

聚光太阳灶有效面分析图方程及应用

王 乐 轩

(太阳 能研究室)

提 要

聚光太阳灶有效面分析图,是设计过程中合理地选择有效反射面的应用工程算图。已知太阳灶使用地域(地理纬度)和每年使用期间(全年或三月至十月)等要求,应用此图能快速简便地选择出合理的反射面形状和尺寸大小。本文详细论述了它的射影几何原理和解析方程式、图的结构与绘图程序、各种反射面选择应用举例:小面积大焦距与大面积小焦距反射面选择;偏于大高度角和偏于小高度角使用的反射面选择;主要在太阳高度 30° 至 75° 使用的反射面选择;组装式等分面积反射面选择等。

一、前 言

聚光太阳灶是利用某些几何曲面的光学特性,把较大面积的阳光汇聚在较小的区域里,增加阳光的辐射通量密度,从而获得能进行各种炊事操作的焦团。我国聚光太阳灶反射面,大都采用旋转抛物面的某一部分,但选择那一部分呢?这是需要解决的问题。反射面设计理论在我国近几年流行两种设计方法:正轴设计方法;偏轴设计方法。我们于1981年取这两法之精华,克服其不足而提出了“有效面分析法”,此法已有教材或书籍作了介绍。我们又在“有效面分析法”的基础上,经过几年的设计实践,进一步吸收国内反射面理论中合宜内容,总结绘制了“聚光太阳灶有效面分析图”,这是一种应用工程算图,应用此图进行聚光太阳灶反射面设计,只需已知太阳灶在哪个地方使用,每年使用期限(如3月至10月使用或全年都使用),使用人口数及其它特殊要求,就可以在图上找出相应的有关线条,快速简便地设计出聚光太阳灶反射面的形状和尺寸大小。下面介绍该图的原理、方程、构造及应用举例。

二、基 本 概 念

1. 基本假设

(1) 假设锅为平底锅。锅底平面 G 与地平面 D 在炊事过程中维持平行($G \parallel D$)。

(2) 假设旋转抛物面(S_F)上任一点的反射光,不是锥角 $32'$ (太阳像角)的反射光束,而是一条理想反射光线。

(3) 锅底平面 G 对应的理想反射光锥($S\alpha$)角(α)又称汇集角。 α 的值域 $[0^{\circ}, 180^{\circ}]$ 。例如(图1)中假设理想反射光锥角 $\alpha_s = 180^{\circ}$ 。

(4) 太阳高度角 h 的值域 $[0^{\circ}, 90^{\circ}]$ 。

(5) 旋转抛物面(S_F)的主轴 $S\infty$ 始终平行太阳光线,在炊事过程中随太阳高度 h 变

*参加研究的还有:马光援、杨满香、张嵩英、王玉芬

化而变化。

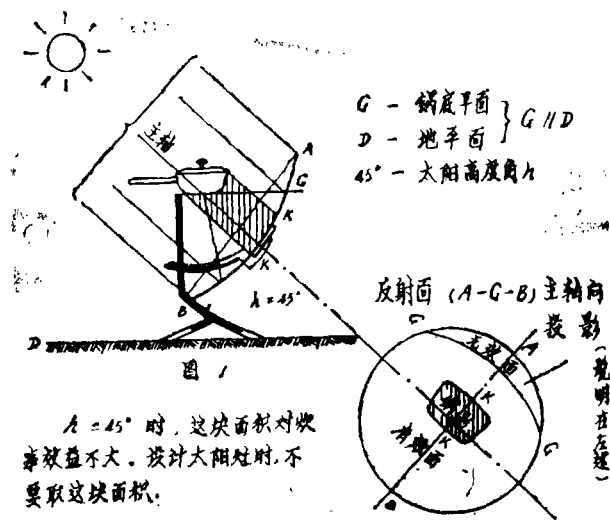
2. 基本概念

(1) 有效面

何谓有效面,从示意图1可以看出:锅底平面G对应的理想反射光锥角 $\alpha_x = 180^\circ$,即G平面以下区域,正处在太阳高度角 $h = 45^\circ$ 时。这时反射面A—G部分在G平面以上,即 $\alpha_x = 180^\circ$ 以外,反射光汇聚于锅帮上,焦斑分散对炊事效益不大,若锅帮上有保温套时则无效。锅影遮挡的部分反射面K—K,也是无效反射面。G—B部分除去锅影,在G平面以下,即 $\alpha_x = 180^\circ$ 以内,反射光能汇聚锅底处,故为有效反射面,简称有效面,又由于这是在一瞬时($h = 45^\circ$ 时),得到的有效面,故又称瞬时有有效面。

(2) $h_{\max} \rightarrow h_{\min}$ 的有效面(F_u)

现用前述的五条基本假设,说明何谓太阳高度角 h 自 h_{\max} 变化到 h_{\min} 的有效面(F_u)。假设中已指出旋转抛物面(S_F)主轴 S_∞ 始终平行大阳光线,锅底平面G与地平面D恒定平行,锅底平



面对应的理想反射面光锥(S_α)与地平面D相对位置恒定。在太阳灶运行中,太阳高度角 h 每时每刻都在变化,故旋转抛物面(S_F)的主轴 S_∞ 与锅底平面G(包括地平面)与理想反射光锥(S_F)的相对位置随着 h 也在变化。在 h 为 h_{\max} 时,理想反射光锥(S_α)对应旋转抛物面(S_F)上的反射面 Fu_1 ,即为 $h = h_{\max}$ 瞬时有有效面,在 h 为 h_{\min} 时,理想反射光锥(S_α)对应旋转抛物面(S_F)上的反射面 Fu_2 ,即为 $h = h_{\min}$ 瞬时有有效面。

$$Fu_1 \subset S_F$$

$$Fu_2 \subset S_F$$

$$\{h_{\max} \rightarrow h_{\min}\} \Rightarrow Fu = Fu_1 \cap Fu_2 = \{x | x \in Fu_1, \text{ 且 } x \in Fu_2\} \quad (1)$$

$F_u = Fu_1 \cap Fu_2$ 即为太阳高度角自 h_{\max} 变化到 h_{\min} 有效面。

有效面 F_u 内各部分对炊事效益有何区别?

F_u 的形状和尺寸大小如何确定?

这就需要了解旋转抛物面(S_F)与理想反射光锥面(S_α)正投影和有关方程式。

三、正投影和方程式

为了研究旋转抛物面(S_F)与理想反射光锥面(S_α)正投影和方程式,特此,设旋转抛物面(S_F)处在太阳高度角 h 为 h_{\min} 位置来研究之,并采用“右手空间坐标系”,坐标原点取在焦点F处,旋转抛物面(S_F)的主轴 S_∞ 为Z坐标,理想反射光锥面(S_α)顶点在焦点F处, S_α 的中心线与锅底平面G(地平面D)始终垂直, S_α 的光锥角取 $\alpha = \alpha_x$ 。正投影图于(图2)示:

1. 旋转抛物面 S_F 见图2。

$$\text{方程式: } x^2 + y^2 = 4f(Z + f) \quad (2)$$

S_F 在 (XFZ) 面的正投影是一条焦距为 f 抛物线。

2. 理想反射光锥面 S_α

S_α 的方程式:

$$(X \sinh + Z \cosh)^2 + Y^2 = \left(\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} (-x \cosh + z \sinh) \right)^2$$

S_α 在 (XYZ) 面正投影为夹角等 α_x 的两条相交直线。

3. S_F 与 S_α 的交线

(1) 交线方程式:

$$S_F \cap S_\alpha = \left\{ (X, Y, Z) \left\{ \begin{array}{l} X^2 + Y^2 = 4f(Z + f) \\ (X \sinh + Z \cosh)^2 + Y^2 = \left(\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} (-X \cosh + Z \sinh) \right)^2 \end{array} \right. \right\} \quad (4)$$

(2) 交线在 (XFZ) 面上正投影方程式, 将(4)式进行变换得交线在 (XFZ) 面正投影方程:

$$Z = \left(\frac{\cosh}{\cos \frac{\alpha}{2} + \sinh} \right) X + 2f \left(\frac{\cos \frac{\alpha}{2}}{\cos \frac{\alpha}{2} + \sinh} \right) \quad (5)$$

由(5)式看出 X 是一次的, 故为直线方程, 即交线在 (XFZ) 面正投影是一条有投影积聚性的直线段, 从图2可以想像出这是平面曲线正投影。

(3) 交线在 (XFY) 面上正投影方程式, 将(5)式代入(4)式得:

$$X^2 + Y^2 - 4f \frac{\cosh}{\cos \frac{\alpha}{2} + \sinh} X + 4f^2 \frac{\cos \frac{\alpha}{2} - \sinh}{\cos \frac{\alpha}{2} + \sinh} = 0 \quad (6)$$

在(6)式中, X^2 和 Y^2 系数相等, 且 XY 项消失, 故为圆的方程, 即交线在 (XFY) 面上正投影为圆, 解(6)式得:

$$\text{园心坐标} \left\{ \begin{array}{l} O_x = 2f \frac{\cosh}{\cos \frac{\alpha}{2} + \sinh} \\ O_y = 0 \end{array} \right. \quad (7)$$

$$\text{园的半径 } R = 2f \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\cos \frac{\alpha}{2} + \sinh} \quad (8)$$

图2中采用球面和辅助面图解法, 可绘出交线在 (XFZ) 面和 (XFY) 面正投影图。但现已证明出 (XFZ) 面上为直线, (XFY) 面上有园, 今后绘图就比较简单了。

4. S_F 与 G 的交线

(1) 交线方程式:

由于锅底平面G可以认为是 $\alpha = 180^\circ$ 的理想光锥面 S_α , 将 $\alpha = 180^\circ$ 代入 (4) 式得:

$$S_F \cap G = \left\{ (X, Y, Z) \left| \begin{array}{l} X^2 + Y^2 = 4f(Z+f) \\ X = Z \operatorname{tg} h \end{array} \right. \right\} \quad (9)$$

(2) 交线的正投影: 因G是 $\alpha = 180^\circ$ 时 S_α , 故知交线在 (XFZ) 面正投影为直线 (段), 在 (XFY) 面正投影为圆, 将 $\alpha = 180^\circ$ 代入 (7)、(8) 式得:

$$\text{圆心坐标} \quad \left\{ \begin{array}{l} O_x = 2f \operatorname{ctg} h \\ O_y = 0 \end{array} \right. \quad (10)$$

$$\text{圆的半径} \quad R = 2f \frac{1}{\sinh} \quad (11)$$

5. S_F 与 D 的交线

(1) 交线方程:

设已知地平面D与旋转抛物面 S_F 交线上一点 (X_d, O, Z_d) $D \parallel G$, 故方程式:

$$S_F \cap D = \left\{ (X, Y, Z) \left| \begin{array}{l} X^2 + Y^2 = 4f(Z+f) \\ Z - Z_d = (X - X_d) \operatorname{ctg} h \end{array} \right. \right\} \quad (12)$$

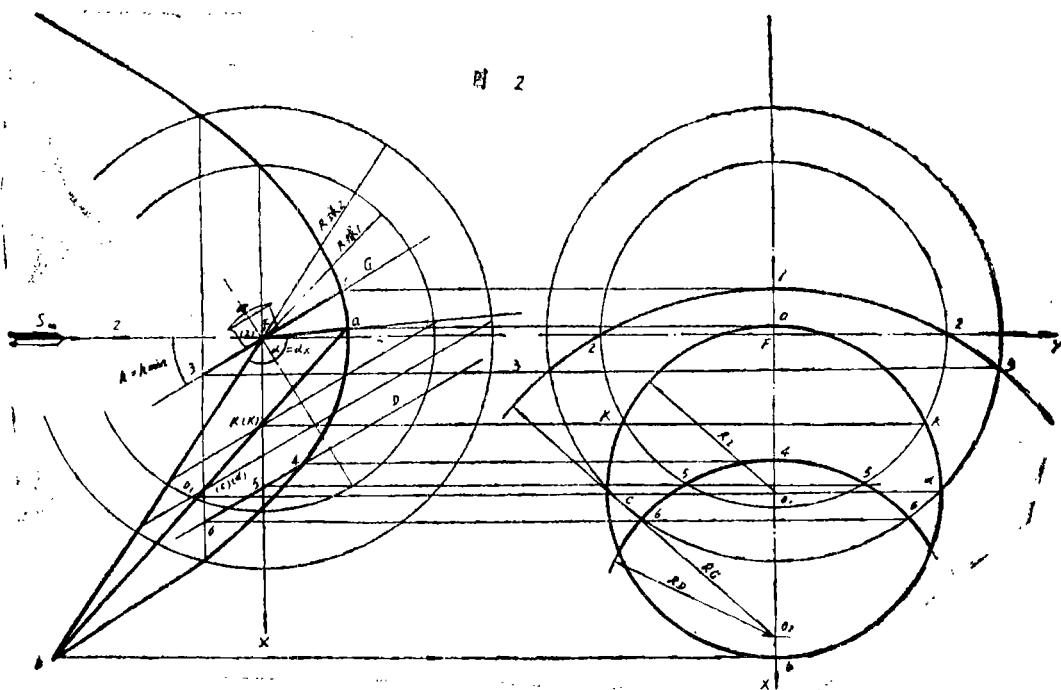


图 2

将 (X_d, O, Z_d) 代入 (2) 式得:

$$X_d^2 = 4f(Z_d + f) \quad (13)$$

(2) 交线在 (XFY) 正投影方程式, 变换 (12) 式, 并把 (13) 式代入得:

$$X^2 + Y^2 - 4f \operatorname{ctg} h \cdot X + 4f \operatorname{ctg} h \cdot X_d - X_d^2 = 0 \quad (14)$$

在(14)式中, X^2 和 Y^2 系数相同, XY 项消失, 故为圆的方程式。

$$\text{园心坐标} \begin{cases} O_x = 2fctgh \\ O_y = 0 \end{cases} \quad (15)$$

$$\text{园的半径} \quad R = 2fctgh - Xd$$

在图2中也可看到, $S_F \cap D$ 交线在(XFZ)面正投影为直线(段), 在(XFY)面正投影为一园。园心与 $S_F \cap G$ 交线同心, 即(15)式与(10)式相同, 半径 $S_F \cap G$ 交线园半径不同。

从上述中可以看出, 交线($S_F \cap S_\alpha$)、($S_F \cap G$)、($S_F \cap D$)在(XFZ)面正投影为直线, 在(XFY)面正投影为园, 这对我们绘制太阳灶有效面分析图提供了很大的方便。

四、有效面分析图构造

聚光太阳灶有效面分析图依四个基本参数, 并根据上述正投影原理和方程式绘制而成。基本构造图如图3, 设计应用的算图如附图所示。

1. 基本参数:

(1)使用太阳高角(h)区间:

使用太阳高度角(h)的区间(h_{\max} 、 h_{\min}), 是根据使用地域的地理纬度(ϕ), 每年的使用期间, 是全年使用或者仅使用数月, 例如3月至10月。

h_{\max} 确定: 当“地理纬度” $\phi \leq 28^\circ$ 则取 $h_{\max} = 90^\circ$; 当 $\phi > 28^\circ$ 按下式取值:

$$h_{\max} = 90^\circ - (\phi - 23.5^\circ) \quad (17)$$

这个数值是使用地域的夏至中午的太阳高度角。

h_{\min} 确定: 按下式取值:

$$h_{\min} \geq [90^\circ - (\phi + 23.5^\circ)] - \Delta h \quad (18)$$

式中: $\Delta h = 4^\circ \sim 10^\circ$ 选取。全年使用当 $\phi > 28^\circ$ 时取(18)式中的“等于”号对应的值。数月使用或 $\phi \leq 23.5^\circ$ 者取(18)式中的“大于号”对应值。具体选择应具体问题具体分析。

据 h_{\min} 值, 可由下列各式算出每天太阳灶最大使用的时数, 和使用起始时间(当地时间 T_m)

$$X = \frac{1}{15} \cos^{-1} \left(\frac{\sin h_{\min} - \sin \phi \cdot \sin \delta}{\cos \phi \cdot \cos \delta} \right) \quad (19)$$

式中: δ 为当天太阳赤纬角。

$$\left. \begin{array}{l} \text{当天使用时数:} \quad T_x = 2X \\ \text{上午起始时间:} \quad T_{m上} = 12 - X \\ \text{下午结束时间:} \quad T_{m下} = X \end{array} \right\} \quad (20)$$

(2)操作高H和距L:

实践证明: 当太阳灶处于 h_{\min} 位置时, 对应的操作距 $L = L_{\max}$, 操作高 $H \approx H_{\max}$, 据人体工程学原理, 我们推荐:

$$H_{\max} = 125 \pm 5 \quad (\text{cm})$$

$$H_{\text{佳}} = 85 \pm 5 \quad (\text{cm})$$

$$L_{\max} = 75 \pm 5 \quad (\text{cm})$$

$$L_{\text{佳}} = 50 \pm 5 \quad [\text{cm}]$$

(3) 理想反射光锥(S_{α})的角 α ;

据国内外学者证明^[4], 由锅底平面G对应的理想反射光锥(S_{α})的 α , 大致可分三类,

较佳光锥角, $\alpha_{\text{佳}} \in [0, (120^{\circ} \text{左右})]$, 在这个区间效果达到80%以上,

可以适用光锥角, $\alpha_{\text{适}} = [120^{\circ}, 150^{\circ}]$, 在这个区间效果达50~80%,

极限光锥角 $\alpha_{\pi} = 180^{\circ}$

(4) 焦距(f):

焦距 f 确定是由多种因素决定, 有使用因素如公称功率与面积大小值, 也有制造工艺条件因素等。为使太阳灶便于机械化生产和便于推广, 本文推荐F系列。

焦距(f)数值大小及其排列顺序, 采用等差数列。首项 $a_{\text{首}} = 50(\text{cm})$, 末项 $a_{\text{末}} = 90(\text{cm})$, 公差 $d = 5(\text{cm})$, 通项公式为:

$$a_n = 50 + (n - 1)5 \quad (21)$$

2. h_{max} 至 h_{min} 有效面分析图(基本构造图)绘制见图3:

太阳高度角 h 自 h_{max} 变化到 h_{min} 有效面(F_u)分析图(基本构造图)绘制是根据前述的四个基本参数与正投影原理和方程式进行的, 具体步骤:

(1) 按焦距(f)绘(S_F)在(XFZ)面正投影—抛物线。

(2) 绘 $h = \frac{\pi}{2}$ 时, G(即 S_{α} 的 $\alpha = \alpha_{\pi} = 180^{\circ}$)与 S_F 交线($\alpha_{\pi} - h = \frac{\pi}{2}$)的正投影。

(XFZ)面上为直线段 F_1F_2 , (XFY)面上为半径 $= R_1$ 的园。

(3) 绘 $h = h_{\text{max}}$ 时, G(即 S_{α} 的 $\alpha = \alpha_{\pi} = 180^{\circ}$)与 S_F 交线($\alpha_{\pi} - h_{\text{max}}$), 在(XFZ)面正投影为 $R = R_5$ 的园。

(4) 绘 $h = h_{\text{min}}$ 时, G(即 S_{α} 的 $\alpha = \alpha_{\pi} = 180^{\circ}$)与 S_F 的交线($\alpha_{\pi} - h_{\text{min}}$)。在(XFY)面正投影为 $R = R_7$ 的园。

(5) 绘 $h = \frac{\pi}{2}$ 时, $\alpha = \alpha_{\text{佳}}$ 之 S_{α} 与 S_F 的交线($\alpha_{\text{佳}} - h = \frac{\pi}{2}$)。在(XFY)面正投影为 $R = R_2$ 的园。

(6) 绘 $h = h_{\text{max}}$ 时, $\alpha = \alpha_{\text{佳}}$ 之 S_{α} 与 S_F 交线($\alpha_{\text{佳}} - h_{\text{max}}$), 在(XFY)面正投影为 $R = R_4$ 的园。

(7) 绘 $h = h_{\text{min}}$ 时, $\alpha = \alpha_{\text{佳}}$ 之 S_{α} 与 S_F 交线($\alpha_{\text{佳}} - h_{\text{min}}$)。在(XFY)面正投影为 $R = R_6$ 的园。

(8) 绘 $h = h_{\text{max}}$ 时 $\alpha = \alpha_{\text{适}}$ 之 S_{α} 与 S_F 交线($\alpha_{\text{适}} - h_{\text{max}}$)。在(XFY)面正投影为 $R = R_3$ 的园。

(9) 绘 $h = h_{\text{min}}$ 时 $\alpha = \alpha_{\text{适}}$ 之 S_{α} 与 S_F 交线($\alpha_{\text{适}} - h_{\text{min}}$)在(XFY)面正投影为 $R = R_1$ 的园。

(10) 绘 $h = h_{\text{min}}$ 时过点(X_d , O , Z_d)之地平面 D 与 S_F 支线($D - h_{\text{min}}$)。在(XFY)面正投影为 $R = R_8$ 的园。 X_d 的值有两个办法决定之。第一办法先取 H , 由 H 值按下式计算: $X_d = H \cdot \cosh_{\text{min}}$; 第二办法由($\alpha_{\text{佳}} - \alpha_{\text{max}}$)的园(R_4)来定, 即:

$$X_d = \frac{\sin \frac{\alpha_{\text{佳}}}{2}}{\cos \frac{\alpha_{\text{佳}}}{2} + \sinh_{\max}}$$

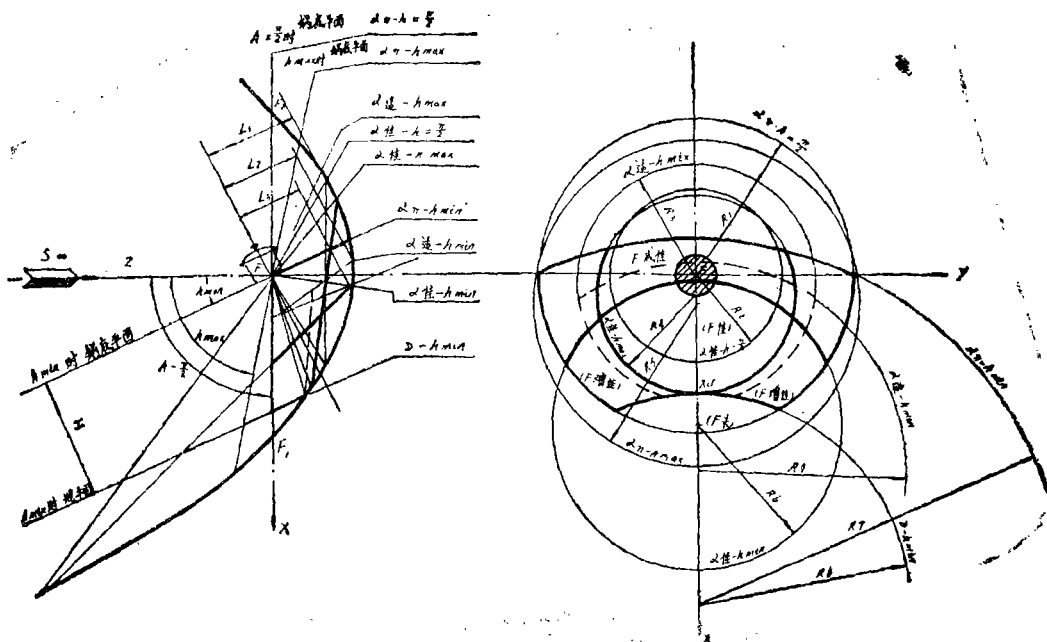
3. 分析:

对有效面 (F_u) 的分析, 利用 (XY) 面正投影比较直观、清晰, 如图3中粗实线和虚线所示。

有效面 (F_u) $\Rightarrow [\alpha_{\pi} - h_{\min}, \alpha_{\pi} - h = \frac{\pi}{2}]$ 区间面积。

较佳面 ($F_{\text{佳}}$) $\Rightarrow [\alpha_{\text{佳}} - h_{\min}, \alpha_{\text{佳}} - h_{\max}]$, 这块面积在 h 自 h_{\max} 变至 h_{\min} , 它都处在 $\alpha_{\text{佳}}$ 之内, 效果在80%以上。

较适面 ($F_{\text{适}}$) $\Rightarrow [\alpha_{\text{适}} - h_{\min}, \alpha_{\text{适}} - h_{\max}]$, 这块面积在 h 自 h_{\max} 变至 h_{\min} , 它都处在 $\alpha_{\text{适}}$ 之内, 效果在50%以上, (图中虚线表示)。



$$F_u \supset \{F_{\text{佳}}, F_{\text{适}}, F_{\text{减佳}}, F_{\text{增佳}}, F_{\text{未}}\}$$

$$F_{\text{适}} \supset F_{\text{佳}}$$

$$F_{\text{增佳}} \supset F_{\text{未}}$$

4、设计应用的算图—太阳灶有效面分析图解

为了能满足各个地域、各种使用期间、多种特殊使用要求, 及整个焦距(f)系列。特按上述基本参数和基本绘图法, 绘制了太阳灶有效面分析图解, 见附图, 便于设计太阳灶时选择太阳灶有效面应用。

太阳灶有效面分析图解的构造:

($\alpha_x - h_x$) 园簇按 $h = 15^\circ, 20^\circ, 25^\circ, \dots, 90^\circ$ 共16个园。

($\alpha_{\text{适}} - h_x$) 园簇按 $h = 15^\circ, 20^\circ, \dots, 90^\circ$ 共16个园。

($\alpha_{\text{佳}} - h_x$) 园簇按 $h = 15^\circ, 20^\circ, \dots, 90^\circ$ 共16个园。

($D - h_x$) 园簇按 $h = 15^\circ, 20^\circ, 25^\circ, 30^\circ, 35^\circ$ 共5个园。

图的尺寸系数—设图上量的尺寸(L), 实际尺寸(L_s), 单位取(mm), 当焦距为 F 时,

$$L_s = \frac{10}{750} \cdot L \cdot F$$

五、应用举例

应用〈太阳灶有效面分析图解〉, 进行反射面设计, 必须首先知道使用地域(即地理纬度), 每年使用的期间, 反射面轴向投影的面积与标称功率, 及其它特殊要求。然后根据地理纬度和每年使用期间算出 h_{max} 与 h_{min} , 再据面积及其它特殊要求确定反射面形状和尺寸大小。下面简述几个特例:

1. 小面积大焦距的反射面选择。

如河南能源所的箱式太阳灶, 面积仅 1M^2 , 焦距 80cm , 这时可去掉锅影, 全部在较佳面($F_{\text{佳}}$)内选取。图4

2. 主要考虑便于中年妇女操作“小焦距大面积”反射面选择, 如郑州工学院81年4月研制的 $f = 50\text{mm}$ 的蝶形灶, 其操作距和高都是按我国中年妇女人体参数最佳值设计的。(图5)。

3. 在 $h = 30^\circ$ 至 70° 时使用, 有较高效率的两种反射面选择法; 一是较适面选择方案。如无锡能源所及农工院能源室83年的太阳灶。图6。另一是以“较佳面”“变减面”为主的矩形面选择方案, 如河北能源所83年设计的太阳灶。图7。

4. 偏于小高度角和大高度角使用的反射面选择:

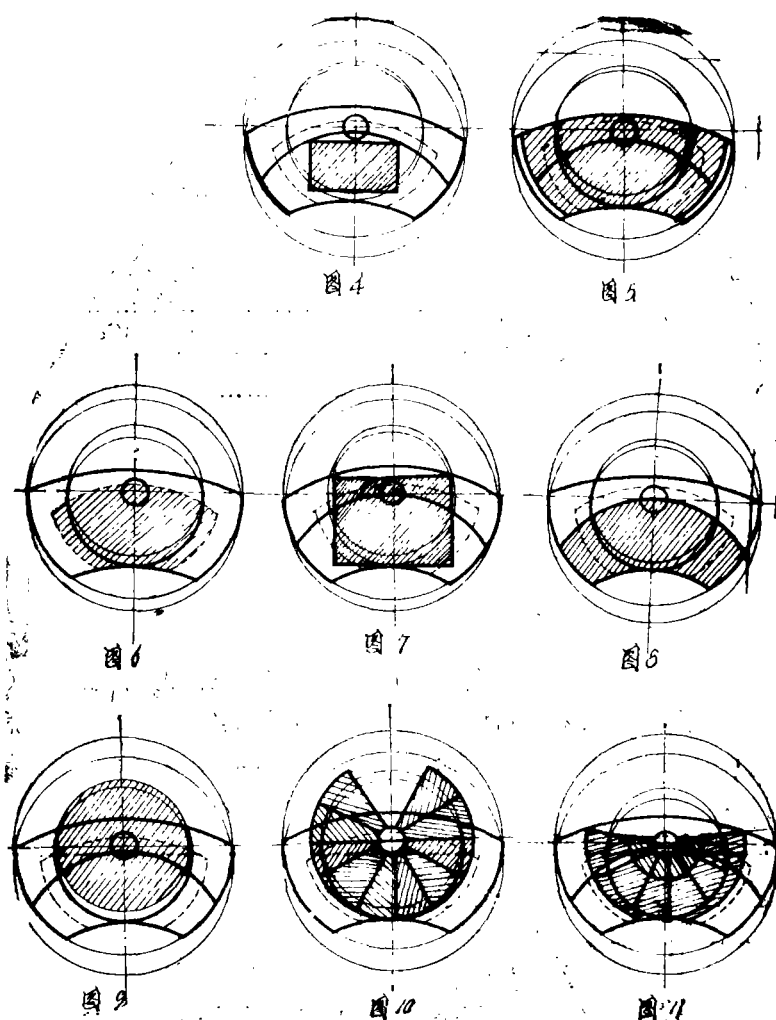
偏于小高度角使用的太阳灶, 如郑州工学院81年5月研制的鹰翼灶, 主要取较佳面和变增面图8。

偏于大高度角使用且制造方便, 常选择 $h = \frac{\pi}{2}$ 时的较佳面, 即园形灶, 如盐城的魔镜灶图9。

5. 等分面积组装式反射面选择。

这种选择方案易于制成便携式可拆卸的太阳灶, 且有利于机械化生产和制作模具。偏于大高度角使用的如四川渡口人武部设计方案图10, 考虑中, 高纬度地区使用, 可采用图11的方案。

近几年国内很多学者，对“有效面分析图”提出了很多宝贵意见，对此我们深表感谢。



(附图下转78页)

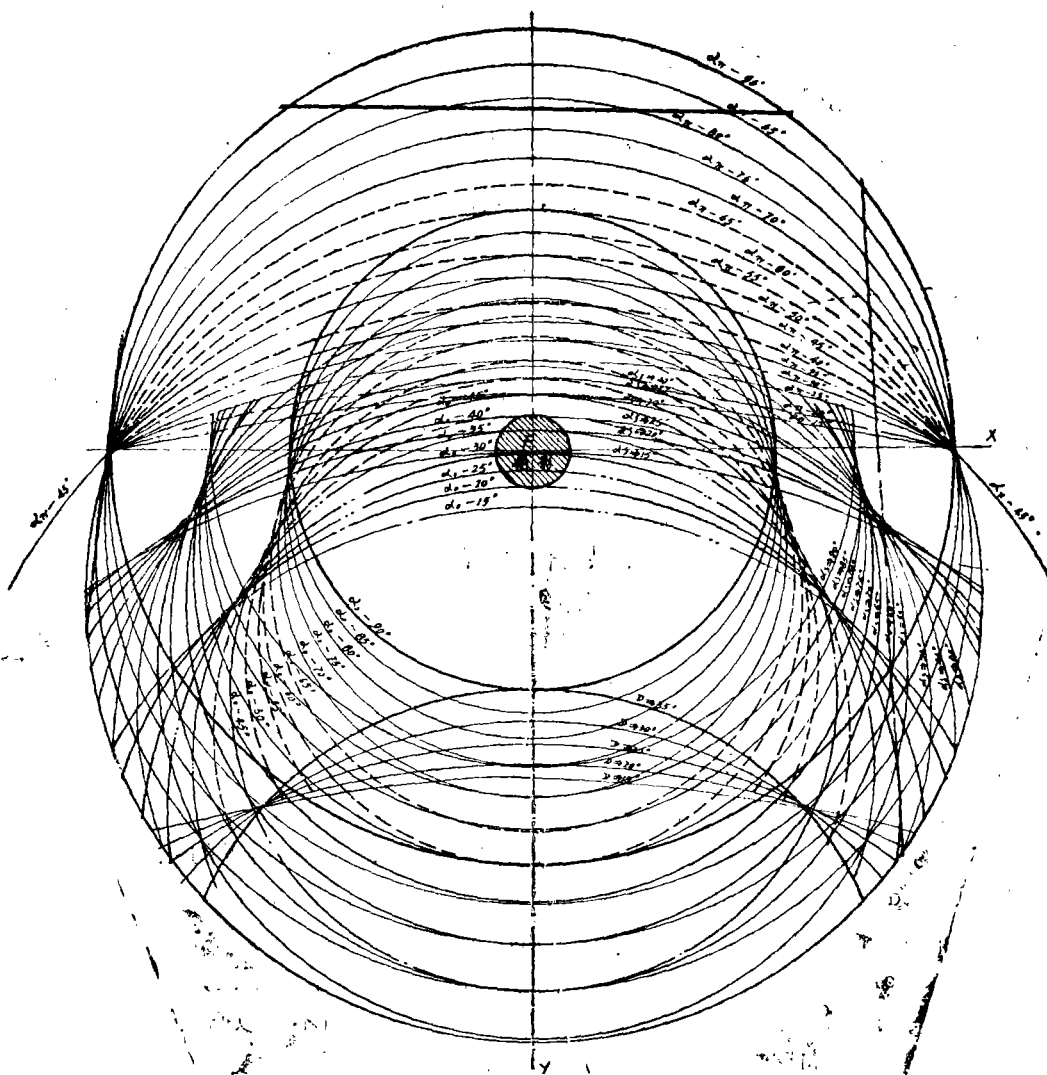
参 考 文 献

- [1] 郑州工学院编《太阳能应用工程学》1982
- [2] А.Л. Норден著 《曲面论》
- [3] Н.Ф. Четверухин著 《射影几何学》
- [4] 徐永舜 《无锡能源所试验报告》 1983

参 考 文 献

- [1] 罗维治等,《大学物理》1982,第二期P.20
- [2] 黄宗镇,《物理通报》1982,第二期P.49
- [3] 陈连江,《大学物理》1983,第三期P.18
- [4] [美] J·D·Kraus著,安绍董译,《电磁学》§7-6
- [5] [美] R·P·Feynman等著,王子辅译,《费曼物理学讲义》§17-2

(上接70页附图)



太阳灶有效百分分析图