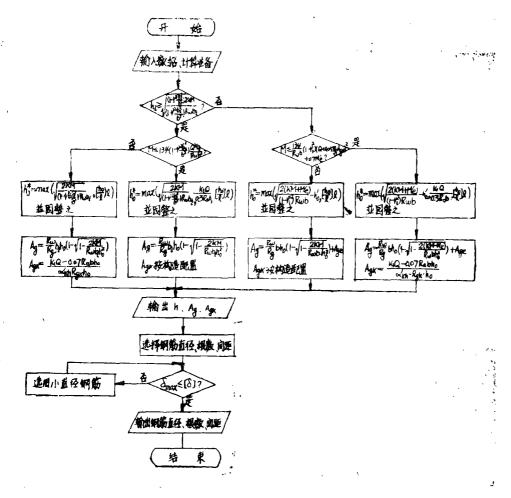


图 3 RTBOD框图

六、实用设计图表及使用说明

根据河南地区材料予算价格,我们编制了弯矩最优梁高配筋表、剪力最优梁高配筋表 和 跨度最优梁高配筋表供设计者查用,表 1 和表 4 给出了这种图表的示例,其查用方法如下:

(一)矩形梁优化设计表——表 1

- 1、根据梁宽b、混凝土标号R、钢号Rg以及M、Q等查弯矩最优梁高配筋表。 如果 Q $\leq Q_{min}/K_1$,则从表中可查出相应的H。, A_{K} ,并按构造配箍筋 $A_{g}k$ 。
- 2、如果 Q_{min}/k_1 <Q< Q_{mex}/k_1 ,则从弯矩最优梁高配筋表查出对应的 H_o 、 A g, 并按箍筋计算方法或查相应表格查出A g k。

- 3、如果 $Q>Q_{max}/k_1$,则转查剪力最优梁高配筋表得出相应的h。值并按箍筋抗剪能力表或相应公式求出相应Agk,并按梁弯矩配筋公式或图表求出相应的Ag。
- 4、检查高跨比,在不满足要求时,由跨度最优梁高选用表查出h。然后用普通钢筋混凝土梁的计算方法求Ag、Agk。

如对前述例题,使用表 1。因 $M = 10.82^{1-m}$, $Q = 7.8^t$,查第六行得最优梁高 为 45^{cm} ,配 筋量Ag = 12.593cm²,且 $Q_{min} = 7.363 < 7.8 < Q_{max} = 22.08$, $\alpha_{kh} = 2$,Agk查一般钢筋 混 凝 土设计手册的箍筋配筋表选用 ϕ 6@200,结果同前。

表 1 钢筋混凝土矩形梁弯矩最优梁高及配筋表

B = 25	R = 200	Rg = 3400		Rgk = 2400	
M (t-m)	H (cm)	Ag (cm²) Q _{mi}	(t) Q	mex (t)
 7.92	35	12.934	5.589	16.76	
8.27	40	10.917	6.476	19.52	
8.62	40	11.479	6.476	19.42	
8.97	40	12.054	6.476	19.42	
9.32	40	12.642	6-476	19.42	
9.82	40	13.5 07	6.476	19.42	
10.32	40	14.404	6.476	19,42	
10.82	45	12.593	7,363	22.08	
11.32	45	13.304	7.363	22.08	
11.82	45	14.034	7.363	22.08	
12.32	45	14.783	7.363	22.08	
12.82	4 5	15.552	7.363	22.08	•
13.32	45	16.343	7.363	22.08	
13. 82	50	14.407	8. 2 51	24.75	$(\rho, N) = s_{\mu} = \epsilon$
14.32	50	15.046	8.251	24.75	
15.12	50	16.096	8.251	24.7	
15.9 2	50	17.182	8.251	24.75	
16.72	50	18.308	8.251	24.75	,
 17.52	55	16.611	9.137	27.41	
18.32	55	17. 5 55	9.137	27.41	
19.12	55	18.524	9.137	27. 41	
19.92	55	19.522	9,137	27.41	
20.72	60	17.836	10.02	30,06	•
21.52	60	18.686	10.02	30.06	
22,32	60	19.554	10.02	30.06	* 4

续表 1								
23.62	60	21.009	10.02	30,06				
24.92	65	19.773	10.91	32.73				
26.22	65	21.058	10.91	32.73				
27.52	65	22,383	10.91	32.73				
28.82	70	21.097	11.79	35.36				
30,12	70	22.27 5	11.79	35.36				
31.42	70	23,484	11.79	35,36				
32.72	70	24.726	11.79	35,36				
34.02	75	23,271	12.68	38.04				
35.32	7 5	24.378	12.68	38.04				
37.32	75	26.132	11.68	38.04				
39,32	80	2 5, 195	13.57	40.71				
41,32	80	26.802	13.57	40.71				
43.32	80	28.461	13.57	40.71				
45,32	85	27.358	14.46	43,38				
47.32	85	28.878	14.46	43,38				
49,32	85	30.441	14.46	43,38				
51.32	90	29.227	15.34	46.02				
53,32	90	30.661	15.34	46.02				
55.32	90	32.132	15,34	46.02				

(二)矩形梁优化设计图——图 4

也可绘制成图 4 所示的图表以备优化设计时查用。使用的方法是根据弯矩值沿水平画 线 遇到相应梁宽的实线(图中实线针对剪力较大需按计算配箍的梁,虚线针对构造配箍的梁)处垂直向下或上查出最优梁高。再于该列内该梁宽行中画出 Q_{min} (分子)和 Q_{mex} (分母)。如果 $K_1Q < Q_{min}$ 重查相应虚线。如果 $K_1Q > Q_{mex}$ 按剪力控制查最优梁高。最后根据 所得梁高按一般钢筋混凝土结构设计手册查表计算 A_g 和 A_g k。

同样,对前面所述例题,在 $M=10.82^{1-m}$ 处画水平线交b=25的实线 于A点,从竖列可查知最优梁高,且从该列中b=25行中查知 $11.41<1.55\times7.8<34.24$ 。最后用普通钢筋混凝土设计图表查出Ag=12.59cm²,箍筋配 $\phi6$ @200,与前面的结果一致。

(三)T形梁设计图表

具体查用方法与矩形梁设计图表相似,就不再赘述了。

七、结束语

使用微机程序RCBOD和RTBOD并参考河南省建筑工程予算价格,我们进行了大量 计算,其结果归纳成如下建议供设计者参考。

霍达等:

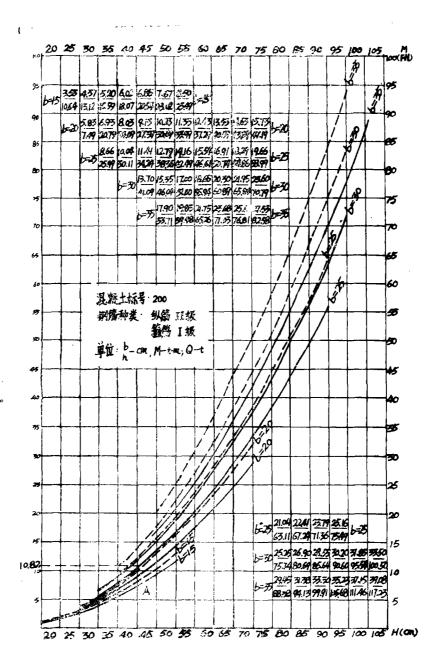


图 4 钢筋混凝土矩形梁优化设计图表

- 1、梁的经济配筋率仅与混凝土标号和钢筋钢号有关,而且与剪力Q的大小有关。
- 当Q≤Qmin时需按构造配箍筋,此时梁的经济配筋率约为1.1%~1.4%。
- 当 $Q>Q_{min}$ 时需按计算配箍筋,此时梁的经济配筋率约为 $0.6\%\sim0.8\%$ 。
- 2、梁的经济跨高比不仅与荷载有关,而且与钢筋钢号和凝混土标号有关。混凝土标号 的影响要比钢号的影响大得多。

建议当Q \leq Q_{min}时,如采用 I 级钢做纵向受力筋,经济跨高比取15 \sim 17; 如采用 I 级钢为 纵向受力筋,经济跨高比取12 \sim 16。当Q>Q_{min}时,梁的经济跨高比取16 \sim 17。

3、计算经验表明,就我院原有的设计水平,采用本文提出的优化设计法,梁的造价约 下降5%左右。这说明采用优化技术的现代设计法将具有巨大的经济效益。

限于作者理论水平和实际设计经验,不妥之处敬请赐教。同时在此对任军员、张宝善、 黄振国、张省吾各位老师的有益讨论和支持帮助表示谢意。

参考文献

- [1] L.L.Friel: "Optimum Singly reinforced concrete Section" Journal of A.C.I.Vol.71 No.11 Nov.1974.
- [2] 长尚: "钢筋混凝土矩形梁的优化设计"土术学会研究论文报告集 No.197, 1976,
- [3] 长尚: "钢筋混凝土T形梁的优化设计"土木学会研究论文报告集 No.258, 1977-2.
- (4) S.R.Adidam; N.G.R.Iyengar Z.G.V. Narayanan: "Optimum design of T-beam and grid floors "Journal of Structural Engineering, Vol.6, No.3, Oct. 1978.
- [5] 锻炼、王文长: "钢筋混凝土矩形及T形架的最优设计"《太原工学院专题资料65》 1980年12月
- [6] 钢筋混凝土结构教研室优化科研小组:《钢筋混凝土结构优化设计文集》西安冶金建筑学院科研处 1980年12月。
- [7] 沈德植: "钢筋混凝土矩形截面梁的最优设计"辽宁建筑工程学院 1980年10月
- [8] 姚海澄: "钢筋混凝土梁板结构最优化设计"《建筑技术通讯——建筑结构》 1983年第4期。
- [9] 蒋大骅: "钢筋混聚土受弯构件的允许跨高比"《建筑技术通讯——建筑结构》 1985年第1期。

(上接32页)

五、结 论

通过以上对挑梁稳定性可靠度水平的分析表明:

- 1、原设计方法的抗倾复荷载、倾复点位置取值不合理,特别是抗倾复 荷载取值偏 小,十分保守,设计不经济,计算模式不合理。
 - 2、以试验研究为基础提出的新设计方法,即合理又可靠。
- 3、由于挑梁下砌体局压计算方法未有足够试验数据,未进行可靠度分析。整个挑梁结构的可靠性问题还有待进一步研究。

参考文献

- [1] "砖石结构规范组"钱义良等 无筋砌体结构抗力不定性和结构可靠度校准
- [2] "砖石规范"管理组钱义良等 砌体强度的变异和抗力分项系数
- [3] "建筑结构设计统一标准" (草案) 1983 北京
 - [4] 哈尔滨建筑工程学院唐岱新等: 砖砌体局部受压可靠度水平的校准分析