

# 也谈电磁感应定律的数学表述与电磁感应中的“佯谬”

黄忠民

(物理教研室)

## 提 要

本文通过电磁感应中一个典型而具有普遍性的例子,从实际的物理过程论证法拉第电磁感应定律的两个数学表达式

$$\varepsilon = - \frac{d}{dt} \int \int_S \vec{B} \cdot d\vec{s} \quad (\text{通量法则})$$

和

$$\varepsilon = - \int \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{s} + \oint_L (\vec{V} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

完全等价。并着重指出在法拉第电磁感应定律中提到“导体回路”,应该是指线型回路,如果回路上出现大块导体,分析问题,时一定要选定(线型)回路。而在考虑磁通量发生变化时,回路的变化(如果有变化的话)必须是连续的。根据这一见解,对“例外”论者(认为“通量法则”存在例外,或认为电磁感应中存在“佯谬”)所列举的作为论据的两个有代表性的例子进行分析,从而得出“通量法则”并不存在什么“例外”或“佯谬”的结论。

## (一)

通常把法拉第电磁感应定律用于研究具体问题时,可引申出下面几种不同表达式:

$$\varepsilon = \oint_L (\vec{V} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} \quad (1)$$

$$\varepsilon = - \int \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{s} \quad (2)$$

$$\varepsilon = - \int \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{s} + \oint_L (\vec{V} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} \quad (3)$$

$$\varepsilon = - \frac{d}{dt} \int \int_S \vec{B} \cdot d\vec{s} \quad (4)$$

式(1)是导体回路处在恒稳磁场中并与磁场有相对运动时产生的动生电动势;式(2)是导体回路固定,处在时变磁场中所产生的感生电动势;式(3)是式(1)和(2)的综合,显然它是电磁感应定律的普遍数学表达式。式(4)是1845年由纽曼导出(常称为“通量法则”)。但本世纪五十年代以来,R·P·Feynman和J·D·Kraus等物理学家认为式(4)不是电磁感应定律的普遍表达式,不能用它来解释某些“特例”,并把这些特例称为“通量法则”的例外,有些人称为电磁感应中的“佯谬”。最近国内一些刊物对此发表了支持<sup>[1]</sup>或反对<sup>[2][3]</sup>的意见,文章<sup>[1]</sup>并对式(3)与式(4)是否等价进行讨论。

关于理论上利用数学中对流导数的符号:  $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla)$ ,可以从式(4)导出式

(3), 在文章<sup>[1]</sup>及有关资料已有叙述, 在此不作重复。

本文将从一个典型而具有普遍性的例子, 导出感应电动势的另一表达式, 见式5, 并分别结合实际物理过程论证式(5)与式(3)、式(4)等价, 从而得出式(4)与式(3)不但从理论推导上, 而且在本文所举实际物理过程中也是完全等价的。

取直角坐标系 $oxyz$ , 设空间有匀强磁场 $\vec{B}$ , 在某时刻 $\vec{B} = B\vec{k}$ 。有一“井”形导线框架, 每一根导线皆可在与其垂直的两平行边上滑动; 同时整个框架还可绕某一轴转动。为简单起见, 设其中一根导线固定并与 $oy$ 轴重合, 另一根通过原点 $o$ 处在 $xz$ 平面内, 另外两根分别与上述两根平行。某时刻 $t$ 构成回路 $oabco$ ,  $ab$ 及 $bc$ 可在框架上作平行滑动, 速度分别为 $\vec{v}_1$ 和 $\vec{v}_2$ ; 整个框架绕 $oy$ 轴以角速度 $\omega$ 转动, 如图1所示。再假设磁场 $\vec{B}$ 随时间变化。求在 $t$ 时刻回路 $oabco$ 中的感应电动势。

选回路 $l$ 的绕向沿 $o \rightarrow a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow o$ 为回路的正方向, 回路平面法线 $\vec{n}$ 与 $\vec{B}$ 的夹角为 $\theta$ , 因此,  $t$ 时刻通过回路 $l$ 所包围面积 $S$ 的磁通量为

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = BS \cos \theta$$

根据法拉第电磁感应定律, 回路中的感应电动势为

$$\varepsilon = - \frac{d\Phi}{dt} = - S \cos \theta \frac{\partial B}{\partial t} - B \cos \theta \frac{\partial S}{\partial t} + BS \sin \theta \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (5)$$

式中只要 $\frac{\partial B}{\partial t}$ 、 $\frac{\partial S}{\partial t}$ 、 $\frac{\partial \theta}{\partial t}$ 三者之一不为零, 则 $\varepsilon \neq 0$ ; 若三者皆为零,  $\varepsilon$ 一定恒等于零; 若三者皆不为零,  $\varepsilon$ 一定是 $t$ 的函数。其中既包括感生电动势(第一项), 也包括动生电动势(第二项平动, 第三项转动), 从这种意义上, 式(5)可作为判断某一导体回路是否有感应电动势存在的依据, 因而可看作是法拉第电磁感应定律引申出来的具有普遍性的数学表达式之一。

## (二)

现在从实际物理过程来看式(5)与式(3)、式(4)的关系。先看式(5)与式(3)各自第一项:

$$\begin{aligned} - S \cos \theta \frac{\partial B}{\partial t} &= - \cos \theta \frac{\partial B}{\partial t} \int \int_S ds \\ &= - \int \int_S \frac{\partial B}{\partial t} \cos \theta ds = - \int \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \vec{ds} \end{aligned} \quad (6-1)$$

恰好完全相等。(  $\theta$  为  $\vec{B}$  与  $\vec{n}$  夹角。当  $|\vec{B}| \uparrow$ ,  $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$  与  $\vec{B}$  同向,  $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$  与  $\vec{ds}$  的夹角也为  $\theta$ ; 当  $|\vec{B}| \downarrow$

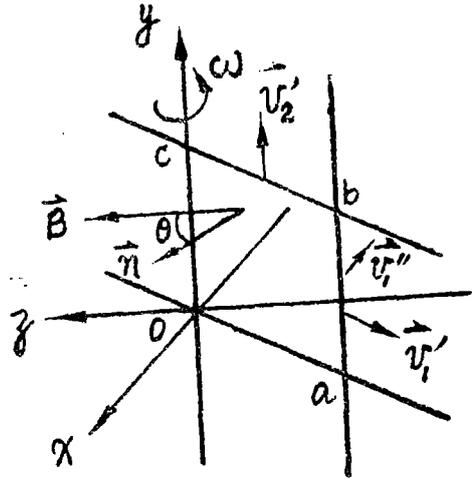


图1

$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$  与  $\vec{B}$  反向,  $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$  与  $d\vec{s}$  的夹角为  $(\theta \pm \pi)$ 。

为了将式(5)的第二、三项与式(3)的第二项相比较, 分别考虑图1中:

(1) 若  $\omega = \frac{\partial \theta}{\partial t} = 0$ ,  $\vec{V}_2' = 0$ ,  $\vec{V}_1' \neq 0$ , 则  $BS \sin \theta \frac{\partial \theta}{\partial t} = 0$ ,

$$\text{而 } -B \cos \theta \frac{\partial S}{\partial t} = -B \cos \theta \overline{ab} V_1' = - \int_{ab} B V_1' \cos \theta d l_1$$

式中  $\overline{ab} = \int_{ab} d l_1$ 。由图1,  $\vec{B} = B \vec{k}$ ,  $\vec{V}_1' = \vec{V}_{1x}' \vec{i} + \vec{V}_{1z}' \vec{k}$ , 其中  $V_{1x}' = V_1' \cos \theta$ ,

$V_{1z}' = -V_1' \sin \theta$ , 又  $d\vec{l}_1 = d l_1 \vec{j}$ , 则  $(\vec{V}_1' \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}_1 = ((V_{1x}' \vec{i} + V_{1z}' \vec{k}) \times B \vec{k}) \cdot (d l_1 \vec{j}) = -V_1' \cos \theta B d l_1$ , 此式两边沿  $ab$  积分, 得

$$\int_{ab} (\vec{V}_1' \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}_1 = - \int_{ab} B V_1' \cos \theta d l_1 = -B \cos \theta \frac{\partial S}{\partial t}.$$

(2) 若  $\frac{\partial \theta}{\partial t} = 0$ ,  $\vec{V}_1' = 0$ ,  $\vec{V}_2' \neq 0$ , 显然  $\frac{\partial S}{\partial t} = \overline{bc} V_2'$ ,

而  $\overline{bc} = \int_{bc} d l_2$ ,  $d\vec{l}_2 = d x \vec{i} + d z \vec{k} = -d l_2 \cos \theta \vec{i} + d l_2 \sin \theta \vec{k}$ , ( $d\vec{l}_2$  沿  $l$  的绕向取向) 又  $\vec{V}_2' = V_2' \vec{j}$ ,

与(1)相仿, 可得  $\int_{bc} (\vec{V}_2' \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}_2 = -B \cos \theta \frac{\partial S}{\partial t}$ 。

(3) 若  $\frac{\partial \theta}{\partial t} = 0$ ,  $\vec{V}_1' \neq 0$ ,  $\vec{V}_2' \neq 0$ , 则  $\frac{\partial S}{\partial t} = \overline{ab} V_1' + \overline{bc} V_2'$ ,

$$\begin{aligned} \text{因此有 } -B \cos \theta \frac{\partial S}{\partial t} &= \int_{ab} (\vec{V}_1' \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}_1 + \int_{bc} (\vec{V}_2' \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}_2 \\ &= \int_{ab} (\vec{V}_1' \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}_1 + \dots + \int_{oa} (\vec{V}_1' \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}_1 \end{aligned}$$

$$\text{即 } -B \cos \theta \frac{\partial S}{\partial t} = \oint_L (\vec{V}' \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} \quad (6-2)$$

式中  $\vec{V}'$  为回路  $l$  上线元  $d\vec{l}$  相对于磁场的运动速度。在图1中,  $co$  边上,  $\vec{V}_3' = 0$ ;  $oa$  边上,  $\vec{V}_4' = 0$ , 所以式(6-2)成立。可以证明, 即使  $\vec{V}_3' \neq 0$ ,  $\vec{V}_4' \neq 0$ , (在框架平面内运动) 式(6-2)仍然成立。

(4) 若  $\vec{V}_1' = 0$ ,  $\vec{V}_2' = 0$ ,  $\frac{\partial \theta}{\partial t} \neq 0$ , 即  $\vec{\omega} = \vec{\omega} \vec{j} = \frac{\partial \theta}{\partial t} \vec{j} \neq 0$ , 则  $\frac{\partial S}{\partial t} = 0$ , 回路  $l$  除  $co$  边外,

各边上每一线元  $d\vec{l}$  都具有速度  $\vec{V}'' = \vec{\omega} \times \vec{r}$ , 由于  $\vec{\omega} \perp \vec{r}$ , 故速率  $V'' = r\omega$ , 其中  $r = |\vec{r}|$  为线元  $d\vec{l}$  与转轴的距离。设  $t$  时刻处于图1的位置, 则有

$$\vec{V}'' = V_x'' \vec{i} + V_z'' \vec{k} = -r\omega \sin \theta \vec{i} - r\omega \cos \theta \vec{k}$$

考虑  $ab$  段, 每一线元的速率皆为  $V_1'' = r\omega = \overline{bc}\omega$ , 则有  $(\vec{V}_1'' \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}_1 = \overline{bc}\omega \sin \theta B d l_1$ , 两边沿  $ab$  积分,

$$\begin{aligned} \int_{ab} (\vec{V}_1'' \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}_1 &= \int_{ab} \overline{bc} \omega \sin\theta B dl_1 \\ &= B \overline{ab} \cdot \overline{bc} \sin\theta \omega = BS \sin\theta \frac{\partial\theta}{\partial t} \end{aligned}$$

式中  $S = \overline{ab} \cdot \overline{bc}$  为回路  $l$  所包围的面积。

对  $bc$  段和  $oa$  段, 其上线元  $d\vec{l}_2$  和  $d\vec{l}_4$  分别有速度  $\vec{V}_2''$  和  $\vec{V}_4''$ , 但计算可知,  $(\vec{V}_2'' \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}_2 = 0$ ,  $(\vec{V}_4'' \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}_4 = 0$ ,

$$\text{故} \quad \int_{bc} (\vec{V}_2'' \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}_2 = 0, \quad \int_{oa} (\vec{V}_4'' \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}_4 = 0$$

而对  $co$  段, 因为  $\vec{V}_3'' = 0$ , 故  $\int_{co} (\vec{V}_3'' \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}_3 = 0$ 。

这样, 当回路以角速度  $\omega = \frac{\partial\theta}{\partial t}$  绕  $oy$  轴转动时, 回路中产生电动势即为

$$BS \sin\theta \frac{\partial\theta}{\partial t} = \int_{ab} (\vec{V}_1'' \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} = \int_{ab} (\vec{V}_1'' \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}_1 + \dots + \int_{oa} (\vec{V}_4'' \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}_4$$

$$\text{即} \quad BS \sin\theta \frac{\partial\theta}{\partial t} = \oint_L (\vec{V}'' \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} \quad (6-3)$$

式 (6-3) 对于绕其他任意轴转动仍成立。

(5) 若图 1 中,  $\vec{V}_1'$ 、 $\vec{V}_2'$  及  $\omega$  皆不为零, 则回路中的总动生电动势就是式 (6-2) 和式 (6-3) 代数和。

$$-Bc \cos\theta \frac{\partial s}{\partial t} + BS \sin\theta \frac{\partial\theta}{\partial t} = \oint_L (\vec{V}' \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} + \oint_L (\vec{V}'' \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

$$\text{即} \quad -Bc \cos\theta \frac{\partial s}{\partial t} + BS \sin\theta \frac{\partial\theta}{\partial t} = \oint_L (\vec{V} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} \quad (6-4)$$

式中  $\vec{V} = \vec{V}' + \vec{V}''$  为  $l$  上每一线元  $d\vec{l}$  相对磁场的合速度。

最后把式 (6-1) 与式 (6-4) 相加, 得

$$-S \cos\theta \frac{\partial B}{\partial t} - Bc \cos\theta \frac{\partial s}{\partial t} + BS \sin\theta \frac{\partial\theta}{\partial t} = - \int \int_s \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{s} + \oint_L (\vec{V} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

由此可见, 式 (5) 与式 (3) 完全等价。

再看式 (5) 与式 (4)。由图 1, 只要把  $t$  时刻通过回路所包围面积的磁通量的表达式

$$\Phi = \int d\Phi = \int \int_s \vec{B} \cdot d\vec{s} = \int \int_s B \cos\theta ds = BS \cos\theta$$

理解为  $B$ 、 $S$  和  $\theta$  可能同时为  $t$  的函数, 则

$$-\frac{d}{dt} \int \int_s \vec{B} \cdot d\vec{s} = -\frac{d}{dt} (BS \cos\theta) = -S \cos\theta \frac{\partial B}{\partial t} - Bc \cos\theta \frac{\partial s}{\partial t} + BS \sin\theta \frac{\partial\theta}{\partial t}$$

显然, 式 (5) 与式 (4) 是完全等价的。

既然式 (5) 与式 (3) 等价, 式 (5) 又与式 (4) 等价, 因此, 式 (4) 与式 (3) 在普遍的电感应的物理过程中应该是完全等价的。

顺便指出, 通常要判断某导体回路中感应电动势  $\epsilon$  是否为零, 采用式 (5) 颇为方便,

对于匀强磁场（包括时变磁场）中的平面回路，用式（5）来计算  $\epsilon$  的数值也是可取的。

需要着重指出的是，对于导体回路是否“线型”，也即回路上是否有“大块导体存在”，常常引起所谓“通量法则”例外或电磁感应中“佯谬”这类问题的出现。从“例外”论者所举的作为“论据”的例子，就大都属于有大块导体存在的情况。因此被认为回路“非线性”、不确定，其所包围的面积也就无法确定，所以不能用式（4）来准确地判定感应电动势  $\epsilon$  是否为零，或计算  $\epsilon$  的数值。对此，笔者是这样理解的：在电磁感应定律中提到“导体回路”，应该是指线型回路。难道在被认为唯一具有普遍适用的式（3）中，第一项对  $S$  的面积分不是在线型回路的情况下才具有确定的意义吗？尤其是式（3）中第二项的线积分回路！不是指线型回路吗？问题是当有大块导体出现在回路上，若要用式（4）（实际上包括式（3））来判断  $\epsilon$  是否为零或计算  $\epsilon$  的大小，一定要选定回路。一经选定，该回路一定是线型的。若不选定回路，而谈“穿过回路的磁通量”、“沿回路  $l$  的线积分”，那将是没有意义的。

还需强调的是，若  $t$  时刻选定回路  $l$ ，而后回路发生变化，即从  $t \rightarrow t' = t + dt$ ，对应  $l \rightarrow l'$ ，那么  $l'$  不能再随意另行指定，而必须是  $t$  时刻所选定的  $l$  连续变化而来。这意味着要求  $\frac{\partial S}{\partial t}$

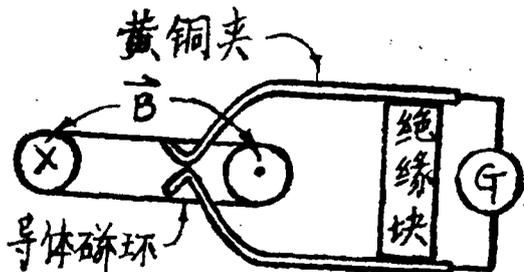
是连续的。反映在式（3）中，若有动生电动势存在，要求回路  $l$  上至少有一段  $\vec{v} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}$ ，其中至少有一个分量不为零，并且是连续的。实质上  $l \rightarrow l'$  为连续变化就是要求磁通量  $\Phi$  是时间  $t$  的连续可导函数。这个条件不仅式（4）是必要的，对式（3）同样必要。

综上所述，式（3）和式（4）都是电磁感应定律的普遍数学表达式。利用其中之一来判断某一导体回路是否有感应电动势存在或计算其数值，应该是准确无误的，结果是唯一的，不应该存在什么“例外”或“佯谬”，也无需给式（4）与式（3）的等价加上什么条件，或者说，式（4）需满足的必要条件，对式（3）同样是必要的。

### （三）

下面对“例外”论者作为论据的其中两例题进行分析。

**夹子回路：**一个均匀各向同性的铁磁金属做成的圆环，使它沿圆形横截面的轴线永久磁化，在圆环外部没有磁场，现将此环套在一个黄铜弹簧夹内，夹的两端固接在绝缘块上，并与冲击电流计  $G$  联接，如图2所示。向右拉夹子或向左拉磁环，使两者完全脱开。由于磁体本身也是导体，因此在上述整个过程中包含  $G$  的回路始终处于闭合状态。试问在此过程中  $G$  是否显示偏转？即回路中感应电动势是否为零？



一些文章(文章[1]及其所提到的参考文献)认为:按式(4),当夹子从磁体上滑过

时,夹子回路中的磁通量由  $\Phi_0$  变为零,故回路中“应该”有电动势,但按式(3),则因  $\frac{\partial B}{\partial t} = 0$ ,

且回路的运动部分所在处没有磁场, 因而  $\vec{v} \times \vec{B} = 0$ , 所以  $\varepsilon = 0$ 。由实验测知, 回路中的 G 指针无偏转, 即  $\varepsilon = 0$ , 故式 (4) 失效, 只有式 (3) 才是普遍正确的。

为便于进行分析, 把整个过程分为三段: ①  $t_0 < t < t_1$ , 环体套在夹子内至刚与夹口接触之前; ②  $t_1 < t < t_2$ , 环体从与夹口接触, 滑过至与夹子脱离之前; ③  $t > t_2$ , 环体与夹口脱离接触之后, 两者不相套合。

对于①和③, 不论用式 (3)、(4)、(5) 进行判断或计算, 都将得到完全一致的结论: 回路中任一时刻, 都是  $\varepsilon = 0$ , 无需讨论。有待于弄清楚的就是②这段时间。本文认为: 只要在这段时间内的任意时刻  $t$  选定一回路, 就可由式 (4) 准确地判断回路中的  $\varepsilon$  是否为零。

设图3为  $t$  时刻 ( $t_1 < t < t_2$ ) 的状态, 选定回路  $l$  为 ADENGMA (其中直线段 ADE 可选 ACE、AHE 或任意曲线 AFE 来代替), 弦 ADE 把环体的横截面  $S_0$  分成两部分, 即

$S_0 = S_1 + S_2$ 。回路所包围的另一部分 AHENGMA 的面积为  $S_3$ 。  $t$  时刻通过回路  $l$  所包围面积的磁通量为  $\Phi = \iint_{S_2 + S_3} \vec{B} \cdot d\vec{s} = \vec{B} \cdot \vec{S}_2$ , 因在  $S_3$  内, 处处  $\vec{B} = 0$ 。

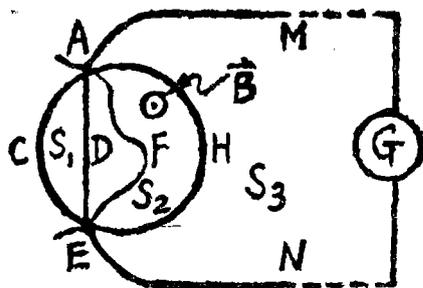


图3

假定在时刻  $t' = t + dt$ , 系统处于图4的状态, 不论是夹子连同 G 一起向右拉还是磁体向左拉, 对应的  $l'$  应该是 ADEE'NGMA'A, 故通过  $l'$  的磁通量

$\Phi = \iint_{S_2 + S_3'} \vec{B} \cdot d\vec{s} = \vec{B} \cdot \vec{s}_2 = \Phi$ , 虽然  $S (= S_2 + S_3) \rightarrow S' (= S_2 + S_3')$  已发生变化:

但  $S_3'$  内仍是处处  $\vec{B} = 0$ , 即从  $l \rightarrow l'$ , 磁通量并没有发生变化。由式 (4), 自然得出:  $\frac{d}{dt} \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$ , 所以回路中感应电动势  $\varepsilon = 0$ 。

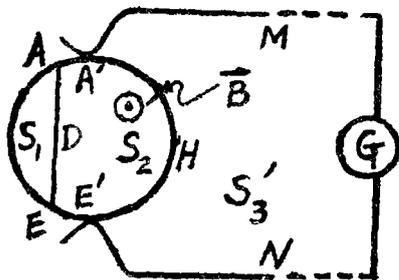


图4

由于  $t$  是从  $t_1 \rightarrow t_2$  区间内任意时刻, 因此在  $t_1 < t < t_2$ , 回路中的感应电动势  $\varepsilon$  恒为零。这样, ①②③三段时间内的  $\varepsilon$  皆为零, 这恰好与实验结果相一致, 并不出现式 (4) 失效。

那么在整个过程中的  $t = t_1$  和  $t = t_2$  这两个时刻情况怎么样呢? 按图三选定的回路 (在  $t_1 < t < t_2$ , 任一时刻都可选 ADE 作为回路的一部分, 若夹口接触点不恰好处于 A 和 E, 只需加上实际接触点至 A 和 E 的弧段), 在  $t = t_1$  和  $t = t_2$  两个时刻, 回路将发生不连续的跃变, 即不存在连续的  $\frac{\partial S}{\partial t}$  或  $\frac{d\Phi}{dt}$ , 所以在这两个时刻考虑感应电动势是没有物理意义的。(当然, 不论在①和②中  $t$  如何靠近  $t_1$ , 和在②和③中  $t$  如何靠近  $t_2$ , 都可证明  $\varepsilon = 0$ 。) 如果通过截面的那部分回路选在圆周上 (这是允许的), 则这两个时刻中只有一个时刻发生回路跃变, 另一个时刻回路的变化是连续的, 但可证明后者的  $\varepsilon = 0$ 。即使对于被公认为普遍适用的式 (3) 中的第二项, 当回路发生跃变的时刻, 其积分同样是没有意义的, 因为在同一时刻, 线积分回路  $l$  不能同时取两条不同的路径。这也是下一例之所以不能成立的原因。

**双开关回路：**如图5所示的导体回路， $\vec{B}$ 为长圆柱磁体截面内的磁感应强度， $G$ 为一灵敏电流计。开始时， $K_1$ 接通， $K_2$ 断开，在电流计与 $K_1$ 组成的回路内 $\Phi = 0$ ；然后断开 $K_1$ ，同时将 $K_2$ 闭合，此时 $G$ 与 $K_2$ 组成的闭合回路内有 $\Phi \neq 0$ ，并假设开关的动作是与 $\vec{B}$ 平行的方向上进行的。（采用前例的磁环更好，保证圆截面外部的磁场皆为零。一笔者）

持“例外”论者认为：按式(4)， $\Delta \Phi \neq 0$ ，故 $\varepsilon \neq 0$ ；

但按式(3)， $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0$ ，且每部分导线无运动，即 $\vec{V} = 0$ ，

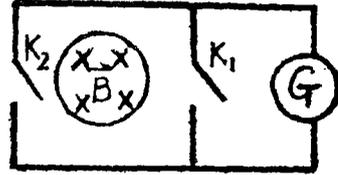


图5

在开关处， $\vec{V} \parallel \vec{B}$ ，（或开关所在处 $\vec{B} = 0$ ）故整个回路的感应电动势 $\varepsilon = 0$ 。实验中 $G$ 指针无偏转，故用式(4)出现“佯谬”。

本文认为此例的命题欠确切。首先， $K_1$ 和 $K_2$ 同时动作，意味着回路的变化（即回路所包围面积的变化）是在 $dt = 0$ （同时）发生的，这样， $\frac{ds}{dt}$ 或 $\frac{d\Phi}{dt}$ 都没有物理意义。或者说 $S$ 或 $\Phi$ 都不存在连续一阶导数。实质上就是回路在 $K_1$ 和 $K_2$ 同时动作时发生跃变。由前题讨论可知，即使采用式(3)也是没有意义的。其次，退一步说，假定 $K_1$ 和 $K_2$ 动作是在 $t_1$ 和 $t_2$ 两个不同时刻发生， $\Delta t = t_2 - t_1 \neq 0$ ，但 $S$ 和 $\Phi$ 仍然不存在连续的一阶导数。这相当于在 $t_1$ 时刻断开一个闭合回路，然后在 $t_2$ 时刻组成另一个闭合回路。这样的过程与电磁感应物理过程中“回路变化”、“磁通量的变化”是毫不相干的。何况在判断导体回路中 $\Phi$ 是否变化、 $\varepsilon$ 是否为零，与回路是否闭合无关。因此用这一例题来论证式(4)不具备普遍性，实际上是企图用一个不正确的命题来否定正确的式(4)。很明显，这是违反科学论证的逻辑性的。

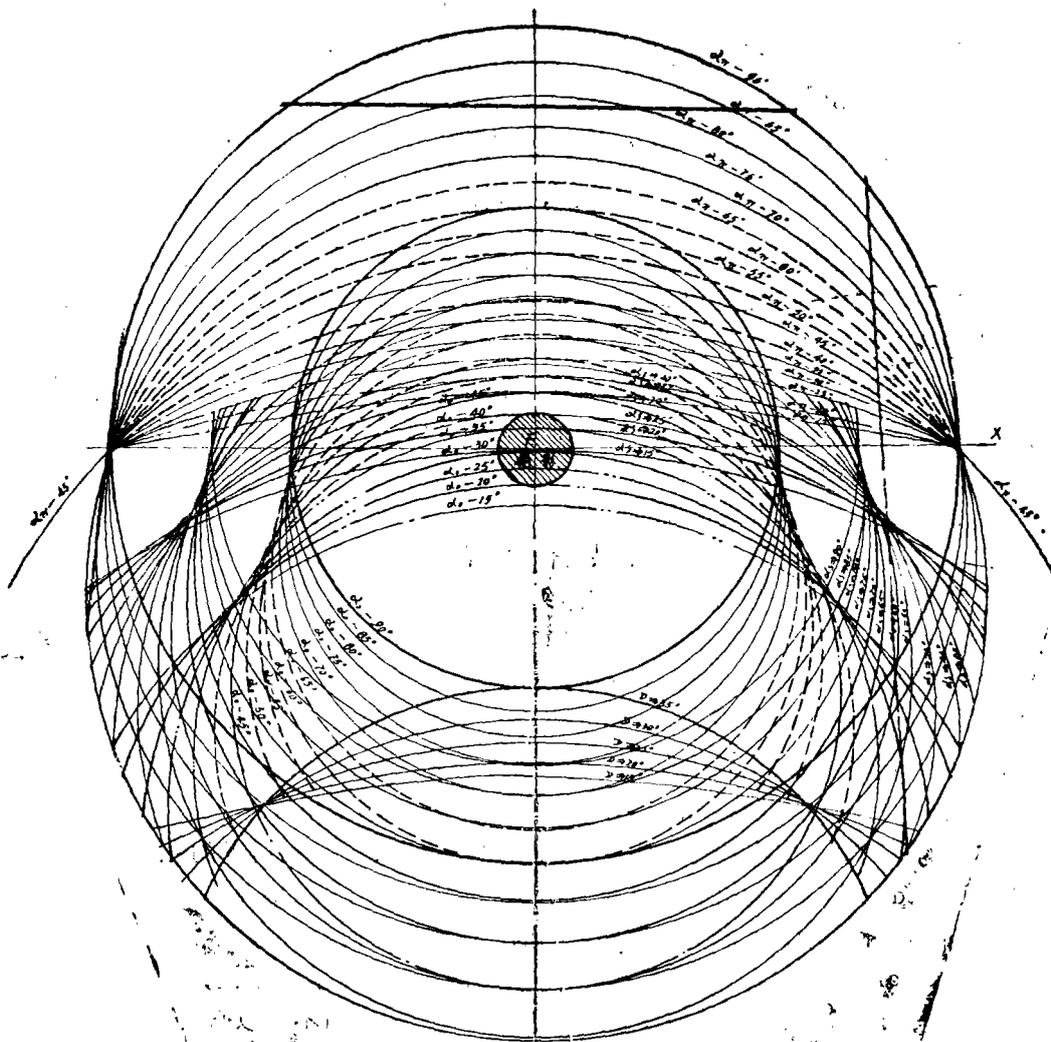
至于写入教材中作为论证式(4)不具备普遍性的例子，例如教材(4)(5)各举出两个例子，其中除教材(5)中的后一个例子需作较详细的讨论，（结论：式(4)对该例也不存在“例外”）其余三个例子，只要在运动的薄导电片(4)的横向画一任意横线（或斜线、甚至任意曲线，只要两端点在导电片的上、下边），及在转动导体圆盘上(5)画一任意半径（在 $B \neq 0$ 的区域），作为选定回路的一部分，当导电片及圆盘运动时，所画的横线及半径随之运动，表示回路及其所包围面积发生变化，也即磁通量发生变化，运用式(4)来判断或计算 $\varepsilon$ 值，将和运用式(3)所得结果完全相同，当然也与实验结果相符。

作为本文的结束语，引用教材(5)中另一处对“佯谬”一词所作解释的概括：“在物理学中佯谬（Paradox）只是我们本身理解上的一种混乱。”有意思的是，费曼教授本人并不把他的教材(5)所举的两个例子称为电磁感应中的“佯谬”，而称之为“‘通量法则’的一些例外（exception）”。尽管“佯谬”和“例外”两词的含义有所不同，但从企图以前面提到的那些例子来论证式(4)不具备普遍性的论证过程来看，可不可以归结为是对法拉第电磁感应定律中的“导体回路”（及其所包围的面积），“磁通量发生变化”这些物理概念“理解上的一种混乱”？诚然，笔者对这些概念的理解是不是也属于“混乱”之列呢？作为一种理解和看法，提出来参与这一问题的讨论。不当之处，请批评指正。

## 参 考 文 献

- 〔1〕 罗维治等,《大学物理》1982,第二期P.20
- 〔2〕 黄宗镇,《物理通报》1982,第二期P.49
- 〔3〕 陈连江,《大学物理》1983,第三期P.18
- 〔4〕 〔美〕 J·D·Kraus著,安绍董译,《电磁学》§7-6
- 〔5〕 〔美〕 R·P·Feynman等著,王子辅译,《费曼物理学讲义》§17-2

(上接70页附图)



太阳灶有效百分分析图