

予 测 技 术

那庆昱

(科 研 所)

提 要

本文概要地阐述了预测技术内容、方法及其应用。着重应用定量预测方法中的重回归模型, Kalman-Filter, GMDH (Group Method of Data Handling) 三种方法, 比较性的对城市供配水网进行预测。从数据处理, 变量选择, 数学模型建立, 未来预测等环节入手, 对预测技术进行讨论。预测的结果则是为计算机最佳控制创造条件。

一、前言

预测技术, 这是一个具有广泛性、普通性的课题。所谓预测则是在现有的技术、经验、观测所得数据之基础上, 推测其未来状态。在我们的现实中, 有待预测的项目很多, 但具有代表性的项目如:

- ①、自然界 (物体运动, 气象, 海象)
- ②、工程 (温度, 流量, 速度, 浓度)
- ③、经济 (消耗额, 贸易额, 收入, 支出)
- ④、经营 (商品需要动向, 销售量, 库存量, 利润)
- ⑤、环境 (大气污染物质浓度, 水质污染物质质量, 噪音水平)
- ⑥、社会 (人口, 视听率, 交通量, 选票等)
- ⑦、技术 (新技术)

预测精度的本身主要取决于数学模型的精确程度, 数学模型有赖于构成系统的条件、因素的全面性及推测模型的途径或者定性判断的正确性。

大致来说预测步骤可分为五点:

- ①、明确预测对象、目的、范围。
- ②、分析同预测对象有关的因素。
- ③、模型化。也就是决定系统模型结构及参数估值。
- ④、预测。首先确定初始条件, 按其模型进行预测。
- ⑤、讨论预测结果, 审核预测精度。若结果的准确性差时, 便反覆操作步骤①~④, 直到满意为止。

预测技术体系分作定性分析法, 半定性分析法, 定量分析法。在定性分析法中具有代表性的如方案法 (作超长期预测规划); 关连树法 (开发性规划); ISM法 (结构分析预测)。在半定性分析法中如DEMATEL法 (问题复合体的预测分析); 正交矩阵法 (技术预测)。

在定量性预测方法中如模拟（排队预测），数理模型（水质，大气质等预测），计量经济模型（经济预测），重回归模型（需要量预测，经济指标预测），判别函数模型，数量化模型（视听率，选票率），时间系列模型（大气污染，水质污染，河川流量），GMDH（人口，大气污染，河川流量）。这些方法种类繁多，不能包罗万象的一一说明，本文想通过熟知的城市供配水为对象，使用定量性预测中的三种方法，予以实践、比较，以便对预测技术进行深入浅出的讨论。

二、预测对象及其有关因素

为了使广大地区上水道系统做到经济的合理的进行管理，需明确在什么时候，从哪个水源地把所需要的水取到手，经过哪些净水场和配水池。若做到合理地供给用户，必须考虑取水量控制，过滤池流量控制，各个净水场及配水池的水位控制，水泵场的水泵台数，流量阀开度控制，流量控制等等问题。

上水道系统由于是经由长的导水管，送配水管而到达用户那里，因此，在一般情况下时间迟后性大。为了经济地、合理地做到上水道系统管理、控制，有必要预测每间隔一个小时的需要量，几个小时的需要量，同时，还希望达到需要量预测的准确性。

水的需要量，除了根据人们日常生活和生产过程表现为周期性变化之外，还受到季节，天气、星期几、气温这些因素的影响，显示出它的随机性。此外，也还可能有意想不到的事故（火灾）等紧急情况发生。在此，根据主要因素做了分析。为了尽可能用简单的模型得到精度好的预测结果，本文依照重回归分析，Kalman-Filter，GMDH（Group Method of Data Handling）三种方法制作出数学模型进行预测，并作以评价比较。

三、模型化和预测

1、重回归模型法预测

对影响水需要量的各主要因素，进行相关分析后，决定其主要的独立变量，再做重回归分析。

设输出变量为Y，影响Y的输入变量设为 x_1, x_2, \dots, x_i ，则重回归模型用如下形式表示：

$$Y = \beta_0 + \sum_{i=1}^1 \beta_i x_i + \varepsilon \dots \quad (1)$$

其中 ε 是误差。

若把 $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_i$ 的最佳不偏推测值用 b_0, b_1, \dots, b_i 表示时，则关于Y的 x_1, x_2, \dots, x_i 的重回归式可写为

$$Y = b_0 + \sum_{i=1}^1 b_i x_i \quad (2)$$

做了相关分析后的结果，取配水量的增量作为输出变量，前一天的配水量，天气变化，星期变化，（只简单分为平日和休息日两种情况考虑）气温变化及它们的积（如星期变化Y

和天气变化 T 之积 $T \times Y$ 作为一个输入变量考虑)等当作输入变量。关于评价标准,是把误差平方和的最小值,选择为最佳情况。因为取配水量的增量当作因变量,所以把前一天的实测配水量加到预测配水量上面,就能求出当天的配水量的预测值。

选用的输入变量,根据各个配水池的情况而不同,这是因为各配水池所在地区需要水的情况有差异。表1为各配水池所选择的输入变量。以大谷低区为例,选择的输入变量为:前一天的配水量 H ,星期变化 Y ,大谷高区配水量的增量 $HD(2)$,星期变化和天气变化之积 $Y \times T$ 。

表1 各配水池被选择的输入变量

番号	配水池	被选择的输入变量
1	大谷低区	$Y, Y \times T, H, HD(2)$
2	大谷高区	$Y, K, H, HD(1)$
3	山神低区	$Y, K, T \times Y, T \times K, H, HD(4)$
4	山神高高区	$T, Y, Y \times K, H, HD(3)$
5	永犬丸	$T, K, Y, T \times Y, T \times K, H$
6	二 岛	$K, T \times K, H$
7	别 所	T, Y, H
8	高 见	$Y, K, T \times Y, T \times K, H$
9	山 岬低区	$Y, T \times Y, H, HD(10), HD(11)$
10	山 岬高区	$T \times Y, H, HD(9), HD(11)$
11	岬 高高区	$T, H, HD(10)$

图1是各配水池预测结果的精度。从预测结果来看,大部分配水池的预测误差在10%以下,大约能占配水池总数的90%。如果把各配水池的预测精度比较一下的话,山岬低区,山岬高区,山岬高高区比其他配水池的预测精度低些,认为这是由于配水池的配水量较小,而

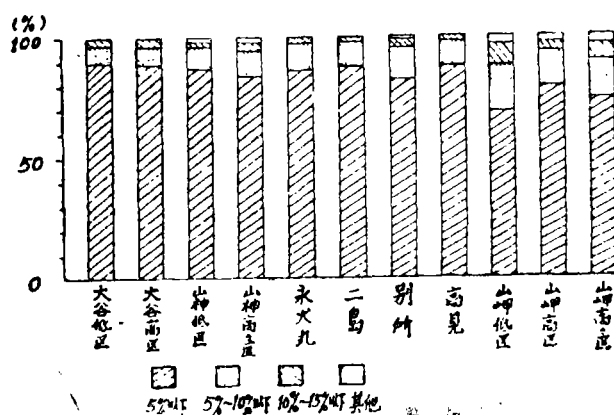


图1. 重回归模型法日配水量的预测精度

变化的随机性大之缘故。

2, GMDH法予测

GMDH法是把系统的输入输出数据, 基于自寻组织化原理来解析的, 是进行定量模型化的一种方法。它是解决复杂的非线性系统的“模型化困难”和“高阶维次”的有力的方法。

GMDH法是把系统划分一些层后进行模拟的, 在各选择层中, 把中间变量当作输入变量, 构成部分表现式, 再把这个按照多层堆积方式, 构成完全表现式。

在此, 把 $x_i (i=1, 2, \dots, n)$ 作为输入变量, 把 y 作为输出变量, 在输入和输出之间具有如下形式的非线性关系。

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (3)$$

把该式称为系统的完全表现式。

一般情况下, 系统完全表现式可用多项式, Bayes函数, 周期函数, 有理函数等形式, 但其中最基本的基础函数, 现在多半采用Kolmogorov—Gabor多项式,

$$\Phi = a_0 + \sum_i a_i x_i + \sum_{i,j} a_{ij} x_i x_j + \dots \quad (4)$$

这个多项式在原则上是由两个变量组合的二次多项式所组成的, 把这个二次多项式称为部分表现式。如:

$$y_k = b_0 + b_1 x_i + b_2 x_j + b_3 x_i x_j + b_4 x_i^2 + b_5 x_j^2 \\ k = 1, 2, \dots, n(n-1)/2 \quad (5)$$

上式中 y_k 是中间变量。

完全表现式构成的过程简述如下:

首先, 对于最初选作的输入变量 x_1, x_2, \dots, x_N , 任取两个变量 $x_i, x_j (i \neq j, i, j=1, 2, \dots, N)$ 组成二次多项式形式的部分表现式。这两个变量的二次多项式, 总共能组合成31种形式。

$$\begin{aligned} \text{例如: } y_1 &= b_0 + b_1 x_i + b_2 x_j + b_3 x_i x_j + b_4 x_i^2 + b_5 x_j^2 \\ y_2 &= b_0 + b_1 x_i + b_2 x_j + b_3 x_i x_j \\ y_3 &= b_0 + b_1 x_i + b_3 x_i x_j \\ y_4 &= b_0 + b_1 x_i + b_2 x_j + b_4 x_i^2 \\ &\vdots \end{aligned} \quad (6)$$

其次, 根据最小2乘法推测二次多项式的系数, 由变量增减法选择变量, 按AIC 基准进行自寻选择, 直到选出最佳的二次多项式。AIC以下式给出,

$$AIC = -2 \cdot (\text{最大对数尤度}) + 2 \cdot (\text{未知参数的个数}) \quad (7)$$

第1项表示对模型的数据应用的好坏, 第2项表示对参数增加的处罚。按照AIC值最小为原则, 从全部的 $x_i, x_j (i \neq j, i, j=1, 2, \dots, N)$ 中, 选出某两个变量 x_i, x_j 的部分表现式, 把它的中间变量当作新的输入变量。再从这些中间变量中选取AIC值小的一些中间变量, 进入下一层, 由AIC进行自寻选择。这过程反覆进行, 当AIC值不再减小时, 上述自寻选择工作也就停止, 便找出了最佳部分表现式。

图2是GMDH法工作示意框图。图中 m 表示输入变量 x 的个数,人为选择最佳部分表现式的个数。使用GMDH方法对各配水池进行日配水量和小时配水量预测时,采用天气变化、星期变化,上午9时的气温差,中午12点的气温差,以及实测配水量的增量等作为输入变量。

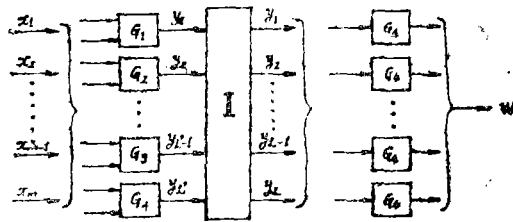


图2. GMDH的框图

在模拟时采用的数据是从1月到8月的250天数据,从1月到5月的150天数据,以及从7月到10月8日的100天数据,分为三种情况,分别预测从每种情况截止前一天到12月30日的日配水量。

首先,例举使用250天数据进行模拟的情况。在第1层按照变量增减法作变量选择。按AIC标准选择最佳部分表现式。该层被选取的最佳部分表现式如下:

$$Y_1 = -32.2009 + 14.0653x_1 + 1.9966x_2 + 0.3156x_1x_2 - 1.5632x_1^2 - 0.1046x_2^2$$

$$Y_2 = -31.8283 + 14.6283x_1 + 2.6548x_3 - 1.3805x_1^2 - 0.1777x_3^2$$

$$Y_3 = -26.0350 + 16.3635x_1 + 0.3002x_4 - 1.7000x_1^2$$

$$Y_4 = -10.7656 + 2.4845x_2 + 0.1428x_2x_3 - 0.1789x_2^2$$

其中 x_1 : 星期变化

x_2 : 午前9时天气变化

x_3 : 中午12时天气变化

x_4 : 气温差

第2层是把第1层被选择的部分表现式作为中间变量,把该中间变量当作输入变量,按第1层那样自寻选择方式反复进行,最后构成该层的最佳部分表现式,其结果如下:

$$Z_1 = -0.005 + 0.8617Y_1 + 0.1688Y_2$$

$$Z_3 = 0.3871 + 0.9681Y_3 + 0.8592Y_4 + 0.0239Y_3Y_4 - 0.037Y_4^2$$

第3、4层同第2层一样的操作反复进行后,能够选择出相应层的最佳部分表现式。因第4层的最佳部分表现式及AIC和第3层相同,所以在第4层也就自寻操作截止,第3层的最佳部分表现式就作为最终的完全表现式。即

$$U_2 = -0.0015 + 0.4731Z_1 + 0.5359Z_3$$

因此 $V_2 = U_2$

其中 V_2 : 第4层的最佳部分表现式

U_2 : 第3层的最佳部分表现式

其次,使用150天的数据模拟的情况,是在第5层自寻操作截止的。选择出各层最佳部分表现式,其结果如下:

第1层: $Y_1 = -20.9005 + 6.5107x_1 + 1.2846x_2$

$$Y_2 = -22.0240 + 9.1020x_1 + 1.6433x_2 - 0.5061x_1x_2$$

$$Y_3 = -19.4688 + 11.6783x_1 + 0.2962x_2 - 0.9017x_1^2 - 0.0746x_2^2$$

$$Y_4 = -6.9172 + 1.4424x_2$$

第2层: $Z_1 = -0.3218 + 0.9629Y_3 + 0.8219Y_4$

$$Z_2 = -1.2753 + 1.0240Y_1 + 0.1654Y_1Y_2 - 0.0622Y_1^2 - 0.1176Y_2^2$$

$$Z_3 = -0.3311 + 0.9659Y_2 + 0.8416Y_4$$

第3层: $U_2 = Z_2$

$$U_3 = -0.0077 + 0.5391Z_1 + 0.4798Z_3$$

第4层: $V_2 = -0.0046 + 0.5135U_2 + 0.4976U_3$

第5层: $W_1 = V_2$

当使用100天的数据作模拟时, 进行的方法相同, 仍在第5层自寻操作截止, 从各层的部分表现式中, 按AIC基准选出相应层的最佳部分表现式, 其结果如下:

$$W_2 = V_2 = -0.0038 + 0.5150U_2 + 0.5049U_3$$

$$U_2 = Z_1$$

$$U_3 = -0.0074 + 0.5200Z_3 + 0.5049Z_4$$

$$Z_1 = -0.0875 + 0.9408Y_1 + 0.5195Y_4$$

$$Z_3 = -0.0828 + 0.9394Y_2 + 0.4963Y_4$$

$$Z_4 = -0.0074 + 0.5844Y_1 + 0.4544Y_2$$

$$Y_1 = -28.9339 + 14.3848X_1 + 0.6007X_1X_2 - 1.5442X_1^2$$

$$Y_2 = -29.4067 + 14.6483X_1 + 0.5794X_1X_2 - 1.5307X_1^2$$

$$Y_4 = -1.8786 + 1.6775X_2 + 0.0725X_2^2$$

图3为使用250天的数据模拟的日配水量的预测精度。用图可见, 在各部配水池中, 有90%以上的配水池预测误差都低于5%。

例举1980年6月大谷低区配水池的日配水量预测值和实测值相比较, 示于图4。

由图可见, 日配水量的变化是带有周期性的。其预测效果是良好的。

小时配水量的预测也用同样方法, 在模拟中使用的数据和预测期间如下:

模拟期间: 1980年5月3日~5月6日

预测期间: 1980年5月7日~5月10日

表2例出在各层被选择的部分表现式系数。

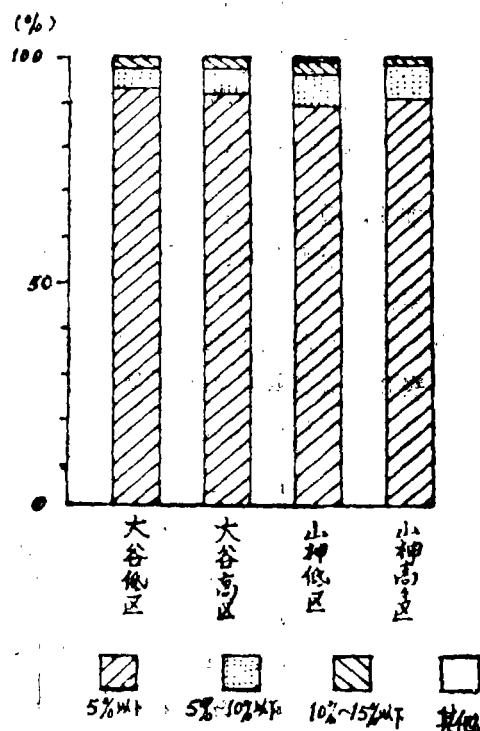
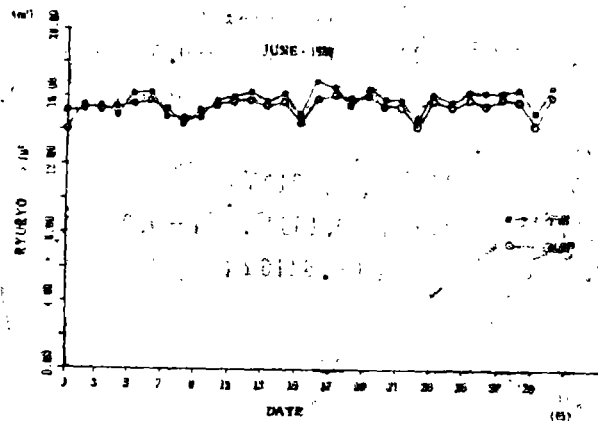


图3

图3、GMDH法的日配水量预测精度



4. GMDH的日配水量预测

表 2 最佳中间表现式的系数

层	中间变量	输入变量	b_0	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
1	Y_1	x_1, x_3	0.5280	0.2771	0.6558	—	—	—
	Y_2	x_3, x_4	0.9878	0.6370	0.2238	—	—	—
	Y_3	x_1, x_4	-0.3826	0.7791	0.5429	—	-0.0305	—
2	Z_3	Y_1	—	-0.0001	—	—	—	—
	Z_4	Y_3, Y_4	0.3689	0.6113	0.4443	—	—	—
3	U_3	Z_3, Z_4	-0.0969	0.6166	0.3980	—	—	—
4	V_1	U	—	1.0000	—	—	—	—

别外, 模拟期间: 1980年6月20日~6月27日 (190小时)

预测期间: 1980年6月28日~6月30日

将该模拟的情况, 在表3例出其各层被选择的最佳部分表现式系数。图5表示使用190小数据模拟小时时配水量的预测精度。这同日配水量预测精度相比较, 其精度是比较低的。

表 3 最佳表现式的系数

层	中间变量	输入变量	b_0	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
1	Y_1	x_1, x_3	-1.1740	0.8354	0.8814	0.0514	-0.0691	-0.0435
	Y_2	x_3, x_4	-0.5844	0.9148	0.5883	-0.0496	—	—
	Y_4	x_1, x_4	-1.0121	1.1982	0.4937	—	-0.0645	—
2	Z_3	Y_1	0.0006	0.9999	—	—	—	—
	Z_4	Y_3, Y_4	0.4644	0.7392	—	—	—	0.0244
3	U_3	Z_3, Z_4	-0.1102	0.5878	0.4279	—	—	—
4	V_1	U_2	0.0001	1.0000	—	—	—	—
5	W_1	V_1	-0.0001	1.0000	—	—	—	—

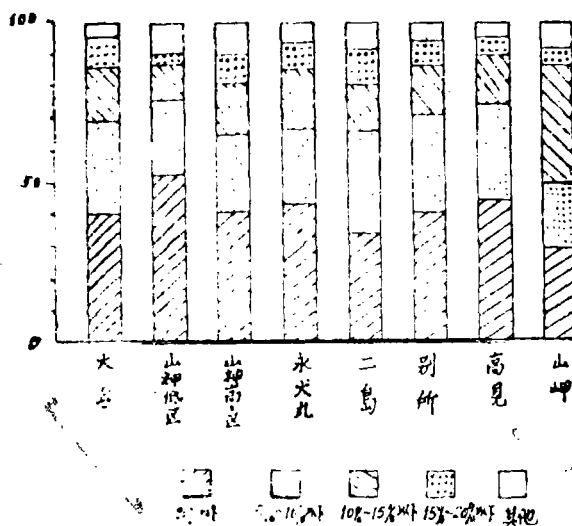


图5、GMDH法小时配水量的预测精度

图6是1980年6月25日别所配水池的预测小时配水量和实测配水量的变化情况。因为以小时为单位的配水量变化的比率相当大，而且无规则性也大，所以预测精度不理想。

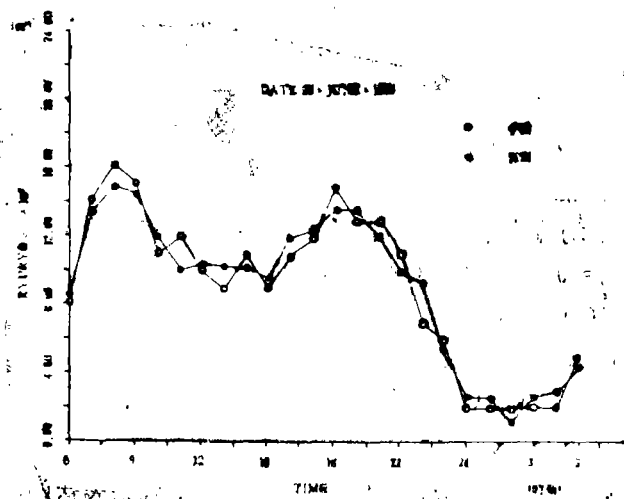


图6、GMDH法小时配水量的预测

3、Kalman—Filter法预测

预测的对象也是11个配水池，虽然可以把11个配水池集中起来进行模型化，但这样是需要大量的存储单元和计算时间，所以采用逐个进行方式。取配水量作为观测量，而且天气变化，星期变化，气温变化，这些都是依赖于过去配水量的。把下列的概率差分方程当作观测方程式，来进行模型化。

$$x_1(t+1) = x_1(t)h_{11} + x_1(t-1)h_{12} + \cdots + x_1(t-n+1)h_{1n} \\ + T_1h_{1, n+1} + \cdots + T_gh_{1, n+g} + Y_1h_{1, n+1} + \cdots +$$

$$Y_i h_{i, n+1} + K h_{i, n+1} + W_i(t) \quad (8)$$

其中, $X_i(t)$: 第*i*个配水池在时刻*t*的配水量

T_i : 表示天气变化的量

Y_i : 表示星期变化的量

K : 气温差

h_{ij} : 系统参数

$W_i(t)$: 噪音

如果写成矩阵形式的话, 即为:

$$x_i(t+1) = G(t)h(t) + W(t) \quad (9)$$

其中 $G(t) = (x_i(t), x_i(t-1), \dots, x_i(t-n+1), T_1, \dots, T_n, Y_1, \dots, Y_n, K)$

$$h(t) = (h_{i1} \dots h_{in} \dots h_{i, n+1}) \quad (10)$$

当设 $Z_i(t) = x_i(t+1)$ 时, 则观测方程式即为

$$Z_i(t) = G(t)h(t) + W(t) \quad (11)$$

上式是把过去几天(几小时)的实测配水量当作输入变量的情况, 因为天气分为晴、云、雨三种状态, 所以天气变化参数的个数是9个, (晴 \Rightarrow 晴、晴 \Rightarrow 云、晴 \Rightarrow 雨、云 \Rightarrow 晴、……等), 星期只分为平日和节日两种状态, 因此星期变化的参数的个数是4个(休息日 \Rightarrow 平日、休息 \Rightarrow 休息日、平日 \Rightarrow 平日、平日 \Rightarrow 休息日), 若把系统考虑为静态系统的话, 则系统状态方程式假定如下:

$$h(t+1) = \Phi h(t) + V(t) \quad (12)$$

其中, Φ , $\Phi = I$ (单位矩阵)

$V(t)$: 噪音向量

$W_i(t)$ 及 $V(t)$ 是平均值为零, 包含下列方差的独立的高斯分布向量。

$$E[W_i(t)] = 0 \quad E[V(t)] = 0$$

$$E[W_i(t)V'(t)] = 0$$

$$E[W_i(t)W_i(t')] = Q(t)\delta_{t,t'}$$

$$E[V(t)V'(t')] = R(t)\delta_{t,t'}$$

根据该系统方程式(11)、(12)做状态推测、进行预测, 如果根据Kalman—Filter理论的话, 则误差方差最小时的状态推测值 $\hat{h}(t+1)$ 是由下式来表达的,

$$\hat{h}(t+1) = \Phi \hat{h}(t) + K(t) [Z_i(t) - G(t) \hat{h}(t)] \quad (13)$$

$$K(t) = \Phi P(t) G^T(t) [G(t) P(t) G^T(t) + Q(t)]^{-1} \quad (14)$$

$$P(t+1) = \Phi S(t) \Phi^T + R(t) \quad (15)$$

$$S(t) = [I - \Phi^{-1} K(t) G(t)] P(t) \quad (16)$$

如果给出初始值 $\hat{h}(0)$ 、 $P(0)$ 、 $R(0)$ 、 $Q(0)$ 的话, 就按照初始值 $\Rightarrow K(t) \Rightarrow S(t) \Rightarrow \hat{h}(t) \Rightarrow P(t+1) \Rightarrow$ 的顺序逐次计算下去, $\hat{h}(t)$ 收敛于某个定值。若初始值给得恰当的话, 能够促使 $\hat{h}(t)$ 收敛得快些。当给出如下初始值:

$$\hat{h}(0) = 0, P(0) = 100I, R(t) = 0, Q(t) = 0.1$$

再如前面提到那样,采用过去的配水量,天气变化、星期变化、气温变化,对它们做某些组合,分别使用AIC基准和方差最小基准选取最佳值,进行日配水量预测。

为做到整个系统状态识别,而使用1月至3月的91天数据,进行4月至12月的配水量预测。举大谷低区配水池为例,AIC值最小的情况是使用前一天的配水量和星期变化的情形,误差在5%以下占有90%以上。图7是各配水池日配水量预测的精度。在全部配水池中,其误差不到10%的约占90%以上。和使用重回归预测的情况相同,山岬配水池的精度同其他配水池相比较差,这主要因为配水量比率小,无规则性高之缘故。

图8示出,1980年6月大谷低区配水池的实测日配水量和预测日配水量相比较。由图可见,日配水量变化的周期性。

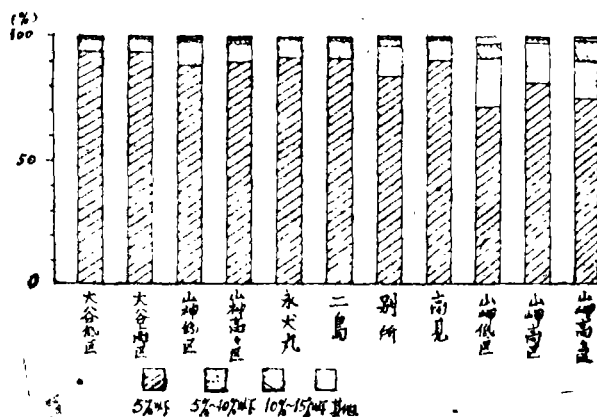


图7、Kalman—Filter法日配水量预测精度

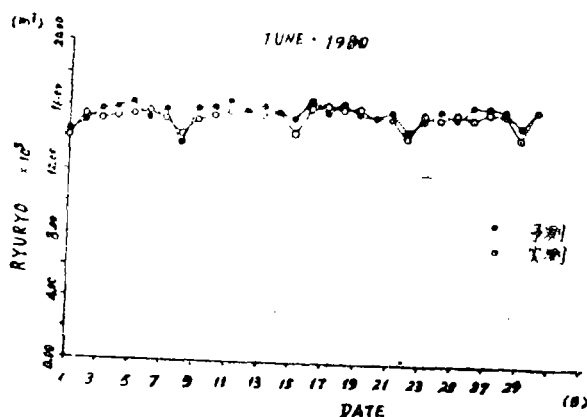


图8、Kalman—Filter法日配水量预测

使用上述相同的方法,做小时配水量的预测。为了状态推测而使用5月份一个月的数据,对6月份一个月的小时配水量进行预测。预测精度同日配水量预测相比是较低的,其评价请

见四部分。图9表示各配水池小时配水量的预测精度。

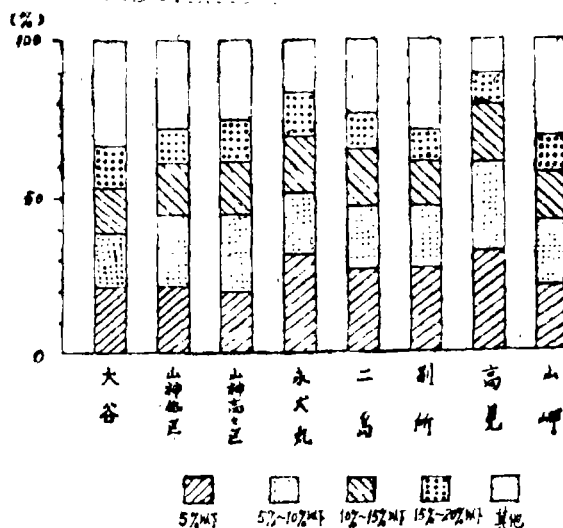


图9、Kalman-Filter法小时配水量预测精度

图10表示别所配水池，1980年6月25日实测小时配水量和预测小时配水量相比的情形。

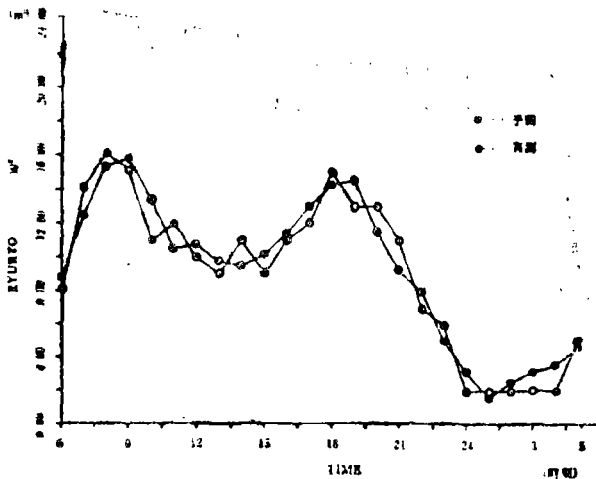


图-10

图10、Kalman-Filter法小时配水量预测

四、预测结果的评价

1. 从预测精度来看，三种方法做日配水量预测，全部配水池中误差在10%以下者则占90%以上，三种方法的效果都差不多。图11示出大谷低区配水池1980年6月份的实测日配水量和采用Kalman-Filter法，GMDH法所预测的日配水量相比较的情形。日配水量预测所得的结果所以较好，是因为对一天总的配水量来说，配水量大，受到事故等影响不突出，同时周期性比率较高。

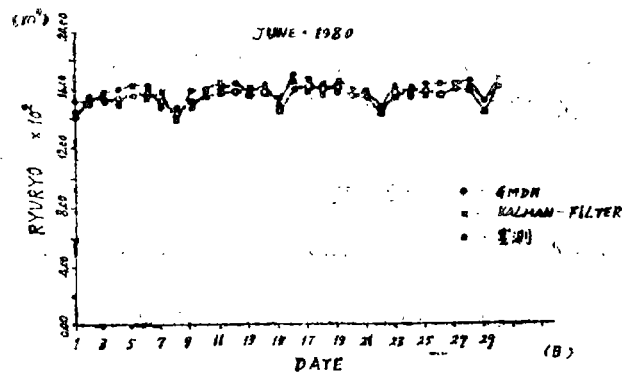


图11、日配水量予测比较

2. 用 Kalman-Filter法和GMDH法做小时配水量予测时, 其精度比日配水量予测精度低。这是因为小时配水量仅为日配水量的 $1/24$, 可是做为输入变量的天气、星期、气温等因素, 却在一天中也不变, 这就不能符合小时予测的特性。另外, 小时配水量予测时, 事故等起的影响是强烈的, 无规则性也是大的。总的看来, GMDH法比Kalman-Filter法的予测精度要好一些。

图12表示1980年6月25日别所配水池实测小时配水量和Kalman-Filter法, GMDH法予测小时配水量的变化特性相比较。其中Kalman-Filter法在其本质上仅做了线性模型的修正, 而GMDH法涉及到高阶次非线性模型的予测结果。

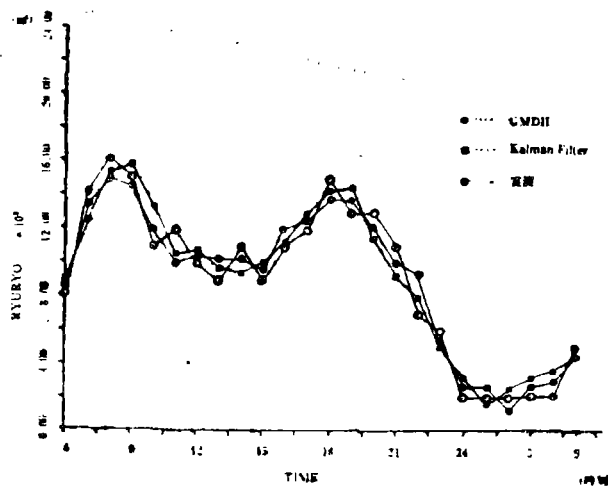


图12、小时配水量予测结果相比较

五、结 束 语

总之, 含有不规则性量的予测, 同求方程式解及求在确定条件下模型的值是不一样的, 是始终存在着予测误差的。因此, 必须考虑提高予测精度。对此, 在小时配水量予测情况下, 应该考虑天气和气温等因素的时间特性。另外, 即使是采用过去的配水量, 也应分别调

查各用户的构成因素,更详细的水需要数据。因为各组成因素对水需要的周期性及其影响也是不同的。

上述小时配水量预测的结果,是能够适用于水道系统的最佳控制的。关于控制时在多大误差范围内能够收敛的快些等问题,有待于今后研究。

参 考 文 献

- [1]池田三郎,榎木义一: GMDH(发现性自寻组织法)和复杂系统的识别、预测;计测和控制Vol, 14No2 (1975年2月)
- [2]近藤正, 田村坦之: 应用信息量标准AIC进行中间变量自寻选择的改良形GMDH法
计测自动控制论文集 第15卷 第4号 466/471 1979年8月
- [3]赤池弘次: 所谓信息量基准AIC是什么 数理科学No.153 5/11 (1976)
- [4]K.J.ASutormu原著、中村嘉平、吉田芳正、丹桥康行等共译: 概率控制理论入门, Korona社
- [5]Shuta MURAKAMI and Mikio MAEDA: Short-term Prediction of City Water Demand by Kalman-Filter Theory, Memoirs of the Koshu institute of technology engineering, No.6, MARCH, 1976