

# 平面内直线位置的规律性

孙伯鲁

(机械系)

## 提 要

本文从方位定量和走向定性的角度完善了描述空间直线和平面的方法;在着重总结了平面非迹表达法投影特点的基础上,利用图示、图解、解析等手段,通过对平面的微观分析,找出了平面内直线的空间位置所遵循的规律,为在新的基础上认识平面、平面与直线的关系提供理论依据。

## 一、直线、平面的给定

唯一确定直线、平面的空间位置,需要用方位定量,走向定性。

1.方位:指它们相对投影系的方向和位置。方向常用直线、平面对投影系的倾角( $\alpha$ 、 $\beta$ ,  $\alpha$ 面、 $\beta$ 面)表示;位置常用一个定点(平面也可用两个定点)限定。给定方位,可以确定有限个(最多四个)具体平面和直线。

2.走向:指它们相对投影系的行走方向,在空间共有四个走向(规定见三)。给定走向,只可以确定具有某些共同特点的直线、平面群。

本文着重讨论定性的走向问题。

由于面内线涉及到平面及直线两个几何元素,需要对它们的表达方法及特点作一分析。

## 二、平面的表达体系及特点

表示平面存在的方法很多,基本上分为两个体系,即迹线法和非迹线法。各自有其特点。从60年代起,我国自迹线体系转为非迹体系,由于后者的投影图缺乏直观性,对画法几何体系带来不小影响。

现举常见的三种表示法,分析如下:

1.迹线法:图1(甲)

如果只计第一卦角,则迹线表示法可看作是平面在投影面上的投影,迹线为其边界。平面的空间位置不同,迹线的配置情况也不相同,但有投影特点,有直观性。很容易用投影图实现平面预定的走向。详见表1。

以各迹线与对应投影轴夹角的对比关系,还可定性地判断平面与各投影面间夹角的对比关系,如图1(甲)中 $P_V$ 与 $ox$ 轴夹角 $\alpha$ 正大于 $P_H$ 与 $ox$ 轴夹角 $\beta$ ;因为在 $P$ 、 $V$ 、 $H$ 所形成的三面角中, $P_V$ 与 $ox$ ,  $P_H$ 与 $ox$ 及 $P_V$ 与 $P_H$ 构成三个平面角,由三面角中大平面角对大两面角的几何关系可判定: $P$ 与 $H$ 间之夹角 $\alpha$ 面大于 $P$ 与 $V$ 间之夹角 $\beta$ 面。至于各夹角本身的大小,

本文1983年11月20日收到

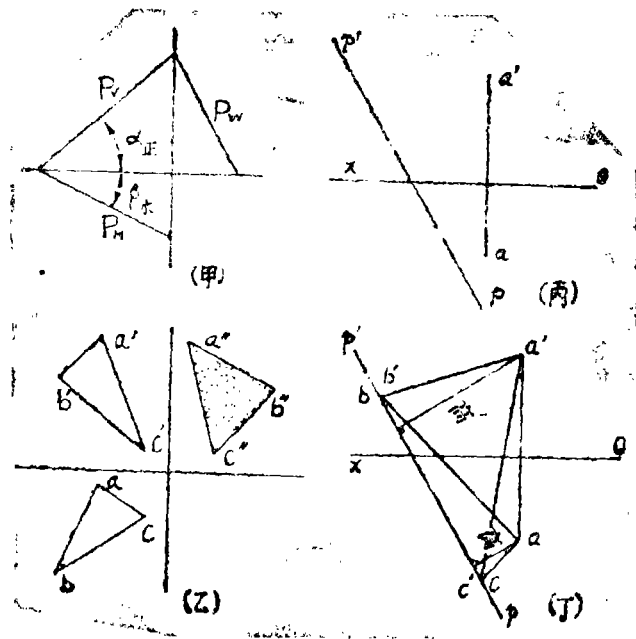


图1 平面的表示法

需要图解才可定量。

原来画法几何体系主要使用迹线表示平面。

## 2. 非迹线——几何元素法：图1(乙)

主要表示平面上悬浮于投影体系中的三个点，以显示平面的存在。

以悬空点表示平面走向，直观性差，不易由投影直观判定平面与投影系的相对位置关系。

若将表示平面的三角形看作是有向的，则平面的走向不同，各投影间或同向、或异向对应，且与平面的空间走向有固定的对应关系，详见表1、2。

平面没有厚度，但有正、反侧。表示平面同侧的两投影，具有相同的可见性；表示平面异侧的两投影，具有相反的可见性。

具有同向对应的两投影，表示了平面的同侧，因而具有相同的可见性，称此两投影有三同性，如图1(乙)中的 $\triangle a'b'c'$ 和 $\triangle abc$ ；反之，异向对应，表示了平面的不同侧，具有相反可见性的两投影间有三异性，如 $\triangle a'b'c'$ 与 $\triangle a''b''c''$ （涂点示反侧）。

## 3. 亲似对应法：图1(丙)

平面的V、H影间是亲似的，可用亲似轴 $pp'$ （平面与偶分角面交线之投影）及一对对应点（A的两投影）表示它的存在。因轴是平面上的一条特殊直线（V、H影重合），故它也属非迹表示法范畴。

平面走向不同，其亲似轴的位置、对应点与轴的配置关系也不相同，且有一定的对应关系，详见表1。它具有较强的直观显示走向的能力。

由对应点与亲似轴间距离的对比关系，可直观定性判断出平面与各投影面（V、H）间夹角的对比关系，如图1(丁)中，将亲似轴与对应点改造为一对对应 $\triangle a'b'c'$ ， $\triangle abc$ ，因 $b'c' \equiv bc$ ，故由各三角形对 $b'c' \equiv bc$ 的高可判定何者面积大。而，

$$\therefore \text{面积} \triangle abc = \triangle ABC \cdot \cos \alpha_{\text{面}} = \text{高} \cdot bc$$

$$\triangle a'b'c' = \triangle ABC \cdot \cos \beta_{\text{面}} = \text{高}' \cdot bc$$

$$\therefore \frac{\cos \alpha_{\text{面}}}{\cos \beta_{\text{面}}} = \frac{\text{高}}{\text{高}'} \quad (\text{对比关系})$$

是为距离对比与平面倾角余弦对比的关系。

### 三、平面走向的分类

平面相对投影系的走向规定如下:

1. 观察者站立于H面上;

2. 观察者面对V、W面;

当平面的走向是远离观察者逐渐上升时, 称平面相对V、W为上行位;

反之, 当平面的走向是远离观察者逐渐下降时, 称平面相对V、W为下行位。

3. 将相对V面为上行位的平面定名为上行面; 相对V面为下行位的平面定名为下行面。

4. 若相对W面的走向与相对V面的走向一致时, 叫做完全型; 不一致时, 叫做不完全型

平面空间走向的分类:

1. 同时相对于V、W为上行位者, 叫完全型上行面, 如图2中的 $P_U$ ;

2. 同时相对于V、W为下行位者, 叫完全型下行面, 如图2中的 $P_D$ ;

3. 相对于V为上行位, 而相对于W为下行位者, 叫不完全型上行面, 如图2中的 $P_{UV}$ ;

4. 相对于V为下行位而相对于W为上行位者, 叫不完全型下行面, 如图2中的 $P_{VW}$ 。

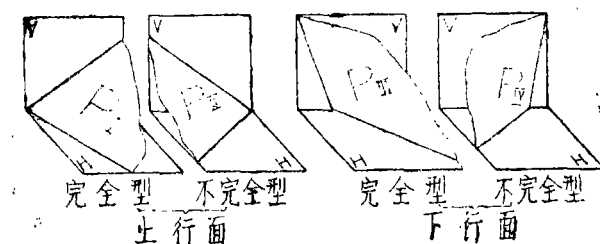


图2 平面的走向分类

这样, 空间平面相对投影系可能有四个不同的走向类型。如前所述, 走向是个宏观定性的概念, 它无法确定平面的具体方位, 因为每个走向均包含有无限多个有具体方位参数的平面。同样, 具有同一方位参数的平面又可能有四个不同的走向, 所以根据方位参数值也无法唯一确定平面的空间位置。而两者结合起来, 便可完善空间位置的描述。

直线问题和平面完全雷同, 只是它比较单纯。其各走向的投影图见图3自明。

各类走向平面的投影特点见表2, 由表中可以概括出:

1. V、H具有三同性是上行面的特点、具有三异性是下行面的特点;

2. V、W具有三同性是完全型的投影特点、而具有三异性是不完全型的投影特点。

这些特点是迹表示法所提供的内在直观投影特点。根据这些特点便可确定走向, 但必

表 1 一般位置平面走向的分类及表达方法

走向		表 达 方 法 及 图 例		
行	向	迹 线 法	几 何 图 形 法	亲 似 法
上	完 全 型			
	不 完 全 型			
下	完 全 型			
	不 完 全 型			

须同时用三投影。用两投影也可定走向，方法这里不讨论。

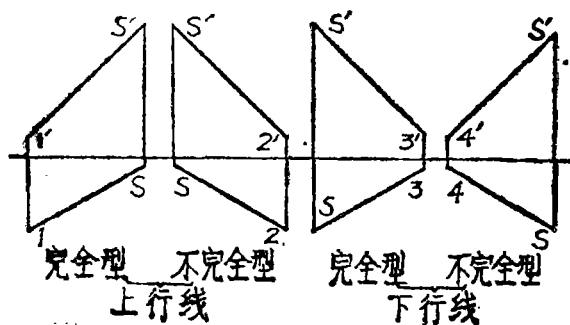


图3 直线的走向分类

表2 各走向平面的投影特点

走向分类 走向型式	投影图	特点分析	备注
上 完全型		1. 迹线法: 在第一卦角内有三条迹线, $P_V$ 、 $P_H$ 同在过 $P_X$ 所作铅垂线之右侧; 2. 几何图形法: V、H、W 具有三同性; 3. 亲似法: 对应点同在轴之右侧。	以侧平面为对称 行向相同的完全型与不完全型平面 行向相反的完全型与不完全型平面以正平面为对称
行 不完全型		1. 迹线法: 在第一卦角内有两条迹线, $P_V$ 、 $P_H$ 同在过 $P_X$ 所作铅垂线之左侧; 2. 几何图形法: V、H 具有三同性, V、W, H、W 具有三异性; 3. 亲似法: 对应点同在轴之左侧。	
下 完全型		1. 迹线法: 第一卦角内有三条迹线, $P_V$ 、 $P_H$ 在过 $P_X$ 所作铅垂线之两侧, $P_V$ 在左, $P_H$ 在右; 2. 几何图形法: V、H, W、H 具三异性, V、W 具三同性; 3. 亲似法: 对应点分居轴之两侧。	
行 不完全型		1. 迹线法: 第一卦角内有两条迹线, $P_V$ 、 $P_H$ 在过 $P_X$ 所作铅垂线之两侧, $P_V$ 在右, $P_H$ 在左; 2. 几何图形法: V、H, V、W 具三异性, H、W 具三同性; 3. 亲似法: 对应点分居轴之两侧。	

四个走向之间的关系:

1. 行向相同的完全型与不完全型以侧平面为对称。
2. 行向相反的完全型与不完全型以正平面为对称。
3. 行向相反、型式相同的平面以水平面为对称。

#### 四、平面内直线的走向规律

通常, 我们总是宏观地认为, 在一般位置平面上可以取出除投射线以外的方向各异的无穷多条直线。在对平面作微观分析后发现, 这些直线的空间位置(方位和走向)不是杂乱无章的、任意的, 而是有着与平面空间位置相依存的制约条件和规律。现先就走向问题分析如下:

下:

设给定一个完全型上行面, 见图4中的 $\triangle ABC$ , 通过其上某点A, 分别作出面内侧平线、水平线和正平线。则三线中相邻的两线把平面划分为三个区间, 规定:

侧、水平线间为第Ⅰ区, 图4中的①'①;

水、正平线间为第Ⅱ区, 图4中的②'②;

正、侧平线间为第Ⅲ区, 图4中的③'③。

处在同一个区间的面内线走向不变。如Ⅰ区内因上, 行面内侧平线为上行, 而水平线为中性线, 它远离观察者不升不降。过A在第Ⅰ区内作由水平逐渐过渡到侧平位置的一系列面内线, 则它们的走向必处于介乎中性的水平线 and 无型上行位的侧平线之间的状态。由图4可看出, 都是不完全型上行线, 称此区为面内不完全型上行线区, AB边就在此区内。

同理, 第Ⅱ区为不完全型下行线区, AC边在此区内; 第Ⅲ区为完全型上行线区, BC边的走向属此区。

三个区概括了对应于该走向平面内所可能画出的全部直线的走向。可以看出, 在图4所示的平面上不可能作出完全型下行线; 反之, 通过完全型下行线也不可能作出完全型上行面或与之平行的平面。

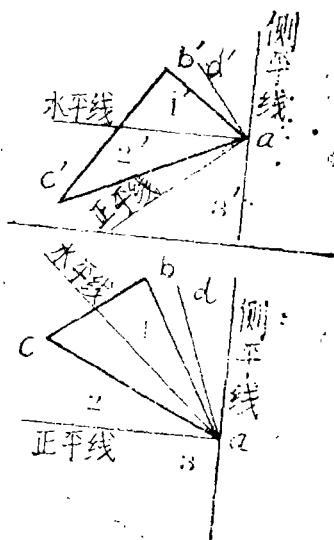


图4 平面的分区

对于另外三个走向类型的平面, 也可用同一方法划分其面内线的三个走向区, 详见表3。(见下页)

表3不仅列出了各类平面内直线走向的规律, 还将与面内线走向有关的问题作了规律性的引伸, 说明如下:

1. 关于平面对各投影面最大斜度线的走向规律: 根据定义可以推断出表3中所总结的结论, 如: 由平面对V面之最大斜度线应垂直于面内正平线, 它必然落在第Ⅰ区内等等, 见图4AD。

2. 关于两平面交线的走向规律: 根据面面交线的公有性可知, 交线只能存在于两面所公有的走向区。如: 两不同型上行面相交, 它们所公有的走向区是完全型上行线区和不完全型上行线区, 所以交线必然是上行线(完全型或不完全型)等。

3. 关于线平行于平面的走向规律: 按几何条件, 面内应能找出平行于已知直线的线, 故已知直线的走向必和面内存在的走向一致。

4. 关于平面法线(线面垂直)的走向规律: 由于平面与其法线的对应倾角互余, 故它们的走向间具有“反向同型”的关系, 如完全型上行面的法线走向为完全型下行线。从表3可以看出, 法线走向的规律是它和平面内不存在的直线走向相一致。

5. 关于亲似轴的走向规律: 亲似轴系平面与偶分角面交线的重合的两投影, 由于在偶分角面内不存在下行线, 故亲似轴必为上行线。对于上行面的亲似轴走向可以是任一型式上行线, 而对于下行面, 则有固定的对应关系, 如完全型下行面的亲似轴只能是不完全型上行线, (因为在完全型下行面内只存在不完全型上行线。)也即我们在表2中所说的“轴与ox

之正方向夹角”，这就是不完全上行线的投影特点。

表3 平面内直线的走向规律

类别	完全型上行面	不完全型上行面	不完全型下行面	完全型下行面
投影图				
走向分区	不完全型上行线区	完全型上行线区	完全型上行线区	不完全型下行线区
	完全型上行线区	不完全型下行线区	不完全型下行线区	完全型下行线区
不存在最大斜度的走向	等于平面法线的走向			
线的走向	V		I	
	对W面的最大斜度线的走向在第Ⅱ区内			
两平面交线的走向	H		Ⅲ	
	两不同型上行面必交于上行线		两不同型下行面必交于下行线	
线平行面线垂直面的走向	两不同行向的不完全型面必交于完全型线			
	两不同行向的完全型平面必交于不完全型线			
亲轴的走向	直线平行于平面，其走向与面内存在的任一走向一致			
	直线垂直于平面，其走向与面内不存在的走向一致(即平面法线)			
平行面走向	永 为 上 行 线			
	上 行 线 (Ⅰ、Ⅱ区)	完全型上行线(Ⅱ区)	不完全型上行线(Ⅰ区)	
奇分	永 为 下 行 线			
	不完全型下行线(Ⅱ区)	完全型下行线(Ⅱ区)	下行线(Ⅰ、Ⅱ区)	

## 五、平面内直线方位的变化规律

在上一节,我们定性地找到了平面内所可能作出的直线的走向变化规律。现在,应用定量的方法,探讨一下这些直线方位变化的规律性,以完成对面内直线的全面认识。

直线的方向以其对H、V面之倾角 $\alpha$ 、 $\beta$ 表示,关于直线方位的变化,主要体现在单个 $\alpha$ 、 $\beta$ 及其间关系的变化规律。

平面内直线的倾角 $\alpha$ 、 $\beta$ 有以下特点:

1.  $\alpha$ 、 $\beta$ 有极限值:以平面对相应投影面的最大斜度线的 $\alpha$ 或 $\beta$ 为最大。设为 $\alpha_{\max}$ 、 $\beta_{\max}$ 则有 $\alpha_{\max} = \alpha_{\text{面}}$ 、 $\beta_{\max} = \beta_{\text{面}}$ 。因为 $90^\circ < \alpha_{\text{面}} + \beta_{\text{面}} < 180^\circ$ ,所以 $90^\circ < \alpha_{\max} + \beta_{\max} < 180^\circ$ ,平面内不存在同时具有 $\alpha_{\max}$ 和 $\beta_{\max}$ 的直线。

2.  $\alpha + \beta$ 有极限值:以面内侧平线的倾角和为最大, $(\alpha + \beta)_{\max} = 90^\circ$ ,一般情况下 $\alpha + \beta < 90^\circ$ 。

3.  $\alpha$ 可能等于 $\beta$ :面内平行于奇、偶分角面的直线之 $\alpha = \beta$ 。

4.  $\alpha$ 或 $\beta$ 可能为零:面内水平线之 $\alpha = 0$ ;面内正平线之 $\beta = 0$ 。

详细情况参看图5及表4。

为了分析面内线的 $\alpha$ 及 $\beta$ 的变化规律,用面内单位圆半径投影的变化间接加以说明。图5中表示了

P面上单位圆O的两投影:V投影椭圆O'和H投影椭圆O。为了直观显示 $\alpha$ 、 $\beta$ 角的变化规律,将圆半径从OF开始,沿圆从I→Ⅲ区的方向旋转半周,记录其某些位置上的投影长(即椭圆半径),然后转换为其倾角 $\alpha$ 、 $\beta$ ,在直角坐标系上画成曲线图,如图6。图中(甲)为 $\alpha_{\text{面}} < \beta_{\text{面}}$ 面情况,(乙)为 $\alpha_{\text{面}} > \beta_{\text{面}}$ 面情况。由于关系较复杂,图中曲线只表示变化趋势,不是严格的定量关系。

按上述方法所描绘的曲线,适用于任何走向的平面。

为了便于对照图5及图6,将各特殊点倾角情况列表如下:

(见下页表4)

关于图6的讨论:

图(甲)系 $\alpha_{\text{面}} < \beta_{\text{面}}$ 时面内线的 $\alpha$ 、 $\beta$ 及 $\alpha + \beta$ 的变化情况,图(乙)则系 $\alpha_{\text{面}} > \beta_{\text{面}}$ 时的情况。

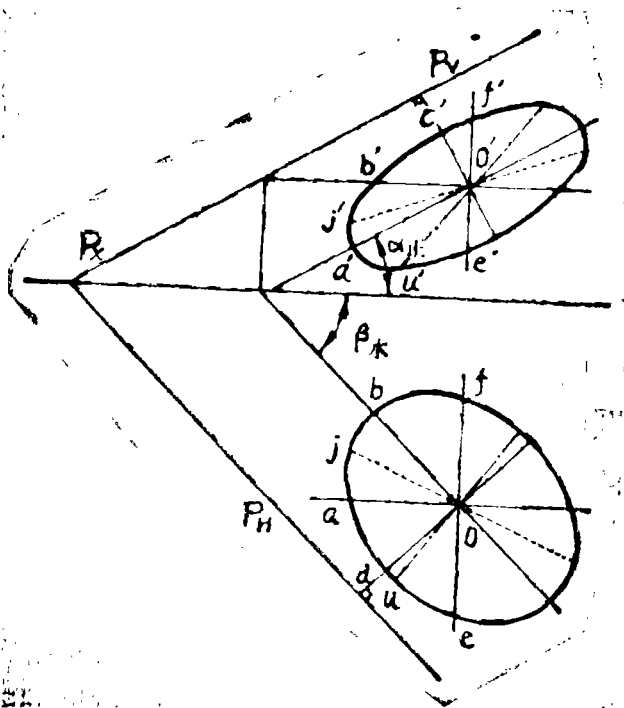


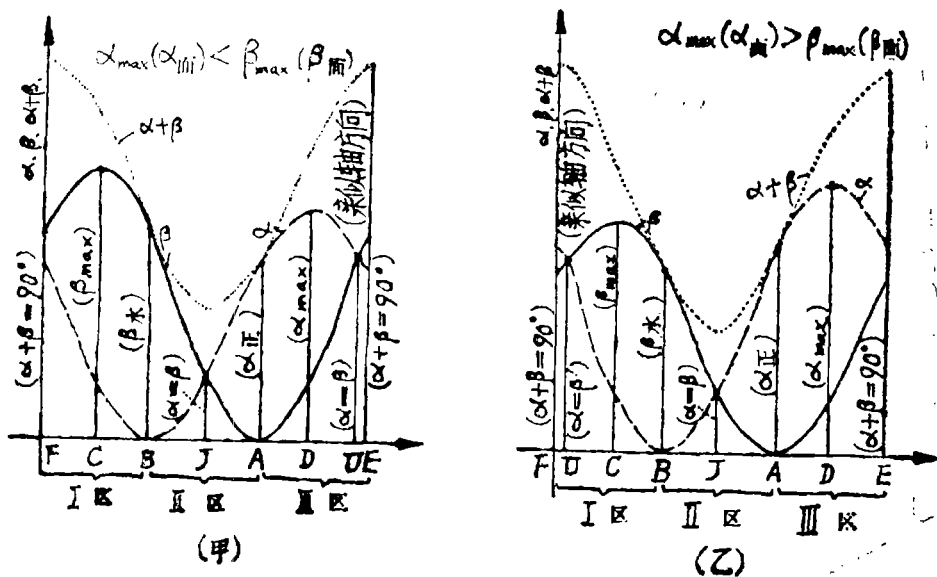
图5 单位圆的投影



表4 平面内特殊位置线的倾角特点 (对照图6甲)

点	半径位置特点	倾角特点		
		$\alpha$	$\beta$	$\alpha$ 与 $\beta$
F	OF: 面内侧平线	$\alpha_{OF} = 90^\circ$ $-\beta_{OF}$	$\beta_{OF} = 90^\circ$ $-\alpha_{OF}$	$\alpha_{OF} + \beta_{OF} = 90^\circ$
C	OC: 平面对V面之最大斜度线		$\beta_{OC} = \beta_{\max}$ (即 $\beta_{\text{面}}$ )	$\alpha_{OC} + \beta_{OC} < 90^\circ$
B	OB: 面内水平线	$\alpha_{OB} = 0$	$\beta_{OB} = \beta_{\text{水}}$	$\alpha_{\text{面}} < \beta_{\text{面}}$ 则 $\beta_{\text{水}} > \alpha_{\text{正}}$
J	OJ: 面平行于奇分角面, 与H、V等倾角之直线			$\alpha_{Oj} = \beta_{Oj}$ $\alpha_{Oj} + \beta_{Oj} < 90^\circ$
A	OA: 面内正平线	$\alpha_{OA} = \alpha_{\text{正}}$	$\beta_{OA} = 0$	$\alpha_{\text{面}} < \beta_{\text{面}}$ 则 $\alpha_{\text{正}} < \beta_{\text{水}}$
D	OD: 平面对H面之最大斜度线	$\alpha_{OD} = \alpha_{\max}$ (即 $\alpha_{\text{面}}$ )		$\alpha_{OD} + \beta_{OD} < 90^\circ$
U	OU: 面内平行于偶分角面, 与H、V等倾角之直线			$\alpha_{OU} = \beta_{OU}$ $\alpha_{OU} + \beta_{OU} < 90^\circ$

$\alpha$ 曲线(图中用虚线表示)与 $\beta$ 曲线(图中用实线表示)的交点表示 $\alpha = \beta$ .如图6中的U及J点。其中U点在(甲)中处在Ⅲ区内,在(乙)中处在Ⅰ区内。对照图5可以看出,OU

图6  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\alpha + \beta$ 曲线

半径为面内平行于偶分角面的直线,即它的走向与亲似轴一致、由于P平面为完全型上行面,经查表3可知,其对应亲似轴可能在I或Ⅲ区内。这一结论与图6是对应的。亲似轴的走向处在何区,取决于平面对投影面H、V之夹角的对比关系。

面内线各单个倾角 $\alpha$ 、 $\beta$ 的变化规律已如前述。两倾角之间除遵守 $\alpha + \beta \leq 90^\circ$ 关系以外,因它同时属于平面,故又受制于平面的方位。下面讨论两倾角及它们与平面方位之间的关系。

由于在投影图中不便于直接表示 $\alpha$ 、 $\beta$ 的真角,为了讨论问题方便,用它们相关的投影表示,如 $\alpha$ 的V投影用 $\alpha_V$ 表示, $\beta$ 的H投影用 $\beta_H$ 表示。真角与其投影间有如下的关系:

$$\begin{cases} \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \alpha_V \cdot \cos \beta_H \\ \operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg} \beta_H \cdot \cos \alpha_V \end{cases} \quad \text{或} \quad \begin{cases} \sin \alpha_V = \frac{\sin \alpha}{\cos \beta} \\ \sin \beta_H = \frac{\sin \beta}{\cos \alpha} \end{cases}$$

故可以分析投影角 $\alpha_V$ 与 $\beta_H$ 之间关系,因它等价于 $\alpha$ 与 $\beta$ 之间的函数关系。

在图7中,设

面内水平线CII与V面之夹角为 $\beta_H$ ;

面内正平线KI与H面之夹角为 $\alpha_V$ ;

面内某直线CI之投影角 $\alpha_V$ 、 $\beta_H$ 。 则:

①在V投影的 $\Delta c'l'k'$ 中, $l'm'$ 为高

$$c'm' \operatorname{tg} \alpha_V = k'm' \operatorname{tg} \alpha_V,$$

即

$$-\frac{\operatorname{tg} \alpha_V}{\operatorname{tg} \alpha_V} = \frac{k'm'}{c'm'} \quad (a)$$

②同理可证:

$$\frac{\operatorname{tg} \beta_H}{\operatorname{tg} \beta_H} = \frac{nk}{nl} \quad (b)$$

③由(b)式:

$$\frac{\operatorname{tg} \beta_H - \operatorname{tg} \beta_H}{\operatorname{tg} \beta_H} = \frac{nk - nl}{nl}$$

$$= \frac{kl}{nl},$$

$$\because kl = k'm', \quad nl = c'm'$$

$$\therefore \frac{\operatorname{tg} \beta_H - \operatorname{tg} \beta_H}{\operatorname{tg} \beta_H} = -\frac{\operatorname{tg} \alpha_V}{\operatorname{tg} \alpha_V}$$

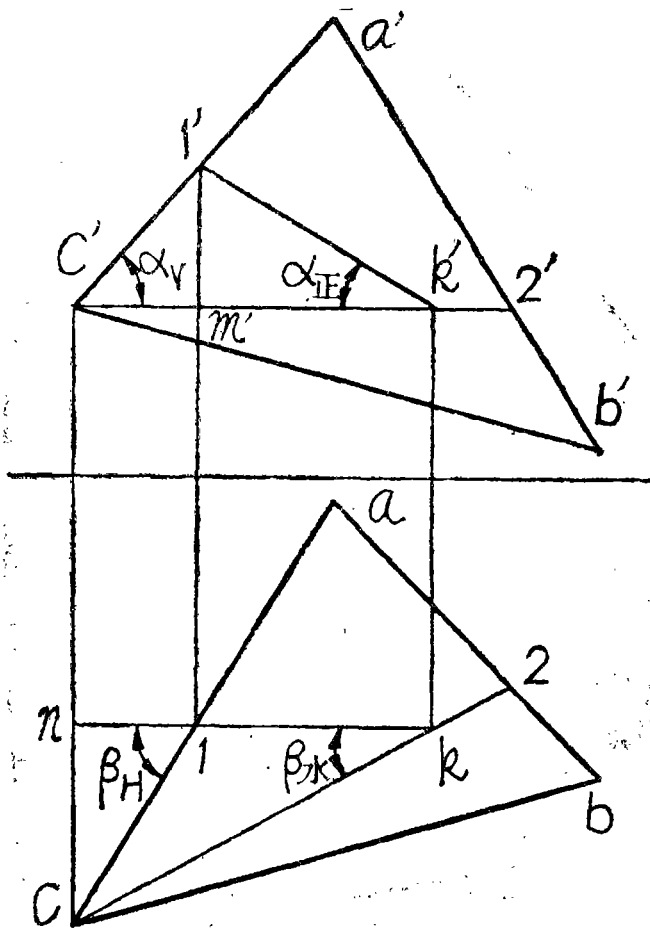


图7

整理得  $\operatorname{tg} \alpha_{\text{正}} \cdot \operatorname{tg} \beta_{\text{H}} + \operatorname{tg} \beta_{\text{水}} \cdot \operatorname{tg} \alpha_{\text{V}} = \operatorname{tg} \alpha_{\text{正}} \cdot \operatorname{tg} \beta_{\text{水}}$  (c)

由于平面的 $\alpha_{\text{正}}$ 、 $\beta_{\text{水}}$ 为已知, (c)式成为 $\alpha_{\text{V}}$ 、 $\beta_{\text{H}}$ 即 $\alpha$ 、 $\beta$ 间的函数关系, 当给定其中之一, 则另一个可由(c)式求出。这个结论与图解作图方法完全一致, 已知面内线的一个倾角, 则面内线可作。

关于(c)式的讨论:

1.  $\alpha_{\text{正}}$ 、 $\beta_{\text{水}}$ 即迹线与投影轴之夹角[见图1(甲)], 它们与 $\alpha_{\text{面}}$ 、 $\beta_{\text{面}}$ 间存在对应关系,

$$\begin{cases} \operatorname{tg} \alpha_{\text{正}} = \operatorname{tg} \alpha_{\text{面}} \cdot \sin \beta_{\text{水}} \\ \operatorname{tg} \beta_{\text{水}} = \operatorname{tg} \beta_{\text{面}} \cdot \sin \alpha_{\text{正}} \end{cases}$$

故(c)式也表示了面内线两倾角与平面本身倾角之间的关系。

2. 当 $\alpha_{\text{V}} = 0$ , 代入(c)式可得 $\beta_{\text{H}} = \beta_{\text{水}}$ , 这就是面内水平线的投影特点。同理, 可印证面内正平线。

3. 当 $\beta_{\text{H}} = 90^\circ - \beta_{\text{水}}$ , 代入(c)式可得:

$$\operatorname{tg} \alpha_{\text{正}} \cdot \operatorname{ctg} \beta_{\text{水}} + \operatorname{tg} \beta_{\text{水}} \cdot \operatorname{tg} \alpha_{\text{V}} = \operatorname{tg} \alpha_{\text{正}} \cdot \operatorname{tg} \beta_{\text{水}}$$

$$\text{整理得 } \operatorname{tg} \alpha_{\text{V}} = \operatorname{tg} \alpha_{\text{正}} \left( 1 - \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \beta_{\text{水}}} \right)$$

这就是面对H之最大斜度线的特点。可以看出, 对于面内最大斜度线, 不需要给定倾角参数, 便可作出它的方向。

4. 当 $\alpha_{\text{V}} = \beta_{\text{H}}$ , 即 $\alpha = \beta$ , 则有

$$\operatorname{tg} \alpha_{\text{V}} (\beta_{\text{H}}) = \frac{\operatorname{tg} \alpha_{\text{正}} \cdot \operatorname{tg} \beta_{\text{水}}}{\operatorname{tg} \alpha_{\text{正}} + \operatorname{tg} \beta_{\text{水}}}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha_{\text{V}} (\beta_{\text{H}}) = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha_{\text{正}}} + \frac{1}{\operatorname{tg} \beta_{\text{水}}} = \operatorname{ctg} \alpha_{\text{正}} + \operatorname{ctg} \beta_{\text{水}}$$

这就是面内等倾角(平行于奇、偶分角面)直线的特点, 同样它也不用给定倾角参数, 便可作出方向来。

上述结论适于任意走向的平面。

## 六、结束语

平面在画法几何学科中占有十分重要的地位, 关于平面的图示、图解问题又与其上的直线密切相关。因此, 解决它们之间的内在规律就显得十分必要。这样可以为深入认识平面、平面与直线间关系提供理论根据。

关于平面内直线空间位置的规律, 有相当的实用价值。例如, 在非迹表达体系中, 平面空间走向一般较难予先控制, 而应用面内线的位置规律, 可以顺利地解决这个问题。

对于平面的认识仍有待于深化。其它有关问题, 容后讨论。

## 参 考 书 目

- (1)、毛鸿翔等直线形 江苏人民出版社 1980.
- (2)、于长江著高等画法几何 北航出版 1983.
- (3)、Краткий Справочник по Начертательной Геометрии и Машиностроительному Черчению

СВЕРГАЕВ, Н. П.

(苏)

1965.