

# 离心模型试验在土工上的应用

郑 人 龙

(水利系)

## 一、概 说

我们土力学工作者所碰到的研究对象——土——是世界上最复杂的介质之一，从太沙基(K. Terzaghi)于1925年著《Erdbaumechanik》至今已有半个多世纪了，与其它许多学科相比较，土力学的进展是相当缓慢的，此点不仅反应在其基本计算理论上，同时也反应在测试手段上。这样一来，有一些学者就企图利用模型试验方法来解决，不巧的是土工结构物不能象空气动力学及水力学那样有效地进行一般的模型试验。尽管有一些人做了一些模型试验(如桩基、土坡、挡土墙及地基稳定试验等)统统不过是定性的。如果想做定量的模型试验就要把模型做成与实物成 $1/2:1$ ，甚至于 $1:1$ 比例尺。模型尺寸愈接近实际结构物的尺寸，则花钱愈多，试验期限愈长，同时在控制试验的条件上相应地带来许多困难。另外，土工结构物的一个特点就是往往其主要荷载是土的本身自重，它在静力条件下是不易模拟的。例如近年来土石坝愈建愈高，坝体内及其地基内的应力、变形和稳定条件等问题简单的借用较低和已建坝的经验用外延的方法得到解决，总不是一个可靠的办法。应用一般常规的室内试验设备是不可能来研究高土石坝等结构物内的应力、变形和稳定等问题的。

若用与真实结构物同样的材料做成比实际结构物缩小若干倍的模型，把它们放在离心机内，借助离心力来加大材料的自重，其它外力条件可通过现代技术手段模拟实际条件，模拟原型的应力水平，就可以在室内完成实验。五十年前在苏联已用离心模型试验对不少土建类工程的土力学问题进行了试验研究，近十年来由于量测技术的进展，使这种离心模型试验得到了广泛的研究及应用，如应用于土坡、土坝的稳定，土压力测定，基础沉降与软土固结问题，地基承载能力的试验，桩基结构应力的测定以及模拟爆炸，地震及大地构造等领域中。到目前为止应用离心模型试验方法在土工上尚未被全部挖掘发现完毕，尚待进一步地探索。可是，离心模型试验方法也是有它的缺点的，详见下文。

## 二、发展概况

离心模型试验开始为1931年美国巴基(Bucky, P. B.)<sup>(1)</sup>他用在离心机内通过增加转速，增加被试验构件自重的办法来研究矿山结构物的破坏。

1935年巴基等又借助离心模型兼用光弹应力分析法研究结构物。他们的设备简图见图1。1935年的潘内克(Panek, L. A.)对巴基的离心机进行了改进，结合使用应变仪来确定旋转模型内的应变场，这种新离心机可在转速2000转/分的情况下，对90磅的模型进行试验。此后应用离心机进行模型试验似乎在美国停止了，看不到有更多的文献报导，但从1975年才在美国又出现这方面的研究论文。

苏联的鲍克洛夫斯基(Г. И. Покровский)和费德洛夫(И. С. Федоров)在第1

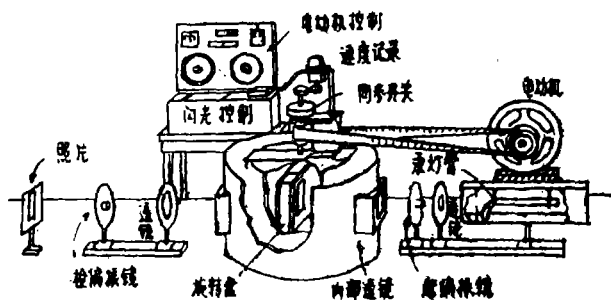


图1 Bucky的离心光弹试验机

900 转/分, 试验箱尺寸为 $600 \times 400 \times 400 \text{ mm}$ 。

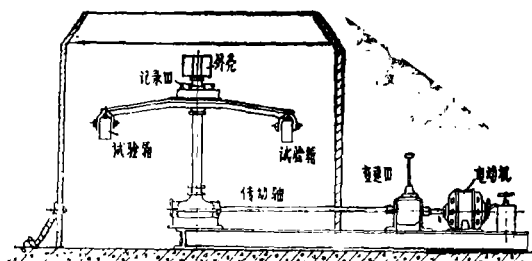


图2 小型离心机 1.电动机 2.变速箱 3.水平  
4.试验箱 5—6.自动记录装置

在六十年代英国曼彻斯特大学科技学院 (UMIST) 和剑桥大学<sup>[4]</sup>开始进行了土工离心模型研究工作。此二学校对土工离心模型试验研究做出了不小的贡献, 历年来两校完成的离心模型土工试验方面的博士学位论文各有12~13篇之多。他们现在已是世界研究土工离心模型试验的先进中心。

日本大阪市立大学三笠正人 (M. Mikasa) 教授等人在1966年也制造了较

届国际土力学和基础工程会议录<sup>[2]</sup>的论文中就报导了苏联应用离心机进行了土坝、土坡稳定性, 基础下压力分布, 埋管土压力等土力学方面的模型试验; 在40~50年代苏联大约有几十台离心机在进行模型试验。当时最大的离心机在全苏运输建筑科学研究所 (ЦНИИС-МПС), 其横杆半径为2 m, 电动机功率为80 瓩, 转速为

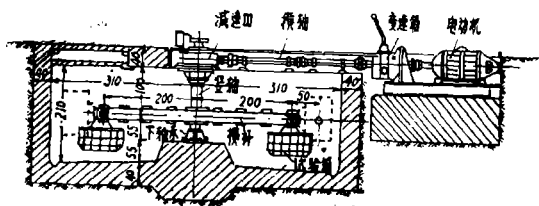


图3 ЦНИИС 离心机

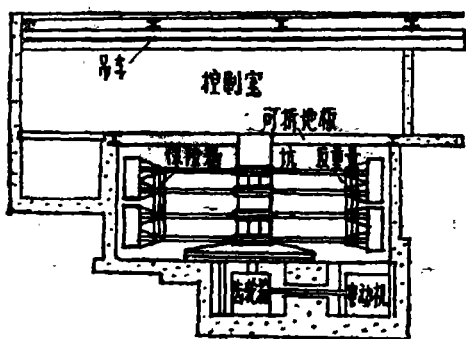
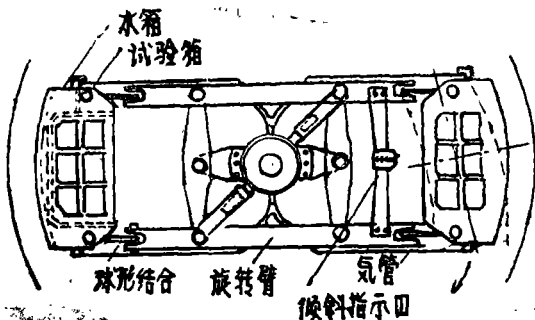


图4 曼彻斯特大学西蒙工程试验室的离心机

图5 大阪市立大学的离心试验机

小型的离心机。见图5。

东京理工学院的木村(T. Kimura)教授也在进行土工离心模型试验研究<sup>[5]</sup>。他们所制造的测试和记录设备是比较优秀的。在日本进行这方面研究的还有东京工业大学工学部的中濑教授和横须贺市港湾技术研究所的奥村。

法国近年来不断地可以见到他们的研究论文。工作主要是由巴黎桥梁道路中心试验室(Laboratoire central des ponts et chaussées)的皮洛(B. Pilot)博士等人进行的。他们目前应用在波尔多附近由法国原子能委员会所拥有的,臂长为10m的离心机做试验。在巴黎不远的郊区正在建造一台新的半径为15m的离心机。

另外在瑞典、丹麦、捷克、新西兰等国也都有离心模型试验方面的文献出现。

在1975年11月英国剑桥大学主办了一个关于离心模型试验的国际讲习班。有英、美、法及丹麦等国50多人参加,在分组会上讨论了如下七个问题:

- ①模型中土压缩时初始梯度的影响。
- ②材料特性指标变动对模型过程的影响。
- ③观测与测量设备。
- ④土工建筑物边坡稳定的研究。
- ⑤结构物沉陷的研究。
- ⑥地震时土坝的模型问题。
- ⑦地震一爆炸震动条件下坝坡的变形。

1976年4月召开了为纪念盖尔雪万诺夫(H. M. Герсевичев)诞辰97周年的土力学和地基基础报告会<sup>[7]</sup>,会上只讨论了两个问题,一个是土力学的非线性问题,另一个就是土工离心模型试验问题。在会议上宣读了共5篇关于离心模型试验方面的论文。

总之,近十年来国际上很重视“离心模型试验方法在土工上的应用”的问题。就以美国来说,他们注意到应用离心机到土工问题较晚,直到1976~77年才派人出国进行考察,并搜集有关论文进行综合评述<sup>[1],[5]</sup>。据Lehigh大学的方晓扬教授讲:“应用离心机到土工问题在美国正处于热门”。现在于加州大学Davis分校正在建造一台超大型土工用的离心机。美国土木工程师学会(ASCE)在1979年10月在Atlanta开了关于“离心模型试验在土工上的应用”的专门会议<sup>[9]</sup>,会上宣读了7篇论文。

1973年在莫斯科召开的第八届国际土力学和基础工程会议上,在数国参加者的要求下,还专门进行了一次“离心模型试验”专题讨论会<sup>[6]</sup>。

土工用的离心机比一般光弹试验用的离心机功率要大许多。例如英国曼彻斯特大学西蒙工程试验室(Simon Engineering Laboratory)的离心机最大的试验箱与模型质量可达3.5t,在最大工作负载700g—t时,试验箱的圆周转动速率可达79.3m/sec。

关于阐述土工上应用的离心模型试验的论文在1969年第七届国际土力学和基础工程会议上三篇,在1973年第八届国际土力学和基础工程会议上有四篇,而在1977年第九届国际土力学和基础工程会议上有五篇,在1981年第十届国际会议上有九篇。估计至今全世界已发表的有关论文已超过300篇,大约有近半数的文献可在国内找到。至于专门讲述离心模型试验的书籍似乎仅有苏版出版,估计他们至少已出版了六本专著。

### 三、离心模型试验的一般原理:

#### (一) 离心力场中力的分析:

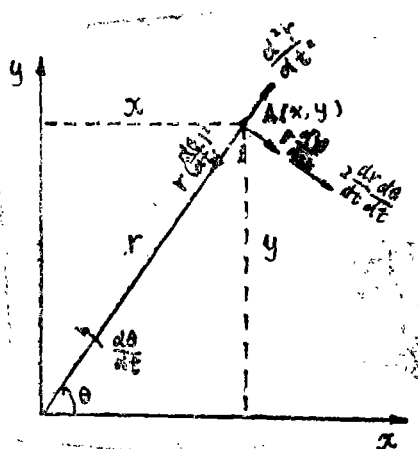


图 6

当把模型在离心机试验箱内放好, 离心机运转时, 模型上所受的力近似于重力, 同时还可以看出二者与空间——时间几何的曲率有关系。

设O为离心机旋转轴, A(x, y)为模型土体中的一个点, 它以半径r及角位移θ围绕O点旋转。

若以直角坐标x, y值来代表A点的r及θ值, 则为:

$$x = r \cdot \cos \theta \quad (1)$$

$$y = r \cdot \sin \theta \quad (2)$$

A点在x, y方向的速度可从时间t对(1)和(2)式微分得到:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dr}{dt} \cos \theta - r \frac{d\theta}{dt} \sin \theta \quad (3)$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{dr}{dt} \sin \theta + r \frac{d\theta}{dt} \cos \theta \quad (4)$$

从(3)及(4)式可求得径向速度和切向速度为:

$$\frac{dr}{dt} = \frac{dy}{dt} \sin \theta + \frac{dx}{dt} \cos \theta \quad (5)$$

$$2r \frac{d\theta}{dt} = \frac{dy}{dt} \cos \theta - \frac{dx}{dt} \sin \theta \quad (6)$$

若求A点在x和y方向的加速度可从时间t对(3)和(4)式微分得到:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d^2r}{dt^2} \cos \theta - 2 \frac{dr}{dt} \cdot \frac{d\theta}{dt} \sin \theta - r \frac{d^2\theta}{dt^2} - r \left( \frac{d\theta}{dt} \right)^2 \cos \theta \quad (7)$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{d^2r}{dt^2} \sin \theta + 2 \frac{dr}{dt} \frac{d\theta}{dt} \cos \theta + r \frac{d^2\theta}{dt^2} - r \theta^2 \sin \theta \quad (8)$$

若在径向及切线方向求 $d^2x/dt^2$ 及 $d^2y/dt^2$ 解, 则径向和切向加速度分别为:

$$\frac{d^2r}{dt^2} - r \left( \frac{d\theta}{dt} \right)^2 = \frac{d^2y}{dt^2} \sin \theta + \frac{d^2x}{dt^2} \cos \theta \quad (9)$$

$$2 \frac{dr}{dt} \left( \frac{d\theta}{dt} \right) + r \frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{d^2y}{dt^2} \cos \theta - \frac{d^2x}{dt^2} \sin \theta \quad (10)$$

由上二式可以看出, 在三维模型内的离心加速度是变化的。当离心机转速改变时, 径向加速度 $d^2r/dt^2$ 和切向加速度 $r \cdot d^2\theta/dt^2$ 才会有较大的数值, 在稳定转动的条件下 $d^2r/dt^2$ 及 $r \cdot \frac{d^2\theta}{dt^2}$ 都等于0, 至于 $2 \left( \frac{dr}{dt} \right) \left( \frac{d\theta}{dt} \right) = 2v\omega$ 项为科里奥利加速度 (Coriolis

acceleration), 它是当离心机转动时, 参考系改变的结果产生的。只有当  $v$  值较大时, 科氏加速度才不能忽视, 鲍克洛夫斯基和费德洛夫要求:

$$\frac{\text{科氏加速度}}{\text{离心加速度}} = \frac{2v\omega}{r\omega^2} = \frac{2v}{r\omega} < 0.1$$

这也就是  $v < 0.05 r\omega$ 。故在离心模型试验中, 一般缓慢的变形不可能引起较大的科氏力。相反, 只有当模型破坏时产生快速运动才不能忽视其作用。如果在离心机内模拟爆炸试验, 此时产生的速度如此之大, 以致科氏力相比之下变得很小了。二作者还规定:  $v > 2r\omega$ , 当离心机半径为 10m, 转速  $\omega = 30/\text{sec}$  时, 鲍克洛夫斯基和费德洛夫认为以下范围内的速度  $v$  是不可采用的。即

$$1.5 \text{ m/sec} < v < 60 \text{ m/sec}$$

从实用观点出发, 在一般离心模型试验中, 科氏力并不产生重要的影响。所以, 离心模型试验在力学上有其合理的基础。

## (二) 模型的相似条件:

今假设:

(1) 原型所用的材料具有单一的应力应变关系, 它并与时间无关;

(2) 模型材料与原型材料的应力应变关系曲线是相似的, 二者应力成  $\alpha$  比例关系

(即:  $\alpha = \text{原型应力} / \text{模型应力}$ ), 而二者应变则成  $\beta$  比例

(即:  $\beta = \text{原型应变} / \text{模型应变}$ )。

原型内一块体积与模型内相应位置上一块体积的关系为:

$$V_p = h^3 \cdot V_m$$

式中  $V_p$ ——原型内某块体积。

$V_m$ ——模型内相应的体积。

$h$ ——模型率\* (原型尺寸/模型尺寸  $> 1$ )。

为了相似, 所有的应力 (其中包括孔隙水压力) 必须有  $\alpha$  的比例关系, 而所有的力则应有  $h^3 \cdot \alpha$  的比例关系。土自重的关系应为:

$$\frac{\gamma_{sp}(1-n'_p)V_p}{\gamma_{sm}(1-n'_m)V_m} = h^3 \cdot \alpha \quad (11)$$

式中:  $\gamma_s$ ——固体密度。

$n'$ ——孔隙率。

$$\text{也就是} \quad \alpha = h \cdot \rho_s \frac{1-n'_p}{1-n'_m} \quad (12)$$

式中:  $\rho_s$ ——固体密度比 ( $\frac{\text{原型固体密度 } \gamma_{sp}}{\text{模型固体密度 } \gamma_{sm}}$ )。

采用相似的关系, 土固相的上托力为:

$$\alpha = h \cdot \rho_s \frac{1-n'_p}{1-n'_m} \quad (13)$$

\*注: 模型率在 (二) 中用符号  $h$ , 而在其处则用  $n$ 。

式中  $\rho_f$ ——液体密度比  $\left( \frac{\text{原型液体密度}}{\text{模型液体密度}} \right)$

此外, 孔隙液体自重之比则应为:

$$\alpha = h \cdot \rho_f \frac{n'_p}{n'_m} \quad (14)$$

从 (12) 和 (13) 式, (13) 和 (14) 式分别可得到:

$$\rho_p = \rho_f \quad (15)$$

$$n_p = n_m \quad (16)$$

$$\rho = \rho_p = \rho_f \quad (17)$$

(14) 式尚可简化为:

$$\alpha = h \cdot \rho \quad (18)$$

式中  $\rho$ ——容重比 (原型容重/模型容重)

此时必须要考虑孔隙水的流动作用。

流网中等势线为:

$$u - \gamma_f z = \text{Const}$$

式中  $u$ ——超孔隙水压力。

$z$ ——低于静水面的深度。

若 (17), (18) 式能满足, 则下式也应成立。

$$u_p - \gamma_{fp} \cdot z_p = \alpha u_m - \rho_f \cdot \gamma_{fm} \cdot z_m = \text{Const}$$

水力梯度为:

$$i = \left( \frac{1}{dL} \right) (u - \gamma_f \cdot z)$$

并且  $u$  和  $\gamma_f \cdot z$  都以  $\alpha$  来换算, 则

$$\frac{i_p}{i_m} = \frac{\alpha}{h}$$

故渗透力要遵循如下比值:

$$\frac{i_p \cdot V_p}{i_m \cdot V_m} = \left( \frac{\alpha}{h} \right) \cdot h^3 = \alpha h^2$$

它与前面力相似的 (11) 式的要求相符。一般说来, 流网随时间而变化在  $\Delta T_m$  及  $\Delta T_p$  时间里模型与原型相应的体积变化为  $\Delta V_p$  和  $\Delta V_m$ , 此处

$$\Delta V_p = h^3 \cdot \beta \cdot \Delta V_m$$

引用达西定律, 则

$$q = \frac{\Delta V}{\Delta T} \propto k i s$$

即

$$k \propto \left( \frac{1}{i \cdot s} \right) \left( \frac{\Delta V}{\Delta T} \right)$$

故渗透比(原型渗透系数/模型渗透系数= $\mu$ )为:

$$\mu = \frac{k_p}{k_m} = \frac{i_m \cdot s_m}{i_p \cdot s_p} \cdot \frac{\Delta V_p}{\Delta V_m} \cdot \frac{\Delta T_m}{\Delta T_p} = \frac{h}{\alpha} \cdot \frac{1}{h^2} \cdot h^3 \cdot \beta \frac{1}{t} = \frac{h^2 \cdot \beta}{\alpha t} \dots\dots\dots (19)$$

代(18)式 $\alpha = h \cdot \rho$ 入上式,得:

$$\mu = \frac{h^2 \cdot \beta}{\alpha t} = \frac{h\beta}{\rho t} \dots\dots\dots (20)$$

故相似条件变为:

$$n_m = n_p \dots\dots\dots (16)$$

$$\rho = \rho_s = \rho_f \dots\dots\dots (17)$$

$$\alpha = h\rho \dots\dots\dots (18)$$

$$\mu = h\beta/\rho t \dots\dots\dots (19)$$

若原型及模型中孔隙被水所填充,则

$$\rho = \rho_f = \rho_s = 1$$

此外,在土工结构物中常见到一些位移大的问题,那么,如果保持几何相似, $\beta$ 必定等于1  
所以,相似条件变为:

$$\beta = 1$$

$$n_m' = n_p' \dots\dots\dots (16)$$

$$\rho = \rho_s = \rho_f = 1 \dots\dots\dots (17)$$

$$\alpha = h$$

$$\mu = h/t$$

从以上相似条件可以看出,这些条件似乎是矛盾的,因为前三个好象要求原型和模型用同一种土,可是第四个条件 $\alpha = h$ 又阻止用同一种土。然而,离心机提出了一种满足所有要求的方法。如果原型和模型用同一种土,那么,(16)和(17)式可以满足。由于二者是同一种土,此时 $\alpha = 1$ 是必然的,故得到 $\rho = 1/h$ 。故渗透比 $\mu$ 也应为1,此时, $t = h^2$ 。

对于离心机的相似率来说,要用与原型同一种状态的同一种土,并且

$$\rho = 1/h$$

此时

$$t = h^2$$

举例说明,如今用模型率为1/100的模型放在离心机上做试验,当它受到100g时,则此模型的固结将按10000 $h^2$ 来加速其过程。

#### 四、离心机及测量设备:

(一)离心机:由于每个离心机性能各异,今对各国具有代表性的离心机简介如下:  
A、在苏联:

①30年代的离心机可以鲍科洛夫斯基和费德洛夫(1933年(图2))为代表,其动力设备用的是ГАЗ汽车的部件,试验箱尺寸并不大,为了运转时起保护作用,离心机放置在一个防护墙内。

②50年代全苏运输建筑科学研究所(ЦНИИС)的离心机(图3)是放在地下钢筋混

凝土园形坑内, 传动部分和减速器放在开槽的园坑顶部。动力设备有单独基础以减少振动。电动机功率为80kw (当900转/分时)。有效半径为250cm。试验箱为60×40×40cm。借助起动可变电阻可以平稳地改变转速, 使模型率从0变到给定的值。

③1965年全苏给水、排水、水工结构物及工程水文地质科学研究所 (водгео) 建造的离心机见图7, 有效半径2.3M。试验箱为80×50×40cm。在最大模型率250时, 压至试验箱底部的压力为80T。

鲍科洛夫斯基认为离心机的造价与试验箱的容积成正比例。

④巴库阿塞拜疆国家建筑和建筑材料研究所 (АЗ. НИИСМ) 从1966年开始建造一台离心机, 有效半径为5.5M, 模型律为100, 试验箱为150×80×80cm, 电动机为300kw, 试验是在0.5大气压下密封园坑内进行, 这样可以减少空气阻力2~3倍。操纵室是操纵在两台电视下进行, 在300转/分下可达500g, 同时做2个1.5T试样。通过集流环同时可测170个数据。

B、在日本:

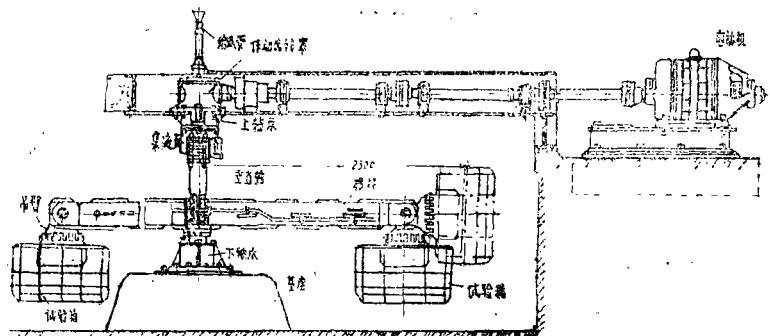


图7 водгео的一台250g离心机

①1966年大阪市立大学三笠 (M. Mikasa) 等人建造一台离心机 (图5), 有效半径为100cm, 试验箱尺寸为50×10×30cm, 最大离心加速度为280g。电机为3.7kw。它有两个特点: 第一是试验箱在转动时可在转动平面内于±16.7°范围内倾斜。第二是在试验时可以控制试验箱的水位。后来, 三笠等在前个机组的基础上又建造了第二台离心机<sup>[11]</sup>, 其机构与前者几乎一样, 只是尺寸加大了些, 并改进了观测方法。半径增加到1.55M。试验箱扩大到50×30×16.5cm, 电动机改为11kw, 最大加速度为200g。

②东京理工学院木村 (T. kimura) 教授建造的离心机直径1M, 据说其测试和记录设备比较好<sup>[5]</sup>。

③横须贺港湾技术研究所奥村于1980年建造了有效半径达3.80M, 最大加速度达155g的离心机, 见图8。



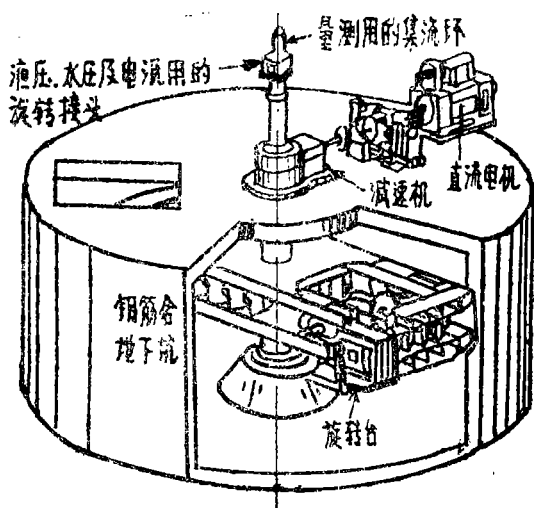


图8 港湾技术研究所的离心机

技术，并不是想得到较好的试验结果。

②1968年剑桥大学开始建造第二台离心机，称MK II。（图10）。由2.7M半径的转臂所组成。其两端各装有一个低碳钢的组合箱，用它来容纳土的模型。每个组合箱长约70cm，高24cm和宽15cm，另一个则当平衡重来用。每个试验箱内装有三个传感品，试验时用它来测孔隙压力。电动机开动后能产生180转/分的转速，也就是使模型达到100g。利用电导传感器监控孔隙水压力，应用许多反光小球排成格子的办法来确定试验时模型的位移分布。

③在英国第一个专门设计为试验三维土模型用的大型离心机于1969年由斯考菲尔德（A. N. Schofield）建于曼彻斯特大学科技学院，其有效半径为1.5M，电动机为200马力，它在高压下泵油到一个装在轴上的液压发动机，此发动机又通过挠性联轴节带动转子，由一个操纵电动机伺服控制转子的速度。通过一套控制设备调节流到高压泵的油，比较离心机的速度和所需的速度进行控制。其最大加速度为130g。模型的最大重量为750kg。

④曼彻斯特大学第二台离心机于1971年建成，有效半径为3M，可将2T质量的土加速到140g。模型可占的最大容积为200×100×60cm，附有200个电集流环和5个液体集流环，用200马力直流电动机驱动。

⑤英国科学研究委员会资助了4万英镑在剑桥大学建造臂长10M的大型离心机<sup>[12]</sup>。当最大加速度为155g时，最大负荷为900kg。其电动机为225kw。它已在1974年完成了验收

在英国：

①1966年在剑桥大学开始建造第一台离心机，称MKI。它是由罗斯科（K. H. Roscoe）设计。仅供初步研究用。是由 $\frac{1}{2}$ 吋低碳钢板加工成的转盘所组成，由一个3马力电动机驱动在竖平面内旋转。用一个相似的假组件来平衡模型的重量的，假如任何部分拆开了，在离心机运转时，则在整个转盘内置放一个砾石充填拱。离心机的有效半径为0.3M，其最大转速为500转/分，这时在径向将产生至300g，量测系统很少，因为此设备上所进行的试验是采用高约2.5cm的模型，同时，他们仅关心发展

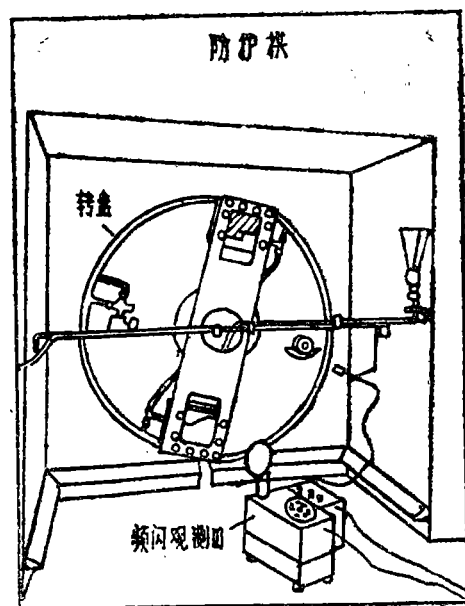
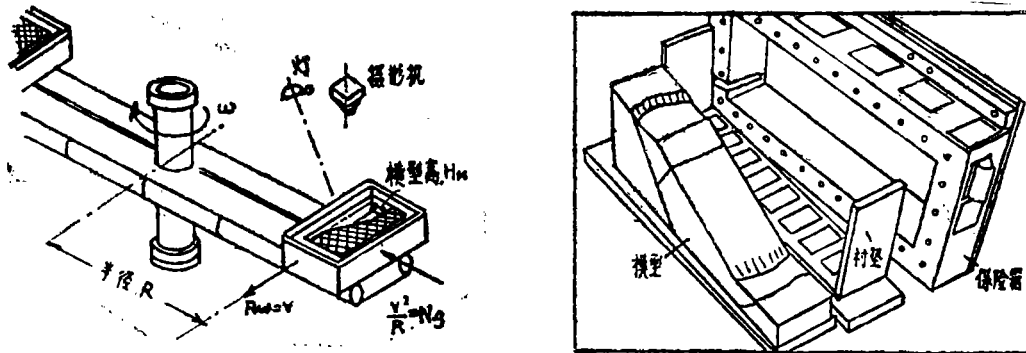


图9 MKI离心机



(a) 平面应变离心

(b) 试后

图10 剑桥大学MKII离心机

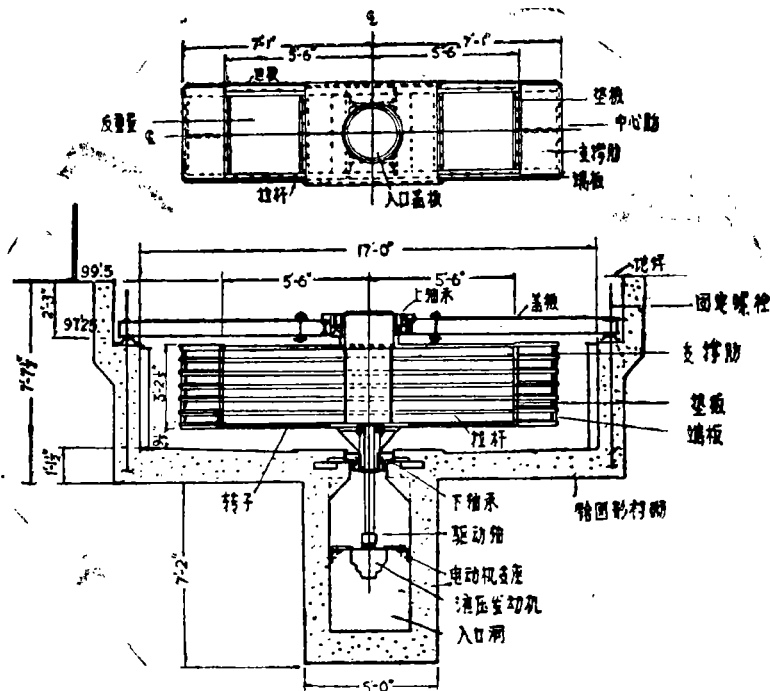


图11 曼彻斯特大学130g的离心机

试验。

#### D、在法国：

巴黎桥梁道路中心试验室 (Laboratoire Central des Ponts et Chaussées) 用原子能委员会 Aquitaine 科技研究中心 Latécoère 256 离心机进行土工试验。转动有效臂长 10M。它能在 1 分钟内将荷载 2 T 加速到 100g。试验箱为 100 × 60 × 30cm。在 100g 时转速为 96 转/分。它附有 150 个集流环。电动机为 1400 马力。

#### E、在我国：

在长江科学研究院已建成一台有效半径为 3 M 的离心机。其电动机为 480 kW。附有

## 22对集流环。

研究水工结构物需要水平加荷装置, 苏联 Гидропроект 的离心机上的设备可加水平荷载达10T, 同时还有加水设备, 可在模型上下游模拟水位。

研究路基或地震者则要在试验箱上加以不同功能的可变荷载或起震设备。

离心机常装有可变电阻使模型无级地改变转速或变速平稳, 从而可使模型率从0变到一个定值。

英国的离心机多数最大加速度为100g, 而苏联的离心机则约在250g左右。

各国的主要离心机汇总表

国别、单位名称	有效半径(M)	最大加速度(g)	最大载荷量(Tf)	试验箱型式
英国				
Univ. of Cambridge (1972)	4.00	155	0.7	旋转台式
Univ. of Manchester: SEL (1971)	3.00	140	5.3	固定式
UMIST (1969)	1.50	130	0.75	固定式
苏联				
НИИОПС	2.00	100	—	转斗式
ГИДРОПРОЕКТ	2.00	322	—	转斗式
丹麦				
Denmark Engineering Academy(1975)	2.30	80	1.25	转斗式
法国				
CESTA	10M	200	2000Kg	固定式
美国				
California Institute of Technology	2.00	100	—	转斗式
日本				
大阪市立大学(1965)	1.55	20	0.1	转斗式
东京工业大学(1970)	1.20	300	0.1	转斗式
港湾技术研究所(1980)	3.40—3.80	110—155	2.76	旋转台式
中国				
长江科学研究院(1979)	3.00	—	—	转斗式

按离心机旋转轴来说, 仅有剑桥大学MK—I机是水平轴的, 其它所有的离心机都是铅直旋转轴的。

按试验箱来说, 一般英国和法国的离心机上的试验箱是固定的, 其它各国大都是旋转式试验箱。后者在机构上说来比较简单, 可是试验箱的转起与降落有时不与理想的一致, 有 $4^{\circ}\sim 5^{\circ}$ 的滞后角存在, 当试验完结时, 其滞后角可达到 $15^{\circ}\sim 17^{\circ}$ ; 所以, 在设计离心机时要考虑悬挂试验箱的铰结处的细部构造, 以期减少摩擦力。旋转式试验箱也有优点, 由于径向加速度和地球重力的合力总是平行于模型的法线。在固定式试验箱里, 其合力则偏离模型的法线方向。然而, 当离心加速度超过50g, 此误差可以忽略不计。

安放模型在固定式试验箱里, 必须靠在它的一个边上, 而不象转斗式在把模型放在铅直位置上, 这样以来, 就有可能导致土模型被扰动, 甚至于在试验之前未被支承的土先倒塌。

这种情况对平面应变问题并不重要。而在象曼彻斯特大学离心机上做三维模型试验时困难就突出了。倘若应用X—光方法测量模型断面上变形时,这种固定式试验箱比较好,这是因为置放抛光小球的平面在试验过程始终维持一个平面。

另外,有一些试验箱为了转动时减少空气阻力,将试验箱外面加一个流线型整流外罩。

一个完整,能正常运转的离心机除了一整套机械本身以外,尚要有整流系统、电器保护和热保护设备,还须有给水系统(模拟水工结构物时模拟上、下游水位用)、起重设备、通讯系统及信号系统。

## (二) 监控——量测系统:

在离心模型试验研究的过程中关键的、困难的和最复杂的问题就是信息传递问题。各国各机构在这方面的设备都不一样,一般这方面的设备都是各机构自己专门设计的。随着近代其它科技领域(如电子学、光学、遥感、遥控、计算机、自动控制等学科)内有长足的进展,故这方面的设备也就日新月异了,离心机越是近晚设计建造的,则在量测系统方面也必定越先进;还有一个问题就是:在讲述离心模型试验的论文中,关于量测系统的细节大都是不讲述的,只是在论文中简述一下量测方法而已。以上这些情况就给我们建造大型离心机带来了困难。

其次,离心模型试验所用的监控——量测系统和一般力学模型试验的设备相比要独特得多。其特点大致如下:

1. 装在试验箱上和里面的量测设备和模型一样受有相当高的加速度,故所应用的量测设备要保证在一定的加速度下正常工作。

2. 由于离心模型本身尺寸较小,这就要求埋在其中或放在其表面的量测设备的尺寸应该是相当的小,也就是说各种传感器应是微型的。

3. 从传感器送出的信号到自动记录器大部分要通过旋转集流环,它引起电路内附加的可变误差。

总之,离心模型试验所用的量测设备都是专门设计的。

### 1. 试验箱转速的测定:

试验箱的运转过程是经过仔细设计的,首先是因为它影响模型的预先固结,并直接影响到模型率,因为离心机的旋转速度等于

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{R}} \cdot \sqrt{h^2 - 1} \quad (18)$$

式中

$g$  ——重力加速度。

$R$  ——从给定点到离心机轴中心的距离。

$h$  ——模型率。

大阪市立大学的离心机上附有光学转速计,可以通过它测出离心机的加速度。

莫斯科铁路运输工程学院(МИИТ)则用电动转速表,对机械的转数进行控制。它可以从0到额定值按任意的转数工作,并及时精确的将转数遥控自动记录在纸带上。在曼彻斯特大学科技学院(UMIST)1969年建的离心机(图11)上,有一个电动伺服控制系统,它可以比较离心机的实际速度与原设计速度间的差异,而后按原设计速度运转。

## 2. 测角器:

由于转斗式试验箱与横杆在悬挂处存在有摩擦, 试验箱实际转角与理论上的角度有差别。所以, 在试验过程中要不断地测量试验箱的转角。

莫斯科铁路运输工程学院的离心机应用了电力遥测角度器, 其上有指针, 把它安在量测控制台上。

## 3. 模型坡面变形测量:

苏联鲍科洛夫斯基建议应用断面计 (Профилемер) (13), 参见图 12。它是既简单, 使用又方便的仪器, 可用它测量模型高度及土坝的边坡坡度。它是由 1、2 两块钢板, 园形杆 3 和固定钢板的夹具 4、5 所组成。测量模型断面时, 可先将断面计固定在离心机试验箱的边框上, 然后拧松夹具使各园形杆与模型土面接触, 再旋紧夹具螺栓, 令园形杆与钢板间不能产生相对移动。把断面计从试验箱边框上拆下来, 放断面计在图纸上, 就可以描画出试验前后模型坡面的高程变化。

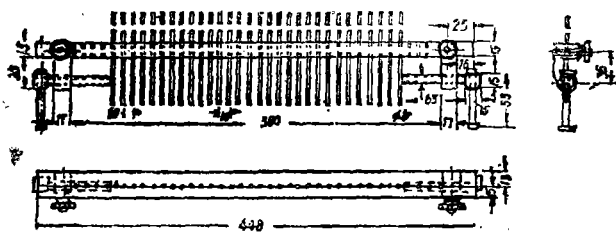


图 12 断面计 (单位:mm)

子 1、毛细管 2 和橡皮膜 3 所组成。在盒子 1 装满带色甘油, 插毛细管入盒子, 其一端用火漆焊固, 然后将橡皮膜套上, 并固定在盒子即成。其重量为 3~10 克, 容积为 3~4 cm<sup>3</sup>。苏联国立水工建筑物设计院 (Гидропроект) 自行设计了一种直径 20mm 的远程土的动压计用在离心模型试验上。

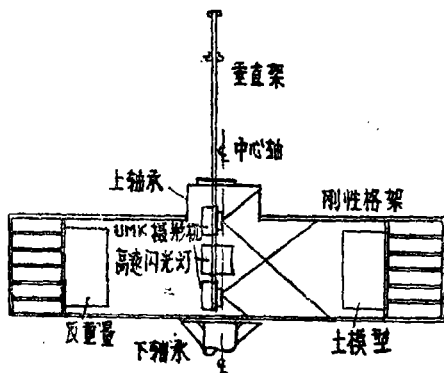


图 13 离心机旋臂内的蔡司UMK摄影机

曼彻斯特大学应用摄影测量法很精确地测量出模型表面的位移 (图 13)。试验是在闭路电视遥控下, 用 2 个 UMK10/1318 蔡司摄影机和一个强闪光灯进行的。

## 4. 土中和基础底面以下应力测量:

鲍科洛夫斯基最早应用空气静压传感器 (见图 14)。它是由椭圆形盒子 1、毛细管 2 和橡皮膜 3 所组成。

英国贝尔和豪厄尔公司 (Bell and Howell Ltd.) 也生产一些微型压力传感器应用于离心模型试验中。

另外, 在做水工结构物的模型试验时, 还要有水位传感器。

## 5. 变形和应变的量测方法及设

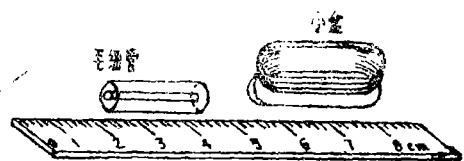


图 14 空气静压传感器

备:

苏联国立水工建筑物设计院用一种二向变形传感器,它可以在322g的加速度下正常工作,可以同时测量两个方向的模型变形,x—轴量程为35mm,y轴的量程为20mm,其分辨率可达0.01mm。日本大阪市立大学三笠教授应用点标志法研究土坡的位移和应变。做标志的小钉头上有0.2mm宽的白十字,用约200个小钉布置在土坡模型断面上,形成约300个边长为2~3cm的三角形网格布满全断面。每个三角形单元的主应变及最大剪应变可从顶角的位移计算出来,然后用X—Y绘图器画出图来<sup>[11]</sup>。但是用点标志不能知道土坡滑动线和裂缝的位置,三笠应用条状标志法加以补救。他们选用了一种叫“Sohmen”的混合粉状物(它在干时坚硬,而遇水后易于软化),用此法就能用肉眼看出土坡滑动线和裂缝来。

剑桥大学在MK—II离心机上做平面应变型的离心模型试验,用X—射线照射来测量应变。是在模型内按一定距离(2cm)置放镀银小球,隔一定时间间隔对带反光标志网格的模型断面进行拍照,用林霍夫(Lindhoff)5"×4"超级照象机<sup>[25, 26]</sup>。詹姆斯(R.G. James)于1972年设计了一台量测专用机,专为自动测量X—射线底片用,其精度为 $\pm 5\mu\text{m}$ (即代表在2cm的网格长度上两点间线性应变的误差为 $\pm \frac{1}{4} \sim \frac{1}{2}\%$ )。土坡的体应变及剪应变是从其增量中计算得到的。

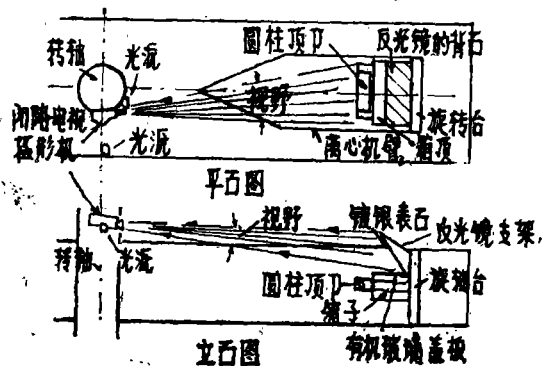


图15 剑桥大学在离心机上安装闭路电视的简图

## 6. 电影、电视录像:

无论是苏联,还是英国在离心模型试验机上都附有电影摄影机(16mm)和闭路电视装置,这点十分重要。特别是高级闭路电视可以用视频磁带录像,可以把整个试验过程完整地记录下来,这一点用其它测量手段是无法代替的。此外,许多新的离心机附有各种测量值的读出系统,分别用屏幕显示,磁带、穿孔纸带和高速自动绘图仪等设备来记录试验成果。

## 五、各国应用离心模型试验进行土工试验的一些情况简介

### (一) 在苏联:

早在1936年鲍科洛夫斯基和费德洛夫一文<sup>[2]</sup>中已报导了苏联应用离心机研究土坝及路堑的边坡稳定性、基础下的压力、基础沉陷及涵管土压力。1968年二作者合写的一本专著<sup>[13]</sup>中讲述土石坝的一些离心模型试验的内容比较多,并讲述了土石坝的静力问题和动力问题,地震影响及爆炸作用。

莫斯科国立水工结构物设计院(Гидропроект)在乌察尔(Уцель В. И)的领导下,进行了许多关于水工建设物的离心模型试验研究,内容有土坡稳定、不同水位时土坝的稳定问题、土坝及地基渗透问题、管涌试验、土压力研究和土石坝心墙裂缝形成的研究。还进行了许多关于随时间裂缝分布和土坡内应变与变形分布的研究工作<sup>[5, 21]</sup>。他们还对一些坝的离心模型试验成果与有限元计算结果对比,从报导来看,结果还是令人满意的。另外,还对土石坝在地震作用下的性质也做了一些工作。经常还可以看到该单位谢尔比纳

(В. И. Щербина) 的论文。

基辅的乌克兰设计科学研究院(УКРНИИПРОЕКТ)马柳施茨基(Ю. Н. Малюцкий)等对土坡的稳定也作了不少工作<sup>[30]</sup>。亚美尼亚地质科学研究所的泰尔——斯泰帕尼昂(Г. И. Терстепанян)曾对天然斜坡的稳定做过研究。在离心机中模拟了延进性滑坡和软粘土坡的破坏<sup>[31]</sup>。

苏联另一个重要的研究中心为莫斯科铁路运输工程学院(МИИТ),主要研究者为雅科夫列娃(Т. Г. Яковлева),伊凡诺夫(Иванов, Д. И.)。他们研究的对象为铁路路堤<sup>[28]</sup>, <sup>[29]</sup>。

### (二) 在英国:

最早研究土坡应用离心模型试验的是阿夫盖利诺斯和斯科菲尔德(P. J. Avgherinos and A. N. Schofield), 1869年他们在剑桥大学研究了高岭土坡上骤降破坏<sup>[17]</sup>。

恩迪科特(L. J. Endicott), 1970年继续研究了高岭土坡骤降破坏问题。比兹累(D. H. Beasley, 1973)和恩迪科特一样。同用剑桥大学的MK—II离心机研究了软粘土上的土坝。其离心模型试验成果与实际结构物的工程特性很接近。巴赛特(R. H. Bassett)<sup>[8]</sup>在第八届国际土力学和基础工作会议上发表了他模拟的坐落在软淤积可压缩土层上5 M高复合断面土坝离心模型试验成果,从模型和对应的原型结构物的沉陷对比看,二者是相近的。

博尔顿(M. D. Bolton)对泥浆槽的稳定性做过工作,<sup>[27]</sup>。

剑桥大学的博士生古丁斯(D. J. Goodings)于1979年研究了加拿大张伯伦海相灵敏粘土(Champlain sea sensitive clay)土坡的稳定性和煤矸尾矿坝的边坡破坏问题。另一名博士生派德菲尔德(C. J. Padfield)于1978年研究了伦敦东部Silvertown处的泰晤士河堤和美国下密西西比河主河道堤的稳定性,他同时考虑了应力路径。

英国剑桥大学土力学组(Cambridge soil mechanics group)由沃尔斯(C. P. Wroth)领导,主要技术主持人为斯科菲尔德,参加者有詹姆斯(R. G. James)等,他们的力量很强。

英国另一个用离心机研究土工问题的重要中心就是曼彻斯特大学的科技学院(UMIST),目前的领导人为罗(P. W. Rowe),他是一个多产土力学工作者,也曾对土坝进行过研究<sup>[35]</sup>。

博士生林敦(A. Lyndon, 1972)研究了挪威奥斯陆附近罗达林粘土(Lodalén clay)挖方滑坡问题和伦敦粘土内挖方的短期破坏。另一个博士生海尔德(C. C. Hird, 1974)模拟了泰晤士河口,并研究了潮的作用,洪水堤岸产生超孔隙水压力时的稳定性。

史密斯和霍布斯(I. M. Smith and R. Hobbs)应用西蒙工程试验室的离心机连同有限元法模拟和预测了两个坝的性能。由于尺寸限制,仅取出坝的一部分做离心试验,他们认为这样做对结果影响不大<sup>[36]</sup>。

### (三) 在法国:

巴黎桥梁道路中心试验室有一个集团在进行土工的离心模型试验研究工作,其主要成员有,皮洛(G. Pilot),潘桑(B. Pincet),勒·蒂朗(Le Tirant),卢翁(M. P. Luong),

哈比 (P. Habib), 凯卢瓦 (D. Queyroi) 及布隆多 (F. Blondeau) 等人, 他们也对土坝等水利工程问题进行过研究[32, 33]。

#### (四) 在美国:

从文献报导上看在美国使用离心机主要用于对尾矿坝稳定性的研究工作。研究工作以加州大学戴维斯分校 (University of California, Davis) 为主, 其主要人员有沈智刚 (C. K. Shen); K. Arulanandan; A. Anandarajah 等人, 参阅文献[9]。

#### (五) 在日本:

从文献报导上看在日本应用离心机进行土石坝研究的主要是大阪市立大学三笠 (M. Mikasa), 其论文参阅文献[11, 19, 20, 24, 37]。

### 六、离心模型试验方法的优缺点:

任何事物总是有两面性的, 离心模型试验也是一样, 它有许多优点, 但是也有一些缺点, 其中有的是不可克服的缺点。今将其主要的优缺点分述如下:

#### (一) 离心模型试验的优点:

把离心机应用到土工问题上的基本原因是, 当具有和野外实际结构物应力和边界条件一致, 并受有同样自重应力的小比例尺的模型, 借助离心力的作用来模拟、预测实际结构物可能出现的各种土力学问题。在很短的时间里就可以提供原型结构物的各种特性, 对它们有一个比较清楚地了解。在离心机内模拟土石坝的许多问题更为适宜, 在试验时可以容易地迭加荷载, 调整水位, 进行各种工程不利情况的组合试验。在离心机内也可以容易地进行土坝开裂研究。另外还可以进行由于地震或是爆炸引起的像液化等的动力问题研究。有理由得出如下结论: 在目前, 离心模型试验是一种有价值的试验手段, 它提供了有用的数据帮助形成土工结构物的数学模拟。

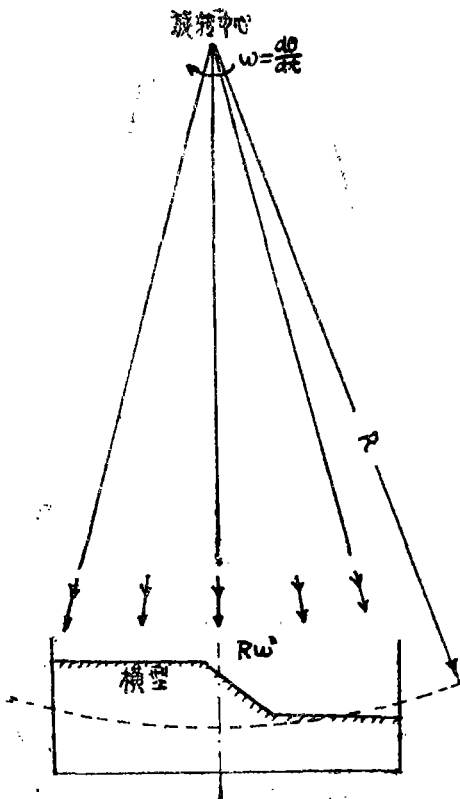


图 16 径向加速度场

#### (二) 离心模型试验方法的一些缺点:

既然我们想发展离心模型试验, 就要了解本手段的特点, 特别是它的一些缺点, 论述离

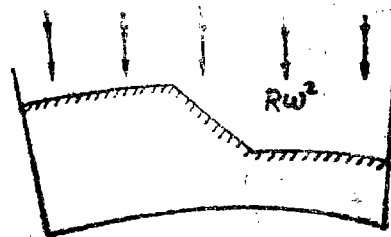


图 17 平行加速度场



心模型试验的缺点的资料可参阅〔1〕,〔15〕,〔16〕。

### 1、加速度场的偏差:

因为离心机的加速度场是径向的,并不平行于地球重力。这就使其加速度场与原型重力场不一致。图16为离心机离心加速度场(径向加速度场)的情况,如果把图16中的加速度画成平行加速度场内的它的对应物时,土坡改变其轮廓,如图17所示。若加大离心机的半径,则其误差将会减小。当模型占据离心机加速度场的一个比较小的部分时,这一结果使应力场内产生的畸变变得就不重要了。阿弗盖瑞诺斯(P. J. Avgherinos)和斯科菲尔德(A. N. Schofield)建议,如求模型高 $H_m$ 小于半径 $R$ 的 $1/10$ (即 $H_m < 0.1R$ )时,则加速度误差将小于 $\pm 5\%$ 〔17〕。巴赛特(R. H. Bassett)指出,当模型所对应的角小于 $15^\circ$ ,两端角偏离为 $\pm 7\%$ 〔18〕。

当模型是一片狭窄(即平面应变问题)时(见图18),就可以消除这一畸变影响。

### 2、应力史:

在离心模型试验中要保证不仅模型各点上的应力与原型对应点上的一样,而且应力和应变路径,以及超压密压力也要相似,并且要正确地给模拟出来。这件事通常是不易做到的。模拟复杂的地质条件常常是不可能的。然而,对中等均质的土来说,从现场得到的土样维持相似性还是可能的,通过在离心机上施加和移去离心超载可以得到一般应力剖面上应力分布图。

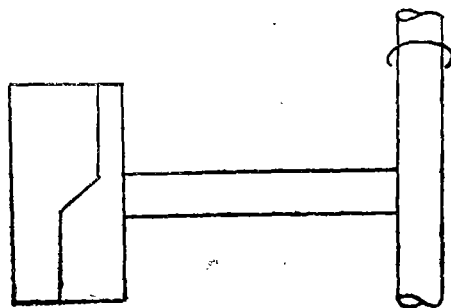


图18 改变模型方向

### 3、时间影响:

时间在离心模型试验中可以影响原型与模型间相似性有两种方式:

一种时间影响为模型从予定的速度加速和减速时不稳定状态所需的时间。这一点在原型中是找不到对应状态的。

第二种时间影响与加荷速率有关系,此点特别对粘土的抗剪强度有显著影响。一般离心机内的应变速率比原型快1000至10,000倍,于是当模拟象坝、坝施工程序或骤降的问题时,应该考虑应变对强度的影响。

另外,流变和次固结的时间效应在离心机内是不可能加速的。

### 4、尺寸影响:

当打算用能影响强度的具有宏观结构的土(如裂隙粘土)做模型试验时,尺寸影响就特别重要。做离心模型试验,宏观结构性质必须足够小,以便使在模型内的应力和变形与实际原型中所出现的情况相一致。三笠等提出〔19〕,原型的堆石料在模型中能用经过粉碎、过筛、并混合了的堆石料来模拟,其颗粒分布近似于原来的材料,但粒径按模型率而减少。还指出,对砂或粉粒土来说尺寸影响不大。

另外,还有一些缺点,特别是在对动力问题进行模拟时产生的,详见文献〔15〕。

## 七、建 议

(一) 现在世界各科学技术发达的国家已应用离心机做了不少土工领域的研究, 证明离心模型这种手段不仅可以对土工结构物进行定性模拟, 并且能进行定量试验。我们也应该用这一方法于水利工程事业, 去解决一些工程实践中所遇到的问题, 特别是高坝及震动作用下的许多问题。

(二) 土工用的离心模型试验机组一次投资比较多, 一旦建成, 有许多课题都可以在其中进行试验研究, 真是左右逢源、前景广阔。所以, 建议: 在我国可以有比较多的机构建造离心机以兹利用。离心机的造价与试验箱的容积成正比, 离心机半径越大, 投资也越多。不过, 各单位并不一定非建大型离心机不可, 应用适当尺寸的机组也是可以得到有用的成果的, 例如, 日本大阪市立大学三笠教授等人所使用的离心机并不大。最近他们才将其离心机的有效半径从1.0M增大到1.55M。试验箱的尺寸为 $50 \times 30 \times 16.5\text{cm}$ 。可是从1969年起他们在历届国际土力学和基础工程专业会议及地区性土工会议上都有其研究论文发表。

(三) 美国、法国和苏联正在设计下一代新的大型离心机, 其用途肯定是大的。今建议: 我们水利部门可派技术代表团到美、法、英、日等国比较深入地去学习他们的经验。

(四) 应用离心机进行土工模型试验研究所用的科学技术范围远比其它土工试验研究要多得多, 它是电子技术, 自动控制, 精密仪表, 计算机技术, 金属材料学等学科的综合成果。我认为, 开展离心机试验研究关键问题是各种物理量(如应力、应变、孔隙水压力、裂缝和位移等)的测量问题, 各种物理量微型传感器的研制是个迫切问题, 需早日着手准备。

附表: 比 例 关 系

参 量	足 尺 (原型)	离心模型 在 $n\text{g}$ 时	参 量	足 尺 (原型)	离 心 模 型 在 $n\text{g}$ 时
长 度	1	$1/n$	质量	1	$1/n^3$
面 积	1	$1/n^2$	力	1	$1/n^2$
体 积	1	$1/n^3$	能量	1	$1/n^3$
时 间			应力	1	1
振动条件下	1	$1/n$	应变	1	1
扩散情况下	1	$1/n^2$	密度	1	1
粘滞流情况下	1	1	能量密度	1	1
速度	1	1	频率		
加速度	1	$n$	振动问题时	1	$n$

## 参 考 文 献

- [1] M.M.AL—Hussaini: "Centrifugal model testing of soils: A literature review", U.S. Army Engineer Waterways Experiment Station, 1976.
- [2] G.I.Pokrovsky and I.S.Pedorov: "Studies of soil pressures and deformations by means of a centrifuge", 《Proc. 1st Intern. Conf. on Soil Mechanics and foundation Engineering》, Vol.1.1, 1936
- [3] Г.И.Покровский и И.С.Федоров: "Центробежное моделирование решений инженерных задач", М, 1953
- [4] A.N.Schofield: "General principles of centrifuge model testing and a review of some testing facilities", 《Offshore Soil Mechanics》, Cambridge University, 1976, pp.328—339.
- [5] Trip Report: Study tour: England, France, Russian and Japan, Centrifuge Installations and Modeling Techniques in Structure Foundation Design, 13 June—13 July, 1977. (AD—AO45764)
- [6] V.I.Vutsel: "Symposium on centrifugal modeling", 《Proc.8th Intern Conf.on Soil Mechanics and Found.Engng》, Vol.4.1, pp.209—210, 1973.
- [7] "Герсегованские чтения", 《Основания и Фундаменты, механика Грунтов》, No. 4, с. 31, 1976
- [8] K.H.Roscoe: "Soils and model tests", 《Journal of Strain Analysis》, Vol.3, No.1, pp.57—64, 1968
- [9] "Centrifugal modeling of geotechnical problems", ASCE National Convention, Atlanta, Georgia, USA, Oct., 1979.
- [10] 郑人龙等译: "离心模型试验方法译文集" (第一集), 郑州工学院水利系, 1979年12月。
- [11] M.Mikasa, A.Mochizuki and Y.Sumio: "A study on stability of clay slopes by centrifuge", 《Proc. 9th Inter.Conf.on Soil Mech.and Found.Engng》, Vol.2, pp.121—124, 1977.
- [12] A.N.Schofield: "Cambridge geotechnical centrifuge operations", 《Geotechnique》, Vol.30, No3, pp.227—268, 1980.
- [13] Г. И.Покровский и И. С.Федоров: "Центробежное моделирование в строительном деле", Стройиздат, 1968.
- [14] W.J.Rigden and J.H.Allen: "Some problems encountered in testing models in a large centrifuge" 《Strain》, July, 1973.
- [15] K.Arulanandan, A. Anandarajah and R.H.Bassett: "Centrifuge testing in geotechnical engineering" 《Centrifugal modeling of geotechnical problems》, ASCE National, convention Atlanta, 1979.
- [16] A.W.Bishop: Discussion of "Up-to-Date Methods of Investigation the Strength and Deformability of Soil (Laboratory and Field Testing of Soils for Their Strength Deformative and Rheological Properties)", 《Proc.8th Intern.Conf.on Soil Mech.and Found.Engng》, Vol.4.2, p.21, 1973.
- [17] P.J.Avgherinos and A.N.Schofield: "Drawdown failure of centrifuged models", 《Proc.7th intern. Conf on Soil Mech and Found Engng》, Vol.2, pp.497—505, 1969.
- [18] R.H.Bassett: "Centrifugal model tests of embankments on soft alluvial foundations", 《Proc.of 8th Intern.Conf.on Soil Mech.and Found.Engng》, Vol.2.2, pp.4—5, 1973
- [19] M.Mikasa, N.Takasa and K. Yamada: "Centrifugal model test of a rockfill dam", 《Proc. 7th Intern.Conf.on Soil Mech.and Found.Engng》, Vol.2, pp.325—333, 1969.
- [20] M.Mikasa and N.Takasa: "Significance of centrifugal model test in soil mechanics," 《Proc.of 8th Intern.Conf.on Soil Mech.and Found Engng》, Vol 1.2, pp.273—278, 1973.
- [21] В.И. вущель, А.Г.Осколков и В.И.Шербина: "Применение метода центробежного моделирования при исследованиях гидротехнических сооружений", 《Гидротехническое строительство》, Ио.8, с.27—30, 1973.
- [22] P.W.Rowe: "Application of centrifugal models to geotechnical structures", 《Recent Developme—

- nts in Soil Mechanics», Australia, pp.1—25, 1975.
- [23] A.N.Schofield: "Use of centrifugal model testing to assess slope stability", 《Canadian Geotechnical Journal》, Vol 15, No.1, pp 14—31, 1978.
- [24] M.Mikasa and A.Mochizuki: "Centrifugal model test of sensitive clay slopes", 《Proc.4th South-east Asia Conference on Soil Engineering》, vol 1, pp19—25, 1975
- [25] K.H Roscoe, J.R.F.Arthur and R.G James: "The determination of strains in soil by an X-ray method", 《Civil Engng and Public Works Review》, Vol.58, No.684, pp.873—876 and Vol.58, No685, pp.1009—1012, 1963.
- [26] L.J.Endicott: "The determination of stress fields from plane strain data", 《Geotechnique》, Vol24 No 4, pp.517—530, 1974.
- [27] M.D.Bolton, R.English, C.C.Hird and A.N Schofield: "Ground displacements in centrifugal model", 《Proc.8th Inter. Conf on soil Mech and Found Engng》, Vol1.1, pp.65—79, 1973
- [28] Т.Г.Яковлева и Д.И.Иванов: "Машина для центробежного моделирования, ее параметры и характеристики", Труды МИИТ, Вып.177, Издательство «Транспорт», с.147—164, 1963.
- [29] Т.Г.Яковлева "исследование возможности моделирования строительного периода при возведении железнодорожных насыпей", 《Труды МИИТ》, вып.1.273, с.40—49, 1968.
- [30] Ю.Н.Малышницкий и А.П.Сажно: "Центробежное моделирование отвалов", Сб. докладов 《Вопросы инженерной геологии》, вып.2, Л., Географическое Общество, СССР, 1970.
- [31] G.I.Ter—Stepanian and M.N.Goldstein: "Multistoried landslides and strength of softclays", 《Proc. 7th Intern. Conf. on Soil Mech. and Found. Engng》, Vol.2, pp.693—700, 1969.
- [32] B.Pincet, F.Blondeau, D.Queyroi et G.Pilot: "Etude centrifugation d'un remblai construit sur argile molle", 《International symposium on soft clay》, Bangkok, Thailand, 5—6 July, 1977, pp.527—546
- [33] B.Pincet, F.Blondeau, G.Pilot et D.Queyroi: "Modélisation du comportement d'ouvrages en terre par centrifugation de modèles réduits", 《Annales l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux publics》, No.359, March, 1978 pp.126—135.
- [34] V.I.Shcherbina: "Investigations of rockfill dam core cracking by centrifugal modelling", 《Proc.8th Intern Conf on Soil Mech. and Found. Engng》, Vol.4.3, 1973, p175.
- [35] P.W Rowe: "Embankments on Soft alluvial ground", 《Quarterly Journal of Engineering Geology》, Vol 5, No 142 1972 pp.127—141
- [36] I.M.Smith and R Hobbs: "Finite element analysis of centrifuged and built-up slopes", 《Geotechnique》, Vol.24 No.4, pp.531—559, 1974.
- [37] M. Mikasa, A. Mochizuki and Y. Sumio: "A study on stability of clay slopes by centrifuge", 《Proc 9th Intern. Conf. on Soil Mech. and Found. Engng》, Vol. 2, pp 121—124, 1977.