挑梁稳定及梁下砌体承压计算方法的研究

李望明
（土建系）

提要

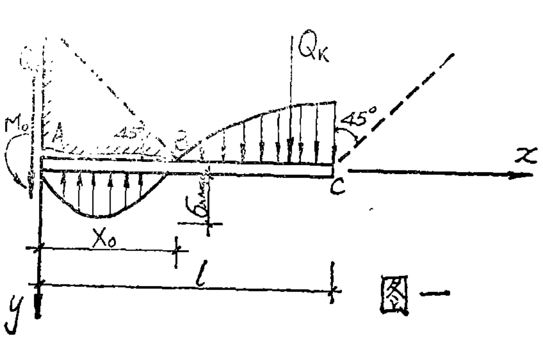
本文通过对挑梁上下砌体破坏机理的分析，提出弹性挑梁与刚性挑梁的理论计算建议，并据此提出简化计算方法供工程设计采用，与实验结果符合程度尚可。

有关钢筋混凝土挑梁的倾复破坏及梁下砌体受力情况，郑州工学院和五机部第五设计院等单位都进行了许多试验研究，并提出一些计算方法和公式。由于砖混结构的空间作用，砖砌体的咬岔起拱作用，以及砖砌体变形模量的非线性和砌体局部承压时力的扩散……等各因素的综合作用，使问题的分析比较复杂。在目前的认识条件下，我们试做如下分析。

一. 受力过程及破坏机理初步分析

挑梁一般是在砌体施工过程中安装在砌体之中。砌体硬化后，其伸入墙内部分，已成为砌体的一部分。当悬挑部分作用等效荷载Q_0及M_0（把挑梁上外荷载换算为挑梁在砌体边缘的内力）时，随着荷载的增加，由于梁的变形及梁上、下部分砌体的变形，使伸入砌体中的梁前段（靠悬臂端）上部压应力逐渐减少，以至出现拉应力，由于灰缝法向抗拉强度很小且不可靠，出现拉应力后很快出现裂缝，使砌体逐渐与梁分开。其下部压应力则随荷载增加而增加，由于局部受压作用，应力并不与梁下变形成正比（即挑梁作用下砌体的垫层系数随埋入深度而增加），其应力呈抛物线形。同理，随着荷载的增加，后段的下部压应力逐渐减少，以至出现拉应力而开裂。其上部压应力的变化与梁的刚度有关，对于刚性梁来说，上部压应力随埋入深度增加而增大，至梁端为最大。对于弹性梁来说，其上部压应力的分布与换算埋深αl有关，当梁的刚度很小时，则埋入长度只有部分起作用，其余部分不受挑梁荷载变化的影响。其应力图形简示于图一。

由于砌体的咬岔起拱作用，图一中AB段以上砌体荷载将不直接传给梁的AB段，而是从B点以后传下。最多只有从B点起45°线范围内的荷载直接传下，但此部分砌体重量不大，可以忽略不计。如果在A点有垂直于挑梁的墙，由于空间作用，开裂后梁的AB段将不直接承受上部荷载。



图一

对于弹性挑梁，由于AB段的应力图形较饱满，且AB的前部对抵抗局部受压不如BC段的后部有利，所以如产生局部受压破坏，将在AB段某处。对于刚性挑梁，则往往需要同时注意端部C处的局部受压。

梁BC段的反力合力Q_k将使梁端砌体截面产生剪应力，当主拉应力达到一定程度时，砌体将齿缝受剪，使梁失稳倾复而破坏。

这时：

$$\tau_{max} \geqslant R_j \tag{1}$$

或当墙上有外荷载时，

$$\tau_{max} \geqslant \sqrt{R_l^2 + R_l \sigma_y} \tag{2}$$

式中：τ_{max}——由Q_k引起的最大附加剪应力。

R_j——砌体齿缝抗剪强度。

R_l——砌体齿缝抗拉强度。

σ_y——砌体受外部荷载产生平均压应力。

其主拉应力迹线与$(-y)$轴夹角(实验中的破坏角)$\alpha \geqslant 45°$。

若外部荷载产生的平均压应力σ_y比较大，或挑梁后部墙体高度很大，$\tau_{max} \ll R_j$，则只有局压破坏，不可能倾复破坏。

当挑梁为刚性时，C点的变形过大，将使其附近的砌体开裂而失稳破坏。

所以挑梁有二种破坏形态：砌体局部受压破坏和失稳破坏(剪切破坏而失稳或开裂而失稳）。

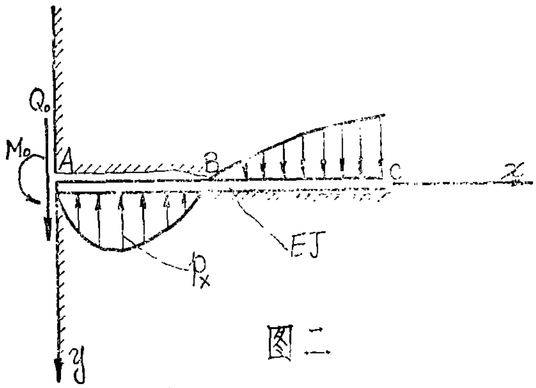
二. 挑梁的计算

挑梁的计算分为二种情况：刚性挑梁和弹性挑梁。

1、当挑梁为弹性时（$\alpha l > 2.5$）

挑梁在Q_0、M_0作用下，引起变形。根据文克勒尔（E·Winkler）假定，

$$P_x = C_x Y b \tag{3}$$



图二

式中：P_x——由Q_0，M_0引起的砌体分布附加压力。

C_x——砌体的垫层系数，随X值变化，$C_x = KX$。

K——垫层系数，随埋深X增加的比例常数，取$K = 1.0 \times 10^5 t/m^4$。

b——梁宽(或同时为墙厚)。单位为m

Y——梁的变形。

$$\therefore P_x = KXYb \tag{4}$$

由材料力学可知：（当梁的刚度为EJ时）

$$\frac{d^4Y}{dX^4}=-\frac{P_x}{EJ}$$

$$EJ\frac{d^4Y}{dX^4}+P_x=0$$

$$\frac{d^4Y}{dX^4}+\frac{kb}{EJ}XY=0$$

令
$$\alpha=\sqrt[5]{kb/EJ} \tag{5}$$

∴
$$\frac{d^4Y}{dX^4}+\alpha^5XY=0 \tag{6}$$

此四阶线性变系数齐次微分方程，可用高等数学中幂级数解法近似求解。求解时可利用边界条件作为初始参数。

$$\left.\begin{aligned}&Y_0=Y(x=0)\\&\varphi_0=\frac{dY}{dX}(x=0)\\&M_0=EJ\frac{d^2Y}{dX^2}(x=0)\\&Q_0=EJ\frac{d^3Y}{dX^3}(x=0)\end{aligned}\right\} \tag{7}$$

解之可得：

$$Y=Y_0A_1+\frac{\varphi_0}{\alpha}B_1+\frac{M_0}{\alpha^2EJ}C_1+\frac{Q_0}{\alpha^3EJ}D_1 \tag{8}$$

$$\frac{\varphi}{\alpha}=Y_0A_2+\frac{\varphi_0}{\alpha}B_2+\frac{M_0}{\alpha^2EJ}C_2+\frac{Q_0}{\alpha^3EJ}D_2 \tag{9}$$

$$\frac{M}{\alpha^2EJ}=Y_0A_3+\frac{\varphi_0}{\alpha}B_3+\frac{M_0}{\alpha^2EJ}C_3+\frac{Q_0}{\alpha^3EJ}D_3 \tag{10}$$

$$\frac{Q}{\alpha^3EJ}=Y_0A_4+\frac{\varphi_0}{\alpha}B_4+\frac{M_0}{\alpha^2EJ}C_4+\frac{Q_0}{\alpha^3EJ}D_4 \tag{11}$$

其中$A_1\cdots\cdots D_4$等16个系数都是αx的函数，可用幂级数表示：

$$\left.\begin{aligned}&A_1=1+\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^k\frac{(5k-4)!!}{(5k)!}(\alpha x)^{5k}\\&(k=1,2,3\cdots\cdots)\\&B_1=\alpha x+\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^k\frac{(5k-3)!!}{(5k)!}(\alpha x)^{5k+1}\end{aligned}\right\} \tag{12}$$

因为A_1中首项$1=(\alpha x)^0$，所以可以归纳为下式，便于电标，用一子程序可标出R。

$$R_{(I\cdot J)}=Q+\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^k\frac{(5k+I-5)!!}{(5k+J-J)!}(\alpha x)^{5k+I-J} \tag{13}$$

当$I>J$时：$Q=\frac{1}{(I-J)!}(\alpha x)^{I-J}$

$I=J$时：$Q=1$

$I<J$时，$Q=0$

I按1，2，3，4变化，代表A，B，C，D。

J按1，2，3，4变化，代表系数下标。

$$R=\begin{pmatrix} A_1 & A_2 & A_3 & A_4 \\ B_1 & B_2 & B_3 & B_4 \\ C_1 & C_2 & C_3 & C_4 \\ D_1 & D_2 & D_3 & D_4 \end{pmatrix} \tag{14}$$

初参数Q_0、M_0为已知，Y_0，φ_0可近似假定C端$=Y=0$，$\varphi=0$求解。

上述计算比较麻烦，要用电标。一般可以经过简化，化为更简单的形式。

$$Yx=\frac{Q_0}{\alpha^3EJ}Ay+\frac{M_0}{\alpha^2EJ}By \tag{15}$$

$$\varphi_X=\frac{Q_0}{\alpha^2EJ}A\varphi+\frac{M_0}{\alpha EJ}B\varphi \tag{16}$$

$$M_X=\frac{Q_0}{\alpha}A_M+M_0B_M \tag{17}$$

$$\sigma_X=\frac{\alpha Q_0}{b}A\sigma+\frac{\alpha^2M_0}{b}B\sigma \tag{18}$$

A_y……$B\sigma$都是αx 函数可以制成图表备用。见附图一、二、三、四。

如果挑梁的稳定能保证（一般非顶层砌体中挑梁），在实用中只需要M_x和$\pm\sigma_x$的最大数值就可以了。$M_{x_{max}}$作为设计挑梁时用。而$\pm\sigma_{x_{max}}$作为局压验算。这时应保证：

$$K\sigma_{x_{max}}\leqslant\gamma R \tag{19}$$

或　$$\sigma_{x_{max}}\leqslant 0.5R \tag{20}$$

式中：K——砌体抗压安全系数$K=2.3$。

γ——砌体局部抗压强度提高系数

$\gamma=1.2$

R——砌体抗压强度。

偏于安全也可用：

$$K(\sigma_{x_{max}}+\sigma_0)\leqslant\gamma R \tag{21}$$

式中：σ_0——上部荷载平均压应力。

若稳定无法判定，则应进行验算。由压应力 $-\sigma_x$ 的分布情况，可求得 Q_k，

$$\tau_{max} = 2.2\frac{Q_k}{bH}$$

$$K\tau_{max} \leqslant R_j$$

$$\therefore KQ_k \leqslant 1/2.2R_jbH = 0.45R_jbH \qquad (22)$$

式中：K——砌体抗剪安全系数K＝3.0。

H——梁上砌体高度。

2.2——剪应力不均匀系数。

现以实验梁TL3—1为例：

挑梁总长为4m，伸入墙内2m，其断面尺寸$0.24^m \times 0.3^m$，200号混凝土。梁上砌体高2m，墙厚0.24m，用75号砖50号混合砂条砌筑。当承受$Q_0 = 3.1^t$，$M_0 = 6.2^{t-m}$时的应力状态及破坏形态。

解

$$\alpha = \sqrt[5]{kb/EJ}$$

$$J = \frac{1}{12} \times 0.24 \times 0.3^3 = 0.00054$$

$$EJ = 0.8E_hJ = 0.8 \times 2.6 \times 10^6 \times 0.00054 = 1123^{t-m^2}$$

$$\alpha = \sqrt[5]{1.0 \times 10^6 \times 0.24/1123} = 1.84m^{-1}$$

$$\alpha l = 1.84 \times 2 = 3.68 > 2.5 \qquad (\text{弹性})$$

$$M_X = \frac{Q_0}{\alpha}A_m + M_0B_M = \frac{3.1}{1.84}A_M + 6.2B_M$$

$$= 1.68A_M + 6.2B_M$$

$$\sigma_X = \frac{\alpha Q_0}{b}A\sigma + \frac{\alpha^2 M_0}{b}B\sigma = 23.8A\sigma + 87B\sigma$$

M_x及σ_x的计算结果如表一和图三，图四所示。

其中$M_{x max} = 6.845^{t-m}$作为挑梁设计之用。与习惯设计时采用$M_0 = 6.2^{t-m}$相差 10%，所以采用M_0设计挑梁是不安全的。

$$\sigma_{x max} = 64.0t/m^2 < 1.2 \times 270t/m^2$$

不会产生局压破坏。

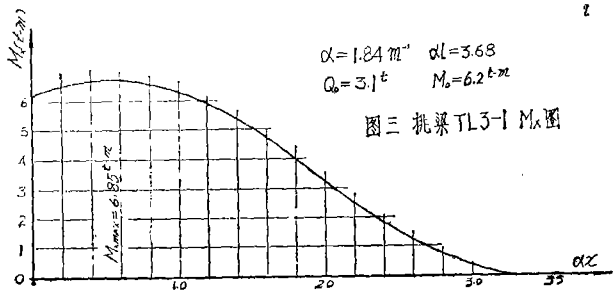
$$Q_K = \Delta x \cdot b \cdot \Sigma Q_X - Q_O = 0.109 \times 0.24 \times (30 + 52.7 + \cdots\cdots + 6.6) - 3.1 = 6.56^t$$

$$\tau_{max} = 2.2\frac{Q_k}{bH} = 2.2 \times \frac{6.56}{0.24 \times 2} = 30.14t/m^2 > R_j = 30t/m^2$$

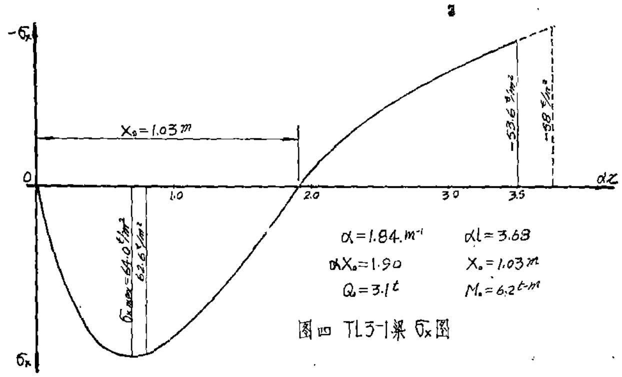
∴TL3—1梁在$Q_0 = 3.1^t$由剪切破坏引起失稳。

TL 3－1 梁M_x，σ_x计算结果 表 1

αx	$x_{(m)}$	A_M	B_M	$1.68A_M$	$6.2B_M$	M_x	A_σ	B_σ	$23.4A_\sigma$	$87.5B_\sigma$	σ_x
0.0	0	0	1.00	0	6.20	6.20	0	0	0	0	0
0.2	0.109	0.197	0.998	0.335	6.19	6.53	0.435	0.262	10.2	19.8	30.0
0.4	0.217	0.377	0.986	0.622	6.11	6.73	0.742	0.407	17.4	35.3	52.7
0.6	0.326	0.527	0.958	0.885	5.96	6.85	0.931	0.459	21.8	40.0	61.8
0.8	0.435	0.641	0.912	1.079	5.65	6.73	1.015	0.441	23.8	38.8	62.6
1.0	0.543	0.715	0.848	1.201	5.26	6.46	1.011	0.374	23.5	32.7	56.2
1.2	0.650	0.748	0.770	1.258	4.77	6.03	0.939	0.277	22.0	24.2	46.2
1.4	0.760	0.743	0.680	1.250	4.22	5.47	0.816	0.165	19.1	14.4	33.5
1.6	0.870	0.707	0.584	1.188	3.62	4.81	0.661	0.051	15.5	4.5	20.0
1.8	0.978	0.644	0.486	1.092	3.01	4.10	0.489	−0.055	11.4	−4.8	6.6
2.0	1.085	0.561	0.390	0.943	2.42	3.36	0.312	−0.147	7.3	−12.9	−5.6
2.2	1.195	0.466	0.300	0.773	1.860	2.63	0.137	−0.222	3.2	−19.4	−16.2
2.4	1.300	0.365	0.218	0.623	1.350	1.97	−0.030	−0.278	−0.7	−24.6	−25.3
2.6	1.410	0.266	0.148	0.447	0.916	1.36	−0.189	−0.318	−4.4	−27.8	−32.2
2.8	1.520	0.174	0.090	0.293	0.558	0.85	−0.342	−0.345	−8.0	−30.2	−38.2
3.0	1.629	0.095	0.046	0.159	0.285	0.34	−0.492	−0.360	−11.6	−31.5	−43.1
3.5	1.900	0	0	0	0	0	−0.905	−0.372	−21.1	−32.5	−53.6



图三 挑梁TL3-1 M_x图



图四 TL3-1梁 σ_x图

2、当挑梁为刚性时：

$(\alpha l \leqslant 2.5)$

根据文克勒尔假定：

$$\sigma_x = C_x \cdot \Delta y \tag{23}$$

$$C_x = kx$$

$$\Delta y = (X_0 - X)\,tg\omega$$

∵ ω 很小，∴ $tg\omega = \omega$

∴ $\Delta y = (X_0 - X)\omega$

$$\sigma_x = (X_0 - X)kx\omega \tag{24}$$

$$\Sigma Y = 0$$

$$Q_0 - \int_0^l \sigma_x b dx = 0$$

$$Q_0 - \int_0^l (X_0 - X) bk\omega x dx = 0$$

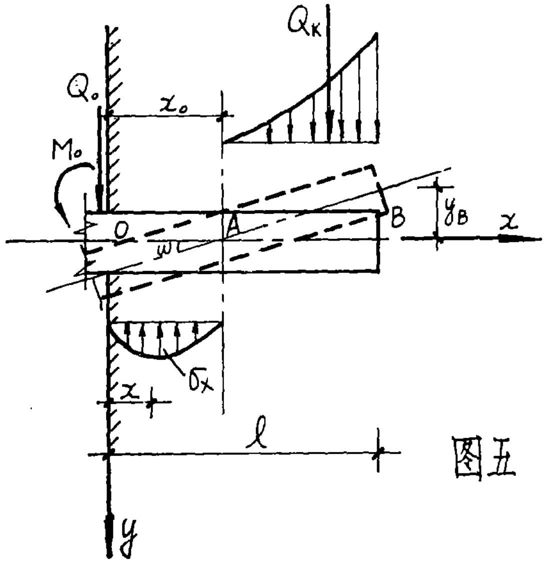
$$Q_0 - bk\omega \int_0^l (X_0 - X) x dx = 0$$

∴ $$6Q_0 + 2bk\omega l^3 - 3bk\omega X_0 l^2 = 0 \tag{25}$$

$$\Sigma M_A = 0$$

$$Q_0 X_0 + M_0 - \int_0^l \sigma_x b (X_0 - X) dx = 0$$

$$Q_0 x + M_0 - bk\omega \int_0^l (X_0 - X)^2 dx = 0 \tag{26}$$



图五

令 $bkl^2 = \beta$

由 (25) 式得：

$$\omega = \frac{6Q_0}{3\beta x_0 - 2\beta l} \tag{27}$$

由 (26) 式得：

$$6Q_0X_0 + 6M_0 - \omega(3\beta x_0^2 - 4\beta x_0 l + 1.5\beta l^2) = 0$$

∴ $$\omega = \frac{6Q_0X_0 + 6M_0}{3\beta x_0^2 - 4\beta x_0 l + 1.5\beta l^2} \tag{28}$$

联立解 (27) (28) 式可得：

$$X_0 = \frac{l(4M_0 + 3Q_0 l)}{2(3M_0 + 2Q_0 l)} \tag{29}$$

$$\omega = \frac{12(2Q_0 l + 3M_0)}{kbl^4} \tag{30}$$

$$Mx = M_0 + x[Q_0 - \frac{b\omega kx^2}{12}(2x_0 - x)] \tag{31}$$

由 (30) 式可求得ω，代入 (24) 式，可以求σ_x的分布规律。

由 $\frac{d\sigma_x}{dX} = 0$，可求得$\sigma_{x_{max}}$的位置及$\sigma_{x_{max}}$。

当X＝l时，可求得$-\sigma_{x\max}$。也可求出埋入终端的最大变位y_B。

$$y_B=(X_0-l)\,\omega \tag{32}$$

由$\sigma_{x\max}$，$-\sigma_{x\max}$可验算局部受压强度。

对于顶层砌体，y_B过大可能造成开裂失稳破坏。

以实验梁TL4—1为例：

梁断面0.24×0.35^m，200#混凝土，总长3m，埋深l＝1m，梁上墙高2m，用75号砖50号砂条砌筑。当$Q_0=1.150^t$，$M_0=2.30^{t-m}$时，其受力分析如下：

$$J=\frac{1}{12}\times0.24\times0.35^2=8.6\times10^{-4}$$

$$EJ=0.8\times2.6\times10^6\times8.6\times10^{-4}=1784$$

$$\alpha=\sqrt[5]{1.0\times10^5\times0.24/1780}=1.68\text{m}^{-1}$$

$\alpha l=1.68\times1=1.68<2.5$，按刚性梁计算。

$$X_0=\frac{l(4M_0+3Q_0l)}{2(3M_0+2Q_0l)} \tag{式29}$$

$$\because\quad M_0=Q_0a,\qquad a=2^m$$

$$\therefore\quad X_0=\frac{l(4a+3l)}{2(3a+2l)}=\frac{1(4\times2+3\times1)2}{2(3\times2+2\times1)}=0.69\text{m}$$

由（27）式可得：［或由（30）式］

$$\omega=\frac{6Q_0}{bkl^2(3x_0-2l)}=\frac{6\times1.15}{0.24\times10^5\times1^2(3\times0.69-2\times1)}$$

$$=0.0041$$

$$\sigma_x=(X_0-X)kx\omega=(0.69-X)\times10^5\times0.0041x \tag{式24}$$

$$\therefore\quad \sigma_x=283(X-1.45X^2)$$

σ_x的分布见表2及图六。

$$\frac{d\sigma_x}{dx}=0\qquad 1-2\times1.45x=0$$

$$x=0.345$$

$$\sigma_{x\max}=283(0.345-1.45\times0.345^2)=48.5\text{t/m}^2$$

当X＝l＝1时，

$$-\sigma_{x\max}=283(1-1.45\times1^2)=-127\text{t/m}^2$$

$R=270\text{t/m}^2$，两处局部承压均满足。

$$y_B=(X_0-l)\omega=(0.69-1)\times0.0041=-0.00127^m=-1.27^{mm}$$

将使梁端处砌体产生裂缝。

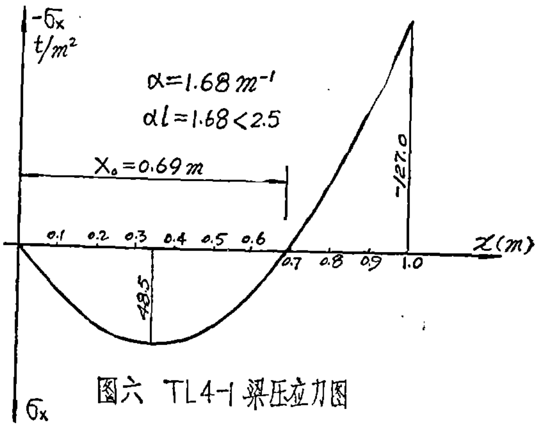
$$Q_k=bk\omega\int_{X_0}^{1}(X_0-X)\times dx=0.24\times10^5\times0.0041\int_{0.69}^{1}(0.69-x)\times dx$$

$$=3.93^t$$

若梁以上按齿缝开裂45°角范围总重量小于3.93^t，倾复破坏。

表 2

X(m)	$0.145X^2$	$\sigma x=283(X-1.45X^2)$ (t/m^2)
0.1	0.0145	24.2
0.2	0.058	40.2
0.3	0.13	48.0
0.4	0 232	47.5
0.5	0.36	38.9
0.6	0.52	22.1
0.7	0.71	−3.0
0.8	0.93	−36.0
0.9	1.17	−77.6
1.0	1.45	−127.0



图六 TL4-1 梁压应力图

3、刚性梁或弹性梁的判别

当梁的刚度很小时，压应力的分布情况主要由梁的变形所决定。计算 表明，当 $\alpha x>4.0$ 按弹性计算的压应力已很小很小，所以可以认为挑梁的换算埋深αl为大于 4，则其超过部分

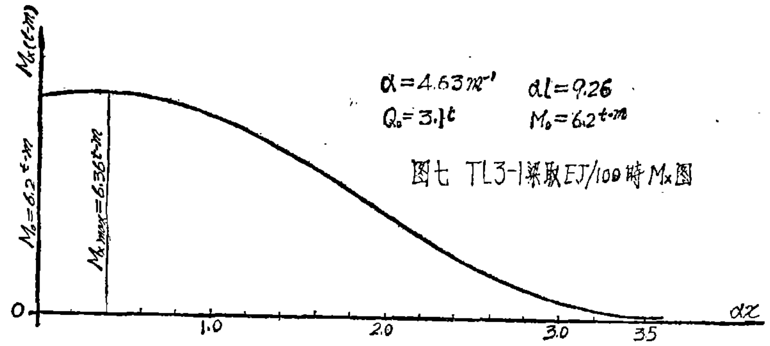
TL 3－1 梁取EJ/100时计算结果　　表 3

α x	X(m)	A_M	B_M	$0.67A_M$	$6.2B_M$	M_x	A_σ	B_σ	$59.8A_\sigma$	$553.8B_\sigma$	σ_x
0.0	0	0	1.000	0	6.20	6.20	0	0	0	0	0
0.2	0.043	0.197	0.998	0.132	6.19	6.32	0.424	0.258	25.4	142.9	168.3
0.4	0.086	0.377	0.986	0.252	6.11	6.36	0.721	0.400	43.1	221.5	264.6
0.6	0.129	0.529	0.959	0 354	5.95	6.30	0.902	0.450	53.9	249.2	301.1
0.8	0.172	0.646	0.913	0.430	5.66	6.09	0.979	0.430	58.5	238.1	296.6
1.0	0.215	0.723	0.851	0.480	5.28	5.76	0.970	0.361	58.0	199.9	257.9
1.2	0.258	0.762	0.774	0.510	4.80	5.31	0.895	0.263	53.5	145.6	199.1
1.4	0.301	0.765	0.687	0.510	4.26	4.77	0.772	0.151	46.2	86.6	132.8
1.6	0.344	0.737	0.594	0.490	3.68	4.17	0.621	0.039	37.1	−21.6	58.7
1.8	0.387	0.685	0.499	0.459	3.09	3.55	0.457	−0.046	27.3	−35.4	−8.1
2.0	0.430	0.614	0.407	0.411	2.52	2.93	0.294	−0.151	17.6	−86.6	−69.0
2.2	0.473	0.532	0.320	0.356	1.98	2.34	0.142	−0.219	8.5	−121.3	−112.8
2.4	0.516	0.443	0.243	0.297	1.51	1.81	0.008	−0.265	0.5	−146.8	−146.8
2.6	0.559	0.355	0.175	0.238	1.09	1.33	−0.104	−0.290	−6.2	−160.6	−166.8
2.8	0.602	0.270	0.120	0.181	0.74	0.92	−0.193	−0.295	−11.5	−163.4	−174.9
3.0	0.645	0.193	0.076	0.129	0.47	0.60	−0.262	−0.284	−15.7	−157.3	−173.0
3.5	0.756	0.051	0.014	0.034	0.09	0.12	−0.367	−0.199	−21.9	−110.2	−132.1
4.0	0.860	0	0	0	0	0	−0.432	−0.059	−25.8	−32.7	−58.5

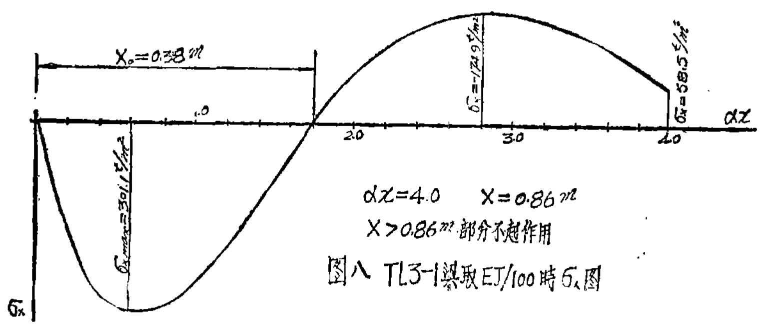
当成砌体，不再作为挑梁一部分对待。上述弹性梁TL3—1，其他条件不变，只把刚度EJ降低，取EJ/100，而假定砌体强度足够大，其计算结果如表3及图（七）（八）。

从计祘结果可以看出，虽然梁的埋深2m，但起挑梁主要作用的埋深只有0.86m，超过部分起作用甚微。所以当梁的刚度已定时，过大的埋深是没有多大意义的。

一般来说，当αl＞2.5时，按弹性梁计算，当αl≤2.5时，则按刚性梁方法进行计算。我们把α称为变形系数，αl称为换祘埋入深度（简称换祘埋深），它是决定挑梁计祘方法的一个重要指标。上述换祘埋深2.5的界限是近似的，当αl＝2.5时，按刚性计算和按弹性计算的结果应非常接近。



图七 TL3-1梁取EJ/100时Mx图



图八 TL3-1梁取EJ/100时σx图

4.计算步骤

（1）．判别类型

当αl≤2.5时，按刚性梁计算。

当αl＞2.5时，按弹性梁计算。

$$\alpha=\sqrt[5]{Kb/EJ} \quad \text{（式5）}$$

（2）．αl≤2.5时，求

$$X_0=\frac{l(4M_0+3Q_0l)}{2(3M_0+2Q_0l)} \quad \text{（式29）}$$

$$\omega=\frac{12(2Q_0l+3M_0)}{kbl^4} \quad \text{（式30）}$$

或
$$\omega=\frac{6Q_0}{bkl^2(3X_0-2l)} \quad \text{（式27）}$$

$$\sigma_x=(X_0-X)KX\omega \quad \text{（式24）}$$

由 $\frac{d\sigma}{dX}=0$，　可求$\sigma_{x_{max}}$

由 $X=1$，　可求$-\sigma_{x_{max}}$，

$$K\sigma_{x_{max}}\leqslant\gamma R \quad \text{（式19）}$$

$$Y_B=(X_0-X)\omega \quad \text{（式32）}$$

$$M_X=M_0+X\left[Q_0-\frac{b\omega KX^2}{12}(2X_0-X)\right] \quad \text{（式31）}$$

（3）当$\alpha l>2.5$时，由

$$M_X=\frac{Q_0}{\alpha}A_M+M_0B_M \quad \text{（式17）}$$

$$\sigma_X=\frac{\alpha Q_0}{b}A\sigma+\frac{\alpha^2M_0}{b}B\sigma \quad \text{（式18）}$$

可做出M_x图及σ_x图。

$$K\sigma_{x_{max}}\leqslant\gamma R \quad \text{（式19）}$$

由$-\sigma_x$分布情况可求得Q_k

$$KQ_k\leqslant0.45R_jbH \quad \text{（式22）}$$

三. 近似计算法

计算和实验结果表明，梁的刚度不宜过大也不宜过小。刚度过大时破坏发生在埋入端部梁上砌体，可能是局压破坏或开裂破坏。刚度过小，则埋入深度l只有部分起作用，使X_0大大减少，造成梁下砌体局压破坏。

在工程中，一般挑梁（如阳台挑梁等）宜设计成弹性梁，只有短悬臂且剪力为主的梁宜设计成刚性梁。其截面高度控制如下：

如梁的混凝土标号为200号，由$\alpha l=2.5$可得：

$h<0.168\sqrt[3]{l^5}$　时为弹性梁。

$h\geqslant0.168\sqrt[3]{l^5}$　时为刚性梁。

弹性梁按上述理论分析的方法进行计祘过于繁杂，从一些计祘结果可以近似假定如下：

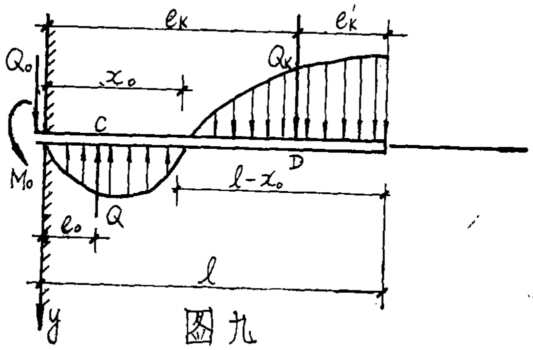
（1）梁底受压区分布长度X_0与梁的变形系数α成反比，设$X_0=1.8/\alpha$。

（2）梁底压应力合力点距离墙边为$e_0=0.4X_0$。

（3）梁顶压应力合力点距梁端为$e_k'=0.35(l-X_0)$。

（4）换算埋深$\alpha l\leqslant4.0$。

这样其应力图形为：



图九

设 $X_0 = 1.8/\alpha$　　(33)

$e_0 = 0.4X_0 = 0.72/\alpha$　　(34)

$e_k = l - e_k' = l - 0.35\ (l - X_0)$

∴ $e_k = 0.65l + 0.25/\alpha$　　(35)

$\Sigma M_D = 0$

$$Q = \frac{M_0 + Q_0 e_k}{e_k - e_0} = \frac{M_0 + Q_0(0.65l + 0.25/\alpha)}{0.65l + 0.25/\alpha - 0.72/\alpha}$$

$$\therefore \quad Q = \frac{1.54\alpha M_0 + (\alpha l + 0.38)Q_0}{\alpha l - 0.72} \tag{36}$$

$\Sigma M_c = 0$

$$Q_k = \frac{M_0 + Q_0 e_0}{e_k - e_0} = \frac{M_0 + Q_0 0.72/\alpha}{0.65l + 0.25/\alpha - 0.72/\alpha}$$

$$\therefore \quad Q_k = \frac{1.54\alpha M_0 + 1.11Q_0}{\alpha l - 0.72} \tag{37}$$

由　$\sigma_{x\max} \leqslant \gamma R$

$$\sigma_{x\max} = 1.5\sigma_{x平} = \frac{1.5Q}{bX_0} \leqslant 1.2R$$

∴　$Q \leqslant 0.8RbX_0$

即　$Q \leqslant 1.44Rb/\alpha$　　(38)

$\tau_{平} = Q_k/bH$

$$\tau_{\max} = 2.0\tau_{平} = 2.0\frac{Q_k}{bH} \leqslant Rj$$

∴　$Q_k \leqslant 0.5R_j bH$　　(39)

若引入安全系数：

$KQ \leqslant 1.44Rb/\alpha$　　(40)

式中：K——抗压安全系数K＝2.3，

$KQ_k \leqslant 0.5R_j bH$　　(41)

式中：K——抗剪安全系数K＝3.0。

仍以实验梁TL3—1为例：$\alpha = 1.84$，$l = 2m$，$M_0 = 6.2t\text{-}m$，$Q_0 = 3.1t$。

$$Q = \frac{1.54\times1.84\times6.2 + 3.1\ (1.84\times2 + 0.38)}{1.84\times2 - 0.72} = 10.19t$$

$$Q_k = \frac{1.54\times1.84\times6.2 + 1.11\times3.1}{1.84\times2 - 0.72} = 7.09t$$

$$\sigma_{x\max} = \frac{1.5\times10.19}{0.24\times1.8/1.84} = 65.1t/m^2$$

$$\tau_{\max} = 2.0\times\frac{7.09}{0.24\times2} = 29.6t/m^2$$

$\tau_{max} \to R_j$剪切失稳破坏。

四. 挑梁设计及验算步骤

(一)、挑梁的断面尺寸选定

梁宽b取与墙同宽。

梁高h，当混凝土R＝200号时，

选用$h < 0.168\sqrt[3]{l^{5}}$时为弹性梁。

$h \geqslant 0.168\sqrt[3]{l^{5}}$时为刚性梁。

(二)、取$1.1M_0$作为设计挑梁的纵向钢筋的控制弯矩。

(三)、当为弹性梁时

局压验算：

$$KQ \leqslant 1.44Rb/\alpha \tag{40}$$

式中：K——抗压安全系数，取2.3，

$$Q = \frac{1.54\alpha M_0 + (\alpha l + 0.38)Q_0}{\alpha l - 0.72} \tag{36}$$

$(\alpha l \leqslant 4)$

抗剪验算：

$$KQ_k \leqslant 0.5R_jbH \tag{41}$$

式中：K——抗剪安全系数，取3.0。

$$Q_k = \frac{1.54\alpha M_0 + 1.11Q_0}{\alpha l - 0.72} \tag{37}$$

$(\alpha l \leqslant 4.0)$

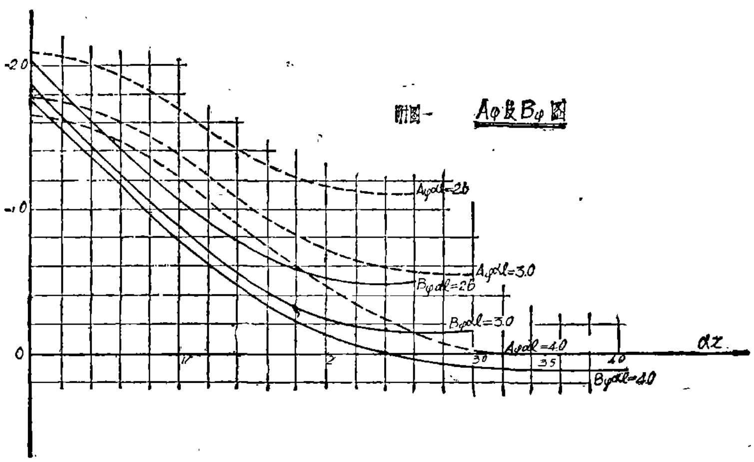
稳定验算：

若抗剪不满足(41)式，则梁上砌体按45°破坏角划分范围内的所有重量Q_k^0，应使

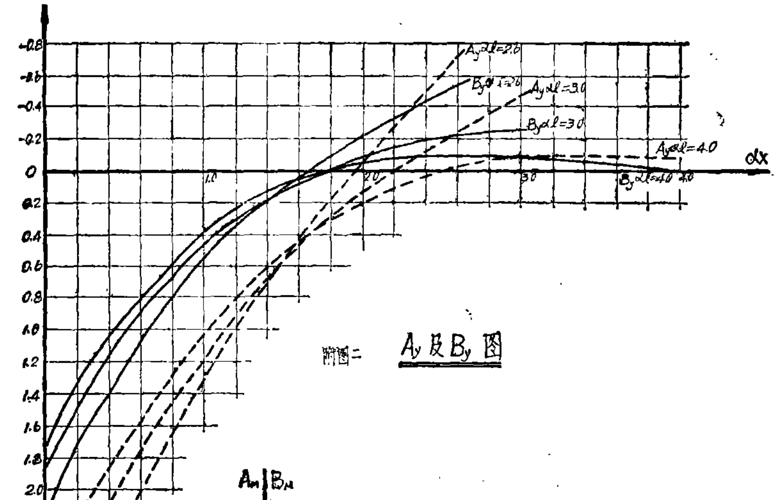
$$Q_k^0 \geqslant 1.5Q_k \tag{42}$$

(四)、刚性梁设计步骤见二、4部分。

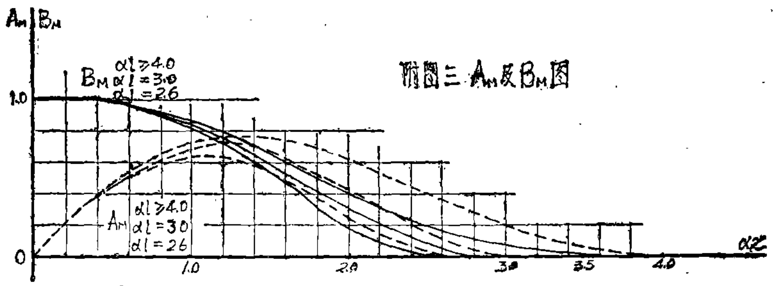
五. 理论计算和部分实验梁比较



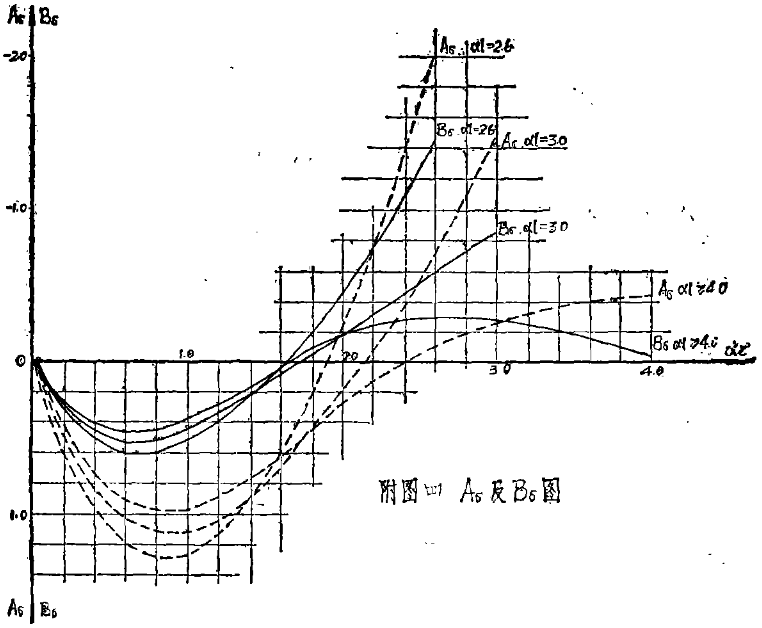
附图一　A_φ及B_φ图



附图二 A_y 及 B_y 图



附图三 A_M 及 B_M 图



附图四 A_σ 及 B_σ 图

详见表4。

近似法与实验结果比较 表4

编号	断面	混凝土	刚度	变形系数	挑出长度	埋入深度	换算埋深	计算刚度	梁上墙高	墙体	材料	破坏荷载	破坏荷载	破坏形态	破坏角
	b×h (cm)	标号	EJ ($T-m^2$)	α (m^{-1})	a(m)	l(m)	αl	刚或弹	H(m)	砖	砂浆	$Q_0^{计}$	Q_0^S		α
TL0—1	20×35	200	1486	1.68	1.88	2.62	4.40	弹	1.5	75	30*	2550	3375		53°37′
TL0—2	20×35	200	1486	1.68	1.88	2.62	4.40	弹	2.0	75	53	4148	3350	剪	52°
TL0—3	24×40	228	2662	1.55	1.88	2.12	3.29	弹	2.0	75	60	3397	4100		52°
TL0—4	24×40	228	2662	1.55	1.88	2.12	3.29	弹	2.0	75	100	4530	4850		57°
TL1—3	24×35	200	1784	1.68	2.0	2.0	3.36	弹	2.0	75	25*	2501	3100	切	62°10′
TL2—1	24×35	200	1784	1.68	2.0	2.0	3.36	弹	1.5	75	58	2812	2800		45°
TL2—2	24×35	200	1784	1.68	2.0	2.0	3.36	弹	2.5	75	45	4688	4460		62°51′
TL3—1	24×30	200	1123	1.84	2.0	2.0	3.68	弹	2.0	75	50	3109	3100		45°
TL3—2	24×50	200	5200	1.35	2.0	2.0	2.70	弹	2.0	75	32*	3030	3500	失	48°07′
TL4—1	24×35	200	1784	1.68	2.0	1.0	1.68	刚	2.0	75	50	1699	1150		55°
TL4—2	24×35	200	1784	1.68	2.0	3.0	5.04	弹	2.0	50	65	4471	3980		54°51′
TL5—1	24×35	200	1784	1.68	2.0	2.0	3.36	弹	2.0	75	30*	2057	3850	稳	49°17′
TL5—2	24×35	200	1784	1.68	2.0	2.0	3.36	弹	2.0	75	27*	2057	4000		50° 36
TL6—1	24×35	200	1784	1.68	2.0	2.0	3.36	弹	2.0	50	65	3085	3100		50°39′
TL6—2	24×35	200	1784	1.68	2.0	2.0	3.36	弹	2.0	50	65	3085	3100		45°

*因实验方法不当，测得砂浆标号比实际低。

参 考 文 献

〔1〕 砖石结构设计规范（GBJ3—73） 建工出版社

〔2〕 南京工学院主编：砖石结构 建工出版社

〔3〕 宋雅涵：钢筋混凝土挑梁倾复计算方法探讨 郑州工学院学报80年第1期

〔4〕 伍培根：挑梁下砌体应力分析 建筑结构80.6期

〔5〕 冯天然、张金岭：关于钢筋混凝土挑梁倾复计算的几点意见 中州建筑81.1期

〔6〕 吴保禄等：钢筋混凝土挑梁下砌体局部承压计算 中州建筑82.4期

〔7〕 赵访熊编：高等数学 高教出版社

〔8〕 E．ф．维诺库洛夫编：地基与基础的计算 中国工业出版社

〔9〕 刘成宇主编：土力学和基础工程（下册） 中国铁道出版社

〔10〕 M.N.ГОРБУНОВ—ПОСАДОВ РАСЧЕТ КОНСТРУКЦИЙ НА УПРУГОМ ОСНОВАИИЙ МОСКВА 1973