

光弹法测定混合型裂纹应力强度因子 $K_I K_{II}$

韩连元 蒋克 张树林

(力学教研室)

提 要

用等色线条纹来测定不对称三点弯曲裂纹的混合型应力强度因子。利用在同一条件下的实验结果,就其中一种裂纹的应力强度因子与理论解比较,其误差不大,精确度能满足工程要求,从而推论这组中其它裂纹的试验精度也能满足工程上的要求。其次对实验中的技术性问题作了介绍。

一、概 述

应力强度因子是断裂力学中的一个重要参量。虽然线弹性断裂力学的发展已较成熟,但也只有少数典型的问题能通过复变函数方法获得 K_I 、 K_{II} 、 K_{III} 的精确解析解。在实际工程中,由于裂纹体和它的缺陷(裂纹)的几何形状以及边界条件的复杂性,要在理论上确定应力强度因子是很困难的,有时甚至是不可能的。为此常用数字计算方法和实验方法来解决此问题。但对边界条件复杂的裂纹用数字计算也相当繁琐,而用实验方法,特别是光弹性法比较简便,故发展光弹性法显得更为必要。

用光弹法研究裂纹端部的应力场,早在五十年代已经开始,至今已能用光弹法确定应力强度因子 K ,并在有效测试范围及影响因素等方面的探索中,提出了较为精确的计算式及可靠的依据。

作者对 K_I 通过各种方法的测定比较,推荐用双向径法来计算 K_I 更好。它计算简便,结果较稳定,误差较小,可满足工程要求。(详见郑州工学院力学教研室断裂组实验报告)

从国内资料看,对 K_I 的测定较成熟,而对于混合型的研究则较少,且多是属于验证光弹性方法的可靠性及各种因素的影响上,因而总是采用有理论解的试样进行测定。

我们的试验是采用一组不对称三点弯曲试样,在相同条件下,先测定出三点弯曲试样(对称)的 K_I 值,与理论解比较后,满足一定的精度,进而测定不对称的试样。由于试验条件的一致性,可以认为它能够满足一定的精确度,然后从这一组测定值的总趋势进一步探讨了它的可靠性。

二、基 本 理 论

在二维受力状态下,裂纹尖端的应力分量:

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \left\{ K_I \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin^2 \frac{\theta}{2} \cdot \sin^2 \frac{3\theta}{2} \right) - K_{II} \sin \frac{\theta}{2} \left(2 + \cos^2 \frac{\theta}{2} \cos^2 \frac{3\theta}{2} \right) \right\} \sigma_1 \\ \sigma_y &= \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \left\{ K_I \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin^2 \frac{\theta}{2} \sin^2 \frac{3\theta}{2} \right) + K_{II} \sin \frac{\theta}{2} \cos^2 \frac{\theta}{2} \cos^2 \frac{3\theta}{2} \right\} \quad (1)\end{aligned}$$

$$\tau_{xy} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \left(K_I \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} + K_{II} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \right) \quad (1)$$

式中 σ_0 是与远场应力有关的应力场非奇异项。

在直角坐标中, 最大剪应力和其它各应力分量之间的关系是:

$$\tau_m^2 = \frac{1}{4} \left[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (2\tau_{xy})^2 \right] \quad (2)$$

又由光弹性理论中应力光学定理知:

$$2\tau_m = \frac{mf_0}{h} \quad (3)$$

上式中 f_0 为材料的条纹值, h 为试件厚度, m 为测点的等差线条纹级数,

将方程(1)和(3)代入(2)式得

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2\pi r} \left[(K_I \sin \theta + 2K_{II} \cos \theta)^2 + (K_{II} \sin \theta)^2 \right] + \frac{2\sigma_0}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} [K_I \sin \theta (1 + 2\cos \theta) \\ & + K_{II} (1 + 2\cos^2 \theta + \cos \theta)] + \sigma_0^2 \\ & = \left(\frac{mf_0}{h} \right)^2 \end{aligned} \quad (4)$$

对混合型裂纹我们采用两点进行测定:

由于裂纹尖端的曲率、塑性等因素的影响, 紧靠裂纹尖端处的等色线图案容易失真, 以致裂纹尖端附近处的等色线图案不能用来测定应力强度因子。另一方面, 常用的 $K-m$ 关系式是由裂纹尖端奇异应力场确定的, 它只能用于靠近裂纹尖端的地方, 为解决此矛盾可采用测定等差线远场点($r/a \geq 1.5$)的 r 、 θ 、 m 值, 采用裂纹尖端附近的非奇异近似应力公式来建立新的 $k-m$ 关系式, 最后用远场点的 r 、 θ 、 m 的测定值与新的 $k-m$ 关系式计算 K_I 和 K_{II} 的实验值。

如图1所示, 在等差线图案上测定 $C(r_c, \theta_c)$ 和 $D(r_D, \theta_D)$, 将 C 、 D 两点的极坐标 r 、 θ 值和对应的 m 值代入(4)式得到 K_I 、 K_{II} 的计算公式为:

$$\left. \begin{aligned} K_I &= \left\{ \frac{A_2 + \sqrt{A_2^2 - 4A_1 A_3}}{2} \right\}^{1/2} \\ K_{II} &= \frac{A_3}{K_I} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中:

$$A_1 = \frac{4 - 3\sin 2\theta_c}{\sin^2 \theta_c}$$

$$A_2 = \frac{a_1}{2\sin^2 \theta_c}$$

$$A_3 = \frac{b_1}{4\sin 2\theta_c}$$

$$a_1 = 2\pi \frac{f_0^2}{h^2} (r_c m_c^2 + r_D m_D^2)$$

$$b_1 = 2\pi \frac{f_0^2}{h^2} (r_c m_c^2 - r_D m_D^2)$$

f_0 为材料的条纹值, h 为试件的厚度, m 为条纹级数。

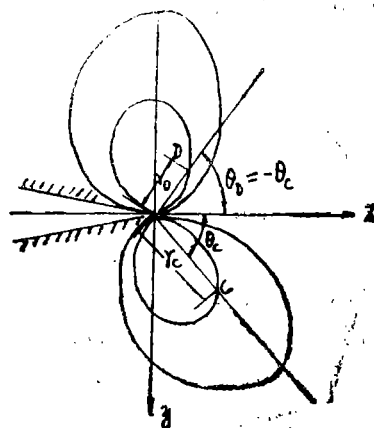


图 1

若如图2所示, 在等差线图案上选取两点 $C(r_C, \theta_C)$ 和 $D(r_D, -\frac{\pi}{2} - \theta_C)$, 将 C 、 D 两点的极坐标 (r, θ) 和对应的条纹级数 m 代入(4)式得到两个方程, 解之求得 K_I 和 K_{II} 的计算公式为:

$$\left. \begin{aligned} K_I &= \sqrt{3K_{II}^2 - A} \\ K_{II} &= \left\{ \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \right\}^{1/2} \end{aligned} \right\} (6)$$

式中

$$A_1 = \frac{b_1}{\cos^2 \theta_C}$$

$$A_2 = \frac{1}{8} (a_1 + \frac{b_1}{\cos^2 \theta_C})$$

$$A_3 = \frac{1}{2} \sin 2\theta_C$$

$$A = 1 - 3A_3^2$$

$$B = A_1 A_3^2 - 2A_2$$

$$C = A_2^2$$

$$a_1 = 2\pi \frac{f_0^2}{h^2} (r_C m_C^2 + r_D m_D^2)$$

$$b_1 = 2\pi \frac{f_0^2}{h^2} (r_C m_C^2 - r_D m_D^2)$$

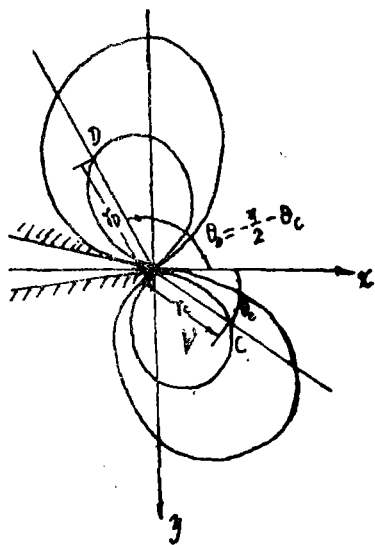


图2

三、实验方法

1. 试样:

对图3所示的边裂纹不对称三点弯曲梁试样, 我们分别对 $S_1/S_2 = 0, \frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \frac{3}{6}, \frac{4}{6}, \frac{5}{6}$ 六种情况进行了光弹性实验测定, 显然在一般情况下, 裂纹尖端处既有正应力, 又有剪应力, 是I-II混合型裂纹, 它具有实际的工程意义, 且未能见到它们的理论解。

2. 模型的浇制:

本实验曾采用二种方法, 其一是二次固化法。这是常用的方法, 它比较成熟, 但所用时间较长。为了减少制作时间, 我们试用室温一次固化法进行了试验, 其浇制方法综述如下:

所用材料的重量比是: 618环氧树脂: 邻苯二甲酸二丁脂: 三乙烯四胺 = 100 : 5 : 10。把称量好的二丁脂加入预先称量好的环氧树脂中, 搅拌至均匀(一般4—6分钟), 然后放入烘箱升温至80℃时再恒温40分钟至1小时后取出, 在室温下冷却至37℃左右时, 沿器壁加入预先称好的三乙烯四胺, 立即进行搅拌, 注意搅拌时速度要适中, 不能太快, 要沿着一个方向进行, 搅拌用的玻璃棒不要脱离液表面, 以避免产生气泡。约至13分钟左右可达均匀, 此

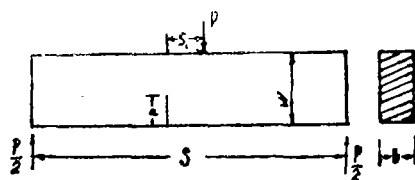


图3 材料: 环氧树脂: $W=36\text{mm}$ $B=8.5\text{mm}$
 $a/w=0.4$ $s/w=4$ $P=22.89\text{kg}$ $f=1.635\text{kg/mm}$

时温度也升至45℃左右。(这是由于环氧树脂与三乙烯四胺发生化学反应并放出热量的缘故)这时停止搅拌,待温度继续升高至54℃时,立即浇入予先调平的敞式模具中,经24小时固化后,便可取出使用。这里应特别注意搅拌时间和搅拌温度的关系,一般来说室温对其有较大影响,搅拌时间太长,温度过高,如超过50℃再浇,则固化太快,造成板的厚度不均匀。搅拌时间过短,温度过低时就浇,又难以固化,而且搅拌不均匀,材料没有充分反应,也影响材料的光学性质。在使用前由于制造中的种种原因,如温度效应,时间边缘效应,在裂纹尖端会有初应力,所以要进行退火。

3. 裂纹的制作:

我们限于条件主要采用机械切割法,对小钢丝锯条进行磨削加工,使其厚度小于0.15mm,另外再用一些附加装置,锯出窄缝。为避免发热产生初应力,可不断用水冲洗或在油中加工。这样得到的裂缝,虽然不是自然裂纹,但很多资料已经证明它代替自然裂纹是允许的,我们认为这种方法简便易行。

此外我们还对人工予埋裂纹法进行了尝试,这种方法的优点是:可以作成中心任意形状的裂纹,但制作技术有待进一步探究。

4. 拍摄等色线条纹图

试验在408光弹仪上进行,用汞光加滤色镜拍得暗场的等色线条纹图。为使裂纹尖端处的条纹清晰,采用小光圈(光圈为22),曝光时间为75秒左右,其底片显影6分钟后再定影,图形清晰,如果在拍摄之前,用275#硅油擦洗试件,使得试件光洁度和透明度提高很多,则条纹可更为清晰。

由于本实验需要测取裂纹尖端处多种角度上的等色线条纹距裂纹尖端的向径 r 值,而在裂纹尖端处的条纹较密集,且 r 较小,故我们利用放大10倍的投影仪进行测量。

5. 数据的测定

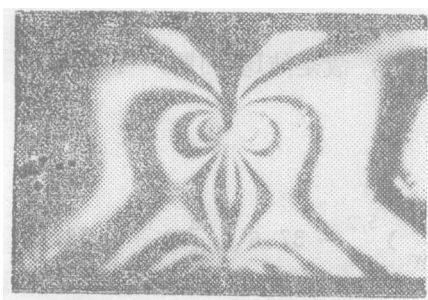
用(5)或(6)式进行计算时,每测取一组数据,便得到 K_I 、 K_{II} 两个值。为了提高精确度,我们共测取了四组数据,然后将其结果进行总的平均做为最后结果。从表可见,如果只测取一组数据进行计算,所得结果有跳跃性,不能说明问题。若把两组或四组平均则可弥补其不足。

另外应该注意,按图1方法求 K_I 、 K_{II} 时, θ_c 不能取得过大或过小。过大会造成在测量向径 r 时的误差较大,而太小则会造成计算时的误差较大,我们认为取 $30^\circ \leq \theta_c \leq 75^\circ$ 较为合适。

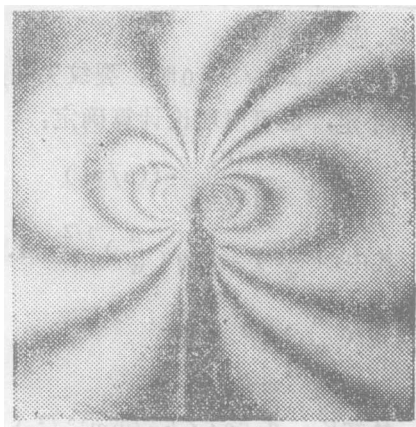
四、实验结果及讨论分析

1. 实验结果及照片

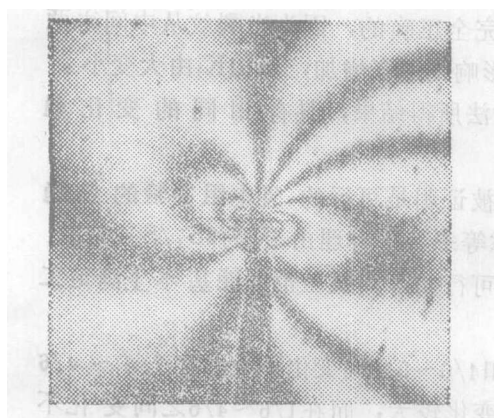
$2S_1/S$	θ_c	θ_D	r_c (mm)	m_c	r_D (mm)	m_D	KI	K_{π}	K_{Im}	K_{nm}
0	90°	120°	3.87	4	2.68	4	3.84	0	3.920	0
	70°	-70°	3.924	4	3.924	4	4.01	0		
1/6	40°	-40°	2.289	4	1.254	4	3.949	0.249	3.828	0.217
	70°	-70°	3.543	4	3.085	4	3.738	0.149		
	45°	-45°	2.365	3	4.838	3	3.808	0.340		
	60°	-60°	4.73	3	5.59	3	3.813	0.138		
2/6	40°	-40°	3.379	3	1.417	3	2.913	0.503	2.946	0.354
	70°	-70°	3.924	3	2.834	3	2.816	0.265		
	45°	-45°	3.706	3	1.199	3	3.053	0.429		
	60°	-60°	3.815	3	2.725	3	2.999	0.219		
3/6	65°	-65°	4.601	2	2.14	2	1.801	0.637	1.859	0.434
	70°	-70°	4.494	2	2.568	2	1.882	0.314		
	45°	-45°	1.744	3	0.218	3	1.75	0.455		
	60°	-60°	2.071	3	0.981	3	1.999	0.329		
4/6	63°	-63°	2.725	2	1.09	2	1.174	0.659	0.243	0.461
	65°	-65°	2.289	2	0.981	2	1.261	0.377		
	45°	-45°	2.489	2	0.227	2	1.313	0.399		
	60°	-60°	2.38	2	0.672	2	1.22	0.404		
5/6	30°	-(30°+90°)	1.177	2	0.749	2	1.14	0.84	1.074	0.786
	40°	-(40°+90°)	1.370	2	0.803	2	1.03	0.76		
	45°	-(45°+90°)	1.199	2	0.818	2	0.710	0.636		
	35°	-(35°+90°)	1.09	2	0.709	2	1.415	0.908		



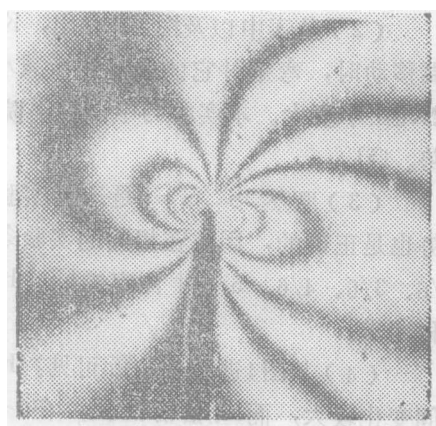
$$S_1/S_2=0$$



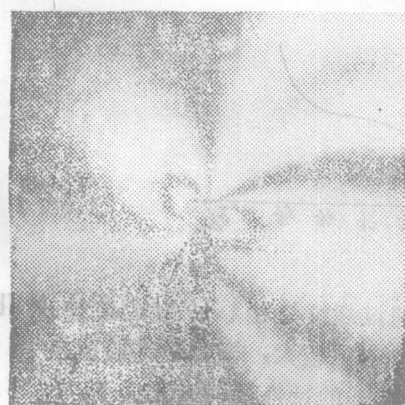
$$S_1/S_2=\frac{1}{6}$$



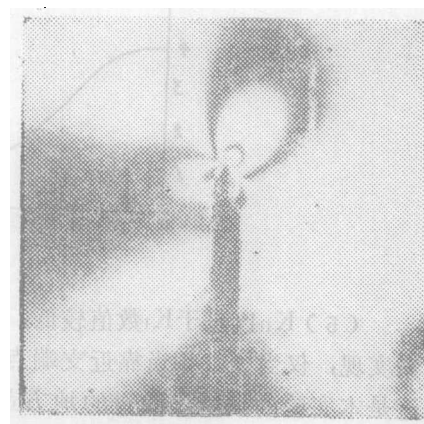
$$S_1/S_2=\frac{2}{6}$$



$$S_1/S_2=\frac{3}{6}$$



$$S_1/S_2=\frac{4}{6}$$



$$S_1/S_2=\frac{5}{6}$$

2. 成果分析:

(1) 当 $2S_1/S = 0$ 时, 裂纹尖端只有正应力, 而无剪应力, 故是纯I型问题, 可用双向径法测定, 也可用理论计算确定:

$$K_I = \frac{PS}{BW^{3/2}} \cdot f(a/w)$$

$$\text{其中 } f\left(\frac{a}{w}\right) = 2.9\left(\frac{a}{w}\right)^{1/2} - 4.6\left(\frac{a}{w}\right)^{3/2} + 21.8\left(\frac{a}{w}\right)^{5/2} - 37.6\left(\frac{a}{w}\right)^{7/2} + 38.7$$

$$X\left(\frac{a}{w}\right)^{9/2}$$

参见〔2〕

$$\text{其解 } K_I = 3.564 \text{ (kg/mm}^{3/2}\text{)}$$

又用双向径法所测定的解为 $K_I = 3.84 \text{ (kg/mm}^{3/2}\text{)}$ 其误差为 7.7%, 满足工程要求, 若将其再与用两点法的平均结果相比较其误差为 9.9% 也能满足工程要求。

(2) 从表中以及图3中看出, K_I 、 K_{II} 的总趋势是完全正确的, 因为当裂纹从中间往两端移动时, 弯矩对它的影响逐渐减小, 而支端的剪切影响则逐渐增加, 所以 K_I 由大变小, $2K_{II}$ 由小变大。本实验与中国科学院力学所用机械的方法所得结果, 具有相同的变化趋势。〔5〕

(3) 既然 $2S_1/S = 0$ 是这组实验中的一种位置, K_I 被证明是可行的, 且本组实验的总趋势也是正确的, 因此在相同的实验条件下 (加力、支撑等条件) 有理由认为 $2S_1/S = 1/6$ 、 $1/6$ 、 $3/6$ 、 $4/6$ 、 $5/6$ 时测定的 K_I 、 K_{II} 混和型因子也是可行的, 其误差范围能基本上满足工程要求。

(4) 从图4进一步分析可见: K_I 在两端即 $0 \sim 1/6$ 和 $4/6 \sim 5/6$ 间变化不大, 在 $1/6 \sim 4/6$ 间变化较大, 而 K_{II} 恰恰相反, 在 $0 \sim 1/6$ 和 $4/6 \sim 5/6$ 间变化较大, 而在 $1/6 \sim 4/6$ 之间变化不大。

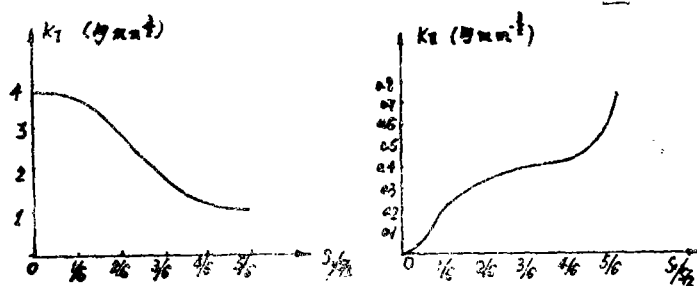


图 4

(5) K_{II} 比之于 K_I 数值较低, K_{II}/K_I 比值的改变主要通过裂纹位置移动时 K_I 值的变化来实现, 仅当裂纹相当靠近支端点, 而 K_I 很小时, K_{II}/K_I 的值才较大, 但此时实验值较小, 这是本实验的缺点, 改进的地方应当是设计出一种能得较大 K_{II} 的试件和装置。

为避免试件在加载时进入屈服阶段, 试件的 S/W 不能太大。

本实验得到郑州工学院光弹室以及材力馆老师的帮助和指导, 在此深表谢意。

参 考 文 献

- (1) 断裂力学基础 郑州工学院基础部力学教研室
- (2) 断裂力学 李灏等编 P108
- (3) 断裂力学毕业设计资料 郑州工学院断裂组编
- (4) 二维光弹性测定应力强度因子的三向径法及双向径法 清华大学基础部断裂组
- (5) (力学学报) 1976年 第三期 P172.
- (6) R.J. Sanford and J.W Dally. A General Method for Determining Mixed-mode stress-intensity Factors Engng Fract.Mech Vol 11 621—633, 1979.