

斯特林循环三空间低温气机

结构、热力参数方程

王乐轩

(太阳能研究室)

提 要

本文对15K左右的斯特林循环三空间低温气机,推导了活塞运动方程、容积方程、结构参数与热力参数间关系方程、制冷量等方程。

斯特林(Stirling)循环,正循环为热气机循环,逆循环为冷气机循环。由于制冷温度15K左右,属于低温范围故又称低温气机。本文所述的斯特林循环三空间低温气机,具体的示意结构见(图1)。

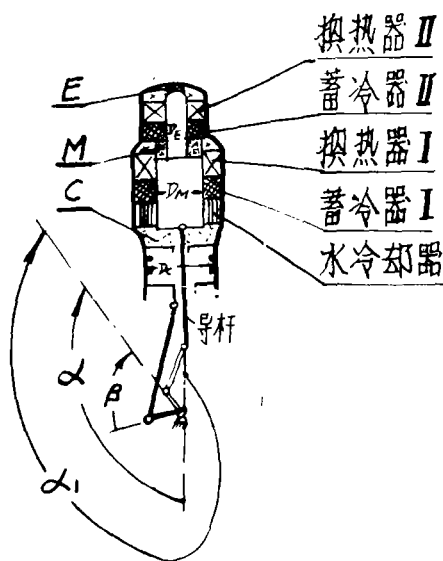


图1 斯特林循环三空间低温气机示意结构

由(图1)看出,同轴线自下而上有C、M、E三个空间。C为压缩空间,活塞直径 D_c ,行程 S_c ;M为I级膨胀制冷空间,活塞直径 D_m ,行程 S_m ;E为II级膨胀制冷空间,活塞直径 D_E ,行程 $S_E = S_m$ 。三个空间通过水冷却器、蓄冷器、换热器相互联通,中间无阀门,充以工质氦。

E空间的制冷温度可达12K, E空间的容积 V_E 是由II级膨胀制冷活塞顶端往复运动形成的。

M空间的容积 V_m 是由I级膨胀制冷活塞环面部分往复运动形成的。I、II级膨胀制冷活塞是一体，由导杆穿过压缩活塞，连在同一个曲柄连杆机构上。

C空间的容积 V_c 是由压缩活塞顶面，和I级膨胀制冷活塞底面复合往复运动形成的。压缩活塞的曲拐与膨胀活塞曲拐的夹角 β 。

理论斯特林循环三空间低温气机工作过程的(T—S)图，如(图2)所示。

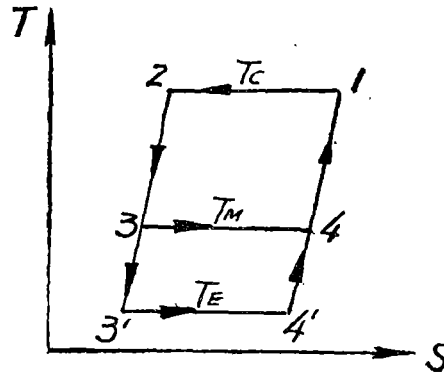


图2

斯特林循环三空间低温气机，工质处于闭式循环系统中，在理论上有极高的工作系数(Cop)。其结构轻巧紧凑，无阀门，操作简便，它广泛应用于航天技术、舰船装置中的低温冷却，以及多种的光学电子装置中。

一、运动方程式

(一) 曲柄连杆机构运动方程式

曲柄连杆机构以上死点为计算起点(图1)。

$$\alpha_1 = 0$$

活塞位移方程式：

$$y_{\text{赛}} = R \left[(1 - \cos \alpha_1) + \frac{\lambda}{4} (1 - \cos 2\alpha_1) \right]$$

式中：R—曲拐半径，等于 $\frac{1}{2}$ 行程S；

$$R = \frac{1}{2} S.$$

L—连杆长。

$$\lambda = \frac{R}{L} \quad \lambda \text{常取 } \frac{1}{3} \sim \frac{1}{5}$$

为了以后推导公式方便取下死点为计算基准。即 $\alpha = 0$ ，则 $\alpha_1 = \pi + \alpha$

阅(图1)

$$y_{\text{赛}} = R \left[(1 + \cos \alpha) + \frac{\lambda}{4} (1 - \cos 2\alpha) \right]$$

..... (1)

因公式(1)中取 $\lambda = \frac{1}{3}$ 或 $\frac{1}{5}$ 与 $\lambda = 0$ ，即

$$y = R (1 + \cos R)$$

..... (1')

式(1)和(1')作的曲线宏观上十分接近。我们研究的机器“相对余隙”是相当大的，推导压缩活塞、膨胀活塞的运动方程式，建立容积方程式时，可忽略不计 λ 项。但在进行动力计算时不能忽略。

(二) 各活塞运动方程式

(1) I、II级膨胀制冷活塞的运动方程式：因为I、II级膨胀制动活塞是一体，由连杆穿过压缩活塞，联在同一曲柄连杆机构上，其运动方程式为：

$$y_E = y_M = \frac{1}{2} S_E (1 + \cos \alpha) \quad \dots\dots (2)$$

y_E 与 y_M 的运动曲线(图2)示。

(2) 压缩活塞(顶面)运动方程式：

$$y_{c.顶} = \frac{1}{2} S_c [1 + \cos(\alpha - \beta)] \quad \dots\dots (3)$$

$y_{c.顶}$ 运动曲线(图3)示。

由于C空间容积 V_c 是由压缩活塞顶面和I级膨胀制冷活塞底面复合运动形成，因此还应推导I级膨胀活塞底面运动方程式：

$$y_{m.底} = f(\alpha)$$

从(图3)看出 $[\alpha O_2 y_{m.底}]$ 坐标系与 $[\alpha O_c y_{c.顶}]$ 坐标系变换关系式。

$$y_{m.底} = y_m - h_1$$

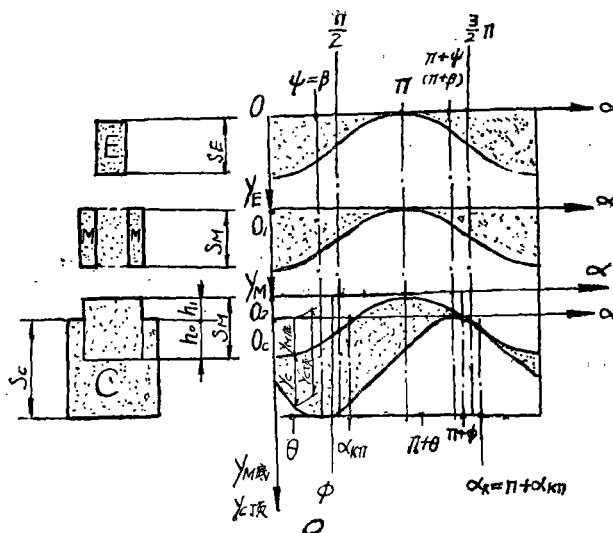


图3

将(2)式代入上式得I级膨胀活塞底面运动方程式：

$$y_{m.底} = \frac{1}{2} S_E (1 + \cos \alpha) - h_1 \quad \dots\dots (4)$$

式中

$$h_1 = S_E - h_0$$

h_0 —行程 S_E 与 S_c 相交的部分。

$y_{m.底}$ 运动曲线(图3)示

(3) 压缩活塞顶面与I级膨胀活塞底面的距离 y_c 方程式：

$$y_c = y_{c.顶} - y_{m.底}$$

$$y_e = \frac{1}{2} S_o [1 + \cos(\alpha - \beta)] - \frac{1}{2} S_E (1 + \cos \alpha) + h_1 \\ = \frac{1}{2} (S_o - S_E + 2h_1) + \frac{1}{2} S_o \cos(\alpha - \beta) - \frac{1}{2} S_E \cos \alpha \quad \dots\dots (5)$$

当 $\frac{dy_e}{d\alpha} = 0$ 时可导出 y_e 的最小值。设 y_e 最小时对应的 α 角为 α_k 。

$$\frac{dy_e}{d\alpha} = \frac{1}{2} S_E \sin \alpha - \frac{1}{2} S_o \sin(\alpha - \beta) = 0$$

$$S_E \sin \alpha = S_o \sin(\alpha - \beta) \\ = S_o (\sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta)$$

此时的 α 为 α_k ，故由式可导出：

$$\operatorname{tg} \alpha_k = \frac{S_o \sin \beta}{S_o \cos \beta - S_E} \quad \dots\dots (6)$$

当 $\alpha = \alpha_k$ 时 $y_e = 0$ 由 (5) 式可得：

$$h_1 = \frac{1}{2} S_E (1 + \cos \alpha_k) - \frac{1}{2} S_o [1 + \cos(\alpha_k + \beta)] \quad \dots\dots (7)$$

($\alpha - y_e$) 曲线 (图3—a) 示。

二、容积方程式

(一) E空间容积方程：(图1)(图3)

$$V_E = \frac{\pi}{4} D_E^2 \cdot y_E \\ = \frac{1}{2} V_o (1 + \cos \alpha) \quad \dots\dots (8)$$

$$\text{当 } \alpha = 0 \text{ 时, } V_E = V_o = V_{E_{\max}} = \frac{\pi}{4} \cdot D_E^2 \cdot S_E$$

$$\text{当 } \alpha = \pi \text{ 时, } V_E = V_{E_{\min}}$$

(二) M空间容积方程：(图1)(图3)

$$V_m = \frac{\pi}{4} (D_m^2 - D_E^2) \cdot y_m \\ = \frac{\pi}{4} (D_m^2 - D_E^2) \cdot \frac{1}{2} \cdot S_E \cdot (1 + \cos \alpha) \quad \dots\dots (9)$$

$$\text{令 } \frac{D_m^2}{D_E^2} = Z_m \text{ 代入 (9) 式}$$

$$\text{得 } V_m = \frac{1}{2} (Z_m - 1) V_o (1 + \cos \alpha) \quad \dots\dots (10)$$

由 (9)、(10) 式看出当 $\alpha = 0$ 时, V_m 为 $V_{m_{\max}}$ 。

$$V_{m_{\max}} = \frac{\pi}{4} (D_m^2 - D_E^2) \cdot S_E = (Z_m - 1) V_o$$

$$\text{令 } \frac{V_{\text{max}}}{V_0} = W_m$$

则 $V_{\text{max}} = W_m \cdot V_0 = (Z_m - 1) V_0$ 将此式代入 (9) 或 (10) 式得:

$$V_m = \frac{1}{2} W_m V_0 (1 + \cos \alpha) \quad \dots\dots (11)$$

(三) C 空间容积方程式: (图1)(图3)

$$V_c = \left(\frac{\pi}{4} \cdot D_c^2 \cdot Y_{c\text{顶}} - \frac{\pi}{4} \cdot D_m^2 \cdot y_{m\text{底}} \right) - \frac{\pi}{4} d_{\text{杆}} y_c$$

式中: $d_{\text{杆}}$ — 导杆的直径 (图1)

$\frac{\pi}{4} d_{\text{杆}} y_c$ 在 C 空间占去的容积。

若忽略导杆的影响 C 空间的容积方程为:

$$\begin{aligned} V_c &= \frac{\pi}{4} D_c^2 y_{c\text{顶}} - \frac{\pi}{4} D_m^2 y_m \\ &= \frac{\pi}{4} \cdot D_c^2 \cdot \frac{1}{2} S_c [1 + \cos(\alpha - \beta)] - \frac{\pi}{4} D_m^2 [\frac{1}{2} S_E (1 + \cos \alpha) - h_1] \end{aligned} \quad \dots\dots (12)$$

$$\text{令 } Z_c = \frac{\frac{\pi}{4} \cdot D_c^2 \cdot S_c}{V_0} \quad \dots\dots (12-a)$$

$$V_{h1} = \frac{\pi}{4} D_m^2 h_1 \quad \dots\dots (12-b)$$

$$\text{又因 } V_{\text{max}} = \frac{\pi}{4} (D_m^2 - D_E^2) S_E$$

$$= \frac{\pi}{4} D_m^2 \cdot S_E - V_0 = W_m V_0 = (Z_m - 1) V_0$$

$$\text{故 } \frac{\pi}{4} D_m^2 \cdot S_E = V_0 + W_m V_0 = (1 + W_m) V_0$$

$$= Z_m V_0 \quad \dots\dots (12-c)$$

将 (12-a)、(12-b)、(12-c) 式代入 (12) 式得

$$\begin{aligned} V_c &= \frac{1}{2} Z_c V_0 [1 + \cos(\alpha - \beta)] - \frac{1}{2} (1 + W_m) V_0 (1 + \cos \alpha) + V_{h1} \\ \text{或 } V_c &= \frac{1}{2} Z_c V_0 [1 + \cos(\alpha - \beta)] - \frac{1}{2} Z_m V_0 (1 + \cos \alpha) + V_{h1} \quad \dots\dots (13) \end{aligned}$$

($\alpha - V_c$) 曲线于 (图4-b)

在设计时常用品 (13) 进行结构计算, 但在热力计算推导热力公式时, 式 (13) 较繁不方便, 常设:

$$W_c = \frac{V_{cmax}}{V_0}$$

由(图4—b)可以看出当 $\alpha = \phi$ 时, $V_c = V_{cmax}$, 类似(11)式, 可写出

$$V_c = \frac{1}{2} W_c V_0 [1 + \cos(\alpha - \phi)] \quad \dots\dots (14)$$

式中 ϕ —— V_{cmax} 与 V_0 的相位角。

(四) 总(几何)容积方程;

($\alpha - V_{总}$) 曲线(图4—c)示,

$$V_{总} = V_E + V_m + V_c + V_s$$

式中 V_s ——除三个空间外其它各腔的容积及余隙容积。 V_s 在机器运转过程是个常数。

$$V_s = \sum V_i = \underbrace{V_{水}}_{\text{水冷器容积}} + \underbrace{V_{R1} + V_{R2}}_{\text{两个蓄冷器容积}} + \underbrace{V_I + V_{II}}_{\text{两个换热器容积}} + \underbrace{V_{余}}_{\text{余隙容积}} \quad \dots\dots (15-a)$$

(五) 相对 $V_{s,i}$

$$S_i = \frac{V_{s,i}}{V_0} \cdot \frac{T_c}{T_{s,i}} \quad \dots\dots (16)$$

式中: T_c —C空间温度、常取300k。

三、各结构参数间关系方程

从容积方程式中可看出有几个重要的参数 Z_c 、 W_m 和 Z_m 、 W_c 、 β 和 ψ 、 ϕ , 它们是紧密相关的, 设计时常先确定之, 下面推导这些参数间的关系方程。

(一) 关于总(几何)容积的极值和 β 与 ψ 的关系:

由总(几何)容积方程式(15) $V_{总} = V_E + V_M + V_c + V_s$, 将各容积方程式(8)、(11)、(13)代入(15)式, 经整理得

$$V_{总} = \frac{1}{2} Z_c V_0 [1 + \cos(\alpha - \beta)] + V_b + V_s \quad \dots\dots (17)$$

当 $\left(\frac{\partial V_{总}}{\partial \alpha}\right) = 0$ 可得 $V_{总}$ 的极值。

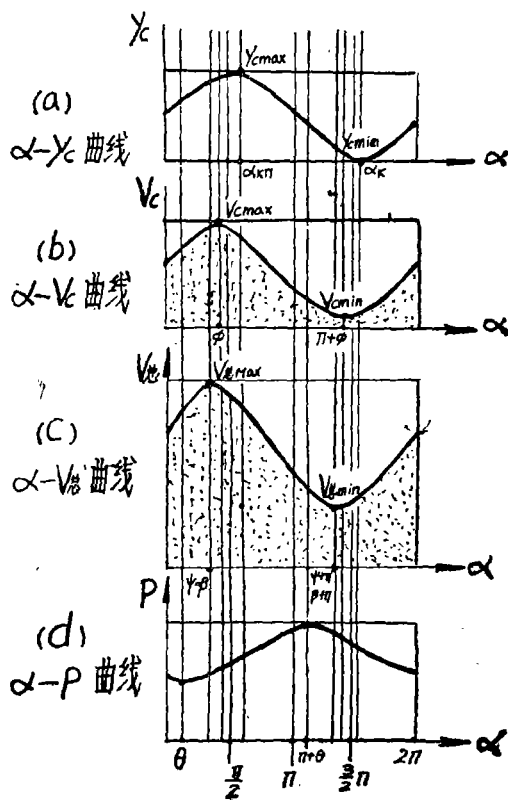


图4

$$\left(\frac{\partial V_{\text{总}}}{\partial \alpha}\right) = -\frac{1}{2}Z_c V_o \sin(\alpha - \beta) = 0 \quad \dots\dots (18)$$

从(图3—C)看出 $V_{\text{总max}}$ 与 V_o 的相位角为 ψ , 由(18)式可知只有 $\alpha = \psi = \beta$ 时, $\sin(\alpha - \beta) = 0$, $V_{\text{总}}$ 有极大值, $V_{\text{总max}} = \frac{1}{2}Z_c V_o [1 + \cos(\psi - \beta)] + V_{h1} + V_s$
 $= Z_c V_o + V_{h1} + V_s \quad \dots\dots (19)$

从(图4—c)看出 $V_{\text{总min}}$ 与 V_o 的相位角为 $\pi + \psi$, 由(18)式也可得知只有 $\alpha = \psi = \beta$ 时, $V_{\text{总}}$ 有极小值 $V_{\text{总min}}$.

$$V_{\text{总min}} = \frac{1}{2}Z_c V_o [1 + \cos(\pi + \psi - \beta)] + V_{h1} + V_s \\ = V_{h1} + V_s$$

上述推导 $V_{\text{总}}$ 的极值中可得知 $V_{\text{总max}}$ 与 V_o 的相位角 ψ 等于曲拐夹角 β .

$$\psi = \beta.$$

(二) 关于 ϕ 与 β 、 Z_c 和 W_o 、 Z_m 和 W_m 的关系方程式。

ϕ 是 V_{cmmax} 与 V_o 的相位角。因 $W_o = \frac{V_{\text{cmmax}}}{V_o}$ 故由(14)式可看出当 $\alpha = \phi$ 时,

$$V_o = V_{\text{cmmax}} = W_o V_o. \quad (\text{图3—6})$$

当 $\alpha = \pi + \phi$ 时, $V_o = V_{\text{cmmin}} = K V_o$, $K V_o$ 是假设的常量, 这有利推导公式。

$$\text{即 } V_{\text{cmmax}} = \frac{1}{2}Z_c V_o [1 + \cos(\phi - \beta)] - \frac{1}{2}Z_m V_o (1 + \cos\phi) + V_{h1} = W_o V_o$$

$$V_{\text{cmmin}} = \frac{1}{2}Z_c V_o [1 - \cos(\phi - \beta)] - \frac{1}{2}Z_m V_o (1 - \cos\phi) + V_{h1} = K V_o$$

上两式相减得

$$(W_o - K) V_o = Z_c V_o \cos(\phi - \beta) - Z_m V_o \cos\phi$$

$$W_o = Z_c \cos(\phi - \beta) - Z_m \cos\phi + K \quad \dots\dots (21)$$

$$\cos(\phi - \beta) = \frac{(W_o - K) + Z_m \cos\phi}{Z_c} \quad \dots\dots (22)$$

由三角函数知

$$\cos(\phi - \beta) = \sqrt{1 - \sin^2(\phi - \beta)} \quad \dots\dots (22-a)$$

由式(14), 当 $\left(\frac{\partial V_o}{\partial \alpha}\right)_{\alpha=\phi} = 0$ 时 利用(22)、(22—a)式可求得 ϕ 与 Z_c 、 W_o 、 W_m

Z_c 、 Z_m 关系方程式。

$$\left(\frac{\partial V_o}{\partial \alpha}\right)_{\alpha=\phi} = \frac{1}{2}Z_m V_o \sin\phi - \frac{1}{2}Z_c V_o \sin(\phi - \beta) = 0 \quad \dots\dots (23)$$

将(23)式整理得

$$\sin(\phi - \beta) = \frac{Z_m \sin\phi}{Z_c} \quad \dots\dots (23-a)$$

将(23—a)代入(22—a)式得:

$$\cos(\phi - \beta) = \frac{1}{Z_c} \sqrt{Z_c^2 - Z_m^2 \sin^2\phi} \quad \dots\dots (24)$$

比较(22)式与(24)式得

$$(W_o - K) + Z_m \cos\phi = \sqrt{Z_c^2 - Z_m^2 \sin^2\phi}$$

将上式等号两端平方后整理得:

$$\cos\phi = \frac{Z_c^2 - (W_c - K)^2 - Z_m^2}{2(W_c - K)Z_m} \quad \dots\dots (25)$$

若将(21)式两端平方后展开, 又将(23)式两端平方后展开, 然后两式相加, 整理后得:

$$(W_c - K)^2 = Z_c^2 + Z_m^2 - 2 \cdot Z_m \cdot Z_c \cos\beta \quad \dots\dots (26)$$

$$\cos\beta = \frac{Z_c^2 + Z_m^2 - (W_c - K)^2}{2 \cdot Z_m \cdot Z_c} \quad \dots\dots (27)$$

再由(23)式可导出:

$$\operatorname{tg}\phi = \frac{Z_c \sin\beta}{Z_c \cos\beta - Z_m} \quad \dots\dots (28)$$

有了上述的公式(21)、(25)、(26)、(27)、(28)再添上 $K = \frac{V_{c\min}}{V_0} \cdot \frac{D_m^2}{D_E^2}$
 $= Z_m$, $Z_m = 1 + W_m$; 等式便可分析研究各结构参数间的关系。设计时根据这些关系式选择恰当的结构参数。

四、热力参数与结构参数间关系方程

从(图1)的结构示意知C、M、E三个空间, 蓄冷器, 水冷却器、换热器等各腔无阀门联通, 故设各腔的压力相同, 又因使用的工质(氦气)在临界参数以上, 所以按理想气体方程推导公式。

$$P = \frac{RT_c}{U_c} = \frac{RT_E}{U_E} = \frac{RT_M}{U_M} = \sum \frac{RT_{s,i}}{U_{s,i}} \quad \dots\dots (29)$$

设(29)式中的比容各为:

$$U_c = \frac{V_c}{m_c}, \quad U_E = \frac{V_E}{m_E}, \quad U_M = \frac{V_M}{m_M}, \quad U_{s,i} = \frac{V_{s,i}}{m_{s,i}}$$

则(29)式变为:

$$P = \frac{m_c RT_c}{V_c} = \frac{m_E RT_E}{V_E} = \frac{m_M RT_M}{V_M} = \sum \frac{m_{s,i} RT_{s,i}}{V_{s,i}} \quad \dots\dots (30)$$

工质的总质量:

$$\begin{aligned} M &= m_c + m_M + m_E + \sum m_{s,i} \\ &= \frac{P}{R} \left(\frac{V_c}{T_c} + \frac{V_M}{T_M} + \frac{V_E}{T_E} + \sum \frac{V_{s,i}}{T_{s,i}} \right) \\ &= \frac{P}{R \cdot T_c} \left(V_c + V_M \frac{T_c}{T_M} + V_E \frac{T_c}{T_E} + \sum V_{s,i} \frac{T_c}{T_{s,i}} \right) \end{aligned} \quad \dots\dots (31)$$

$$\text{令温度比为: } \frac{T_c}{T_E} = \tau_E; \quad \frac{T_c}{T_M} = \tau_M$$

$$\text{据(16)式知: } V_{s,i} \frac{T_c}{T_{s,i}} = s_i \cdot V_0$$

故(31)式可写成:

$$M = \frac{P}{R \cdot T_c} (V_c + \tau_E V_E + \tau_M V_M + \sum s_i V_0) \quad \dots\dots (32)$$

将(8)、(11)、(14)式代入(32)式整理后得

$$P = \frac{2RT_c}{V_0} \times \frac{1}{2\sum si + \tau_E + \tau_m W_m + W_c + (\tau_E + \tau_m W_m) \cos \alpha + W_c \cos(\alpha - \phi)} \quad \dots\dots (33)$$

$$\text{令 } A = (\tau_E + \tau_m W_m) \cos \alpha + W_c \cos(\alpha - \phi) \quad \dots\dots (34)$$

$$P = \frac{2M \cdot R \cdot T_c}{V_0} \cdot \frac{1}{2\sum si + \tau_E + \tau_m W_m + W_c + A} \quad \dots\dots (35)$$

分析(33)、(34)、(35)可以看出, $A = f(\alpha)$, 其余参数为常数, 故A大则P小, A小则P大。

当 $A = A_{\max}$, 而(图3—d)中 $\alpha = 0$ 时, $P = P_{\min}$

$A = A_{\min}$, 即(图3—d)中 $\alpha = \pi + 0$ 时, $P = P_{\max}$

当 $\left(\frac{\partial P}{\partial \alpha}\right) = 0$ 可得P的极值,

令 $U = 2\sum si + \tau_E + \tau_m W_m + W_c + (\tau_E + \tau_m W_m) \cos \alpha + W_c \cos(\alpha - \phi)$

则 $U' = -(\tau_E + \tau_m W_m) \sin \alpha - W_c \sin(\alpha - \phi)$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial \alpha}\right) = \frac{2MRT_c}{V_0} \left(\frac{1}{U}\right)' = \frac{2MRT_c}{V_0} \left(\frac{-U'}{U^2}\right) = 0 \quad \dots\dots (36)$$

由(36)式看出

$$-U' = (\tau_E + \tau_m W_m) \sin \alpha + W_c \sin(\alpha - \phi) = 0$$

因P有极小值时 $\alpha = 0$ 故上式可写为:

$$-U' = (\tau_E + \tau_m W_m) \sin \theta + W_c \sin(\theta - \phi) \quad \dots\dots (37)$$

将(37)式进行三角变换得关于 θ 值的方程式

$$\text{tg} \theta = \frac{W_c \sin \phi}{\tau_E + \tau_m W_m + W_c \cos \phi} \quad \dots\dots (38)$$

又将(34)式进行三角变换后把(38)式代入得

$$A = W_c \frac{\sin \phi}{\sin \theta} \cos(\alpha - \theta) \quad \dots\dots (39)$$

再将三角公式 $\sin \theta = \frac{\text{tg} \theta}{\sqrt{1 + (\text{tg} \theta)^2}}$ 进行变化后把(38)式代入得

$$\sin \theta = \frac{W_c \sin \phi}{[(\tau_E + \tau_m W_m)^2 + 2W_c(\tau_E + \tau_m W_m) \cos \phi + W_c^2]^{\frac{1}{2}}} \quad \dots\dots (40)$$

$$\text{令 } D = [(\tau_E + \tau_m W_m)^2 + 2W_c(\tau_E + \tau_m W_m) \cos \phi + W_c^2]^{\frac{1}{2}}$$

$$\text{则 } \sin \theta = \frac{W_c \sin \phi}{D} \quad \dots\dots (40a)$$

(40a)式代入(39)式得:

$$A = D \cdot \cos(\alpha - \theta) \quad \dots\dots (41)$$

分析(41)式和(35)式得知: (图3—d)

当 $\alpha = 0$ 时 $\cos(\theta - \theta) = 1$

A为 $A_{\max} = D$ 这时 P为 P_{\min} ;

当 $\alpha = \pi + \theta$ $\cos(\pi + \theta - \theta) = -1$

A 为 $A_{\min} = -D$ 这时

P 为 P_{\max}

$$\left. \begin{aligned} A_{\max} &= +D \\ A_{\min} &= -D \end{aligned} \right\}$$

..... (42)

$$P_{\max} = \frac{2MRT_c}{V_0} \cdot \frac{1}{2 \sum s_i + \tau_E + \tau_m W_m + W_c - D}$$

..... (43)

$$P_{\min} = \frac{2MRT_c}{V_0} \cdot \frac{1}{2 \sum s_i + \tau_E + \tau_m W_m + W_c + D}$$

..... (44)

$$\text{令 } \delta = \frac{D}{2 \sum s_i + \tau_E + \tau_m W_m + W_c}$$

..... (45)

故:

$$\frac{P_{\max}}{P_{\min}} = \frac{1}{\frac{D}{\delta} - D} : \frac{1}{\frac{D}{\delta} + D}$$

..... (46)

由 (46) 得最大压比公式为

$$\frac{P_{\max}}{P_{\min}} = \frac{1 + \delta}{1 - \delta}$$

..... (47)

把 (45) 式代入 (35) 式得

$$P = \frac{2M \cdot R \cdot T_c}{V_0} \cdot \frac{1}{\frac{D}{\delta} + A} = \frac{2MRT_c}{V_0} \cdot \frac{1}{\frac{D}{\delta} \left(1 + \frac{\delta A}{D} \right)}$$

由 (41) 式知: $\frac{A}{D} = \cos(\alpha - \theta)$, 将此代入上式得 P 的方程为:

$$P = \frac{2M \cdot R \cdot T_c}{V_0} \cdot \frac{1}{\frac{D}{\delta} [1 + \delta \cos(\alpha - \theta)]}$$

..... (48)

一般压比公式:

$$\frac{P}{P_{\max}} = \frac{1 - \delta}{1 + \delta \cos(\alpha - \theta)}$$

..... (49)

$$\text{或 } P = P_{\max} \frac{1 - \delta}{1 + \delta \cos(\alpha - \theta)}$$

..... (49a)

$$\frac{P}{P_{\min}} = \frac{1 + \delta}{1 + \delta \cos(\alpha - \theta)}$$

..... (50)

$$\text{或 } P = P_{\min} \frac{1 + \delta}{1 + \delta \cos(\alpha - \theta)}$$

..... (50a)

($\alpha - P$) 曲线示于 (图3—d)。

将 (48) 式变化一下得

$$P = \left(\frac{2MRT_c}{V_0 \cdot D} \right) \cdot \frac{\delta}{1 + \delta \cos(\alpha - \theta)}$$

..... (51)

圆锥曲线之极坐标方程式为

$$\rho = P \frac{e}{1 - e \cos x}$$

(51)式与之比较,可以看出压力变化曲线是圆锥线,因 $\delta < 1$,故压力变化曲线是椭圆(图5)

为了机器设计计算的方便,常用平均压力 \bar{P} 这个参数。将(499)式积分并被 2π 除就得平均压力。

$$\begin{aligned}\bar{P} &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left(P_{max} \frac{1-\delta}{1+\delta \cos(\alpha-\theta)} \right) d\alpha \\ &= P_{max} \sqrt{\frac{1-\delta}{1+\delta}} \\ &= \sqrt{P_{max} \cdot P_{min}} \quad \dots\dots (52)\end{aligned}$$

$$P_{max} = \bar{P} \frac{(1-\delta^2)^{\frac{1}{2}}}{1-\delta} \quad \dots\dots (52)$$

将(53)代入(49a)式得

$$P = \bar{P} \frac{(1-\delta^2)^{\frac{1}{2}}}{1+\delta \cos(\alpha-\theta)} \quad \dots\dots (54)$$

上述热力参数与结构参数关系的各方程式中,可知参数 δ 是十分重要的, δ 值集中反映了各主要结构参数与热力参数的关系。由(47)、(54)式中看出确定合平要求压比,要有一个恰当 δ 值。推荐: $\delta = 0.30 \sim 0.55$,从而最大压比在1.5~3.5之间。

五、理论制冷量、制冷系数、功率方程、

我们所讨论的机器如(图1)所示是封闭系统,据热力学第一定律,方程式为:

$$Q = \Delta u + A \int_1^2 p dv \quad \dots\dots (55)$$

这种机器只对外进行热交换,膨胀制冷的做功不传给外界,仍传给系统内的工质。因而不能用一般的膨胀制冷机的计算方法去考察它的制冷量,设计时假设膨胀过程和压缩过程均为等温过程,且在一个循环中内能变化为零;即

$$\Delta u = 0$$

故E腔制冷量方程为

$$Q_E = A \bar{P} \oint dv \quad \dots\dots (56)$$

把(54)式及(8)式代入(56)式得:

$$\begin{aligned}Q_E &= A \bar{P} \oint \frac{(1-\delta^2)^{\frac{1}{2}}}{1+\delta \cos(\alpha-\theta)} d\left(\frac{1}{2} V_0 (1+\cos \alpha)\right) \\ &= -A \cdot V_0 \cdot \bar{P} \oint \frac{(1-\delta^2)^{\frac{1}{2}}}{1+\delta \cos(\alpha-\theta)} \sin \alpha \cdot d\alpha \quad \dots\dots (57)\end{aligned}$$

将(57)式中积分符号内取函数 $f(x)$,用福氏级数展开后再积分,便可得E空间制冷量方程

$$Q_E = A \cdot \pi \cdot V_0 \cdot \bar{P} \frac{\delta}{1+(1-\delta^2)^{\frac{1}{2}}} \sin \theta \quad \dots\dots (58)$$

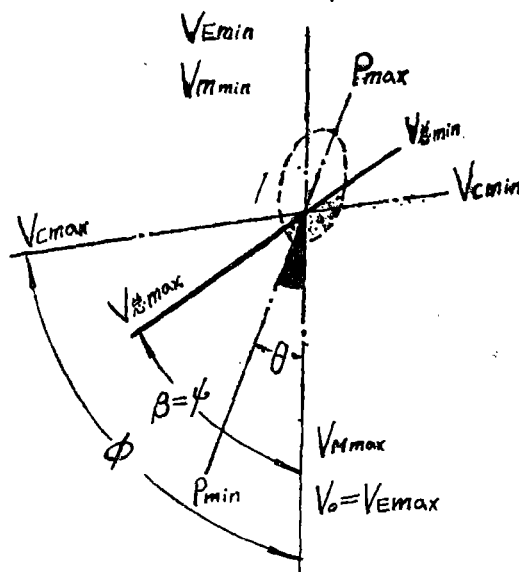


图 5

同理可推出M空间制冷量:

$$Q_M = A \cdot \pi \cdot W_m \cdot V_0 \bar{P} \frac{\delta}{1 + (1 - \delta^2)^{\frac{1}{2}}} \sin \theta \quad \dots (59)$$

同理也可推出C空间放热量:

$$Q_c = A \cdot \pi \cdot W_c \cdot V_0 \bar{P} \frac{\delta}{1 + (1 - \delta^2)^{\frac{1}{2}}} \sin(\theta - \phi) \quad \dots (60)$$

$$\frac{Q_m}{Q_E} = W_m, \quad Q_m = W_m Q_E \quad \dots (61)$$

(61)式说明M空间制冷量是E空间制冷量的 W_m 倍。

$$\begin{aligned} \frac{Q_c}{Q_E} &= \frac{W_c \sin(\theta - \phi)}{\sin \theta} = W_c \frac{\sin \theta \cos \phi - \cos \theta \sin \phi}{\sin \theta} \\ &= W_c \cos \phi - W_c \left(\frac{1}{\tan \theta} \right) \sin \phi \end{aligned}$$

把(38)式代入上式得:

$$\begin{aligned} \frac{Q_c}{Q_E} &= W_c \cos \phi - W_c \left(\frac{\tau_E + \tau_m W_m + W_c \cos \phi}{W_c \sin \phi} \right) \sin \phi \\ &= -(\tau_E + \tau_m W_m) \\ Q_c &= -(\tau_E + \tau_m W_m) Q_E \quad \dots (62) \end{aligned}$$

(62)式说明C空间放热量是E空间制冷量的 $(\tau_E + \tau_m W_m)$ 倍。

前述(58)、(59)、(60)公式计算前后的单位为: [大卡/转]。

若计算单位时间的制冷量,则取单位为:

$$A \text{——} \frac{1}{427} \left[\frac{\text{大卡}}{\text{公斤} \cdot \text{厘米}} \times \frac{10}{1000} \right]$$

$$\bar{P} \text{——} \left[\frac{\text{公斤}}{\text{厘米}^2} \right]$$

$$V_0 \text{——} [\text{厘米}^3]$$

$$n \text{——} [\text{转/分}] \text{ 化为每小时的转速: } [\text{转/时}] = 60 [\text{转/分}]$$

故单位小时E空间制冷量为

$$\begin{aligned} q_E &= Q_E \cdot n \cdot 60 \cdot \frac{10}{1000} \left[\frac{\text{大卡}}{\text{时}} \right] \\ &= 4.4144 \bar{P} \cdot V_0 \frac{\delta}{1 + (1 - \delta^2)^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{n}{1000} \sin \theta \left[\frac{\text{大卡}}{\text{时}} \right] \quad \dots (63) \end{aligned}$$

因1[瓦]=0.860[大卡] 故(63)式又可写为:

$$q_E = 5.133 \bar{P} \cdot V_0 \frac{\delta}{1 + (1 - \delta^2)^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{n}{1000} \sin \theta [\text{瓦}] \quad \dots (64)$$

为了分析 W_c , W_m , τ_E , τ_m , ϕ 等参数对制冷量的关系,常将 Q_E 变为上述参数的直接表达式,把(40a)式、(45)式代入(58)式得:

$$Q_E = A \cdot \pi \cdot V_0 \bar{P} \frac{W_c \sin \phi}{[1 + (1 - \delta^2)^{\frac{1}{2}}] (2 \sum S_i + \tau_E + \tau_m W_m + W_c)} \quad \dots (65)$$

分析(65)式可以看出,当 $\phi = 90^\circ$ 时制冷量最大,故设计时尽可能使 $V_{0\max}$ 与 V_0 相位

角接近 90° 以满足最大制冷量要求。式中 $\delta, \tau_E, \tau_M, W_M, \Sigma S_i$ 值越小则对增大制冷量有利。但怎样选取恰当, 还要从结构可能性等因素分析之。式中的 W_c 的取值应辩证分析之。常作图分析求取最适值。

理论功率消耗公式:

$$\begin{aligned} N &= -q_E - q_m - q_c \\ &= -q_E + W_m q_E - [-(\tau_E + \tau_m W_m) q_E] \\ &= q_E [(\tau_E - 1) + (\tau_m - 1) W_m] \end{aligned} \quad \dots\dots (66)$$

理论制冷系数公式: 若仅E空间输出冷量 q_E 。

则得: $\varepsilon = \frac{q_E}{N}$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{(\tau_E - 1) + (\tau_m - 1) W_m} \\ &= \frac{1}{\left(\frac{T_c}{T_m} - 1\right) + \left(\frac{T_c}{T_m} - 1\right) W_m} \\ &= \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_{卡E}} + \frac{1}{\varepsilon_{卡m}} W_m} \end{aligned} \quad \dots\dots (67)$$

式中 $\varepsilon_{卡E}$ 、 $\varepsilon_{卡m}$ 为逆卡诺循环的制冷系数

这里推导的公式均是理想化了的, 但机器的实际过程较复杂, 例如各换热器、蓄冷器有冷损; 流动阻力不为零, 各腔压力不相同; 压缩和膨胀过程不是等温过程, 也没有等容加热和等容冷却过程, 工质的循环不是理想的从C空间压缩后经蓄冷器到E、M空间膨胀制冷, 然后返回C空间, 而是每一瞬间各腔均压缩或膨胀, 只是压缩时C空间有较多质量工质, 膨胀时E、M有较多的质量工质。所以上述方程仅是较定性的为设计“斯特林循环三空间低温气机”, 选择参数, 分析机器性能, 提供一定的方便。

(参数的符合规定)

D——活塞直径; S——行程; V——容积; T——温度; P——压力; R——气体常数; m——工质的质量; Q、q——冷量。

下标E、M、C——分别表示E空间、M空间C空间。

V_0 —— V_E 为 $V_{Em.s.r} = V_0$, $V_0 = \frac{\pi}{4} D_E^2 S_E$ 。

α —— $V_E = V_0$ 时即膨胀活塞曲拐在下死点为计算基准($\alpha = 0$)时曲拐的转角。

θ ——最小压力 $P_{m1.s}$ 与 V_0 相位角。

$\beta = \psi$ ——两曲拐夹角 β = 总容积与 V_0 相位角 ψ

ϕ —— $V_{cm.s.r}$ 与 V_0 相位角。

α_1 ——压缩活塞顶面与1级膨胀活塞最近距 y_{cmin} 时对应的转角。

参 考 文 献

[1] 韩鸿兴“三空间围热式气体制冷机”

——华中工学院学报1974年第四期

(下转10页)

- [12] 金泽 孝文:同上, V O 1.62, N O.2, 67, 1959.
- [13] 许秀成:新乡师范学院学报, 第四卷, 第4期, 65~72页, 1963.
- [14] 许秀成:《钙镁磷肥》讲义 郑州工学院化工系, 1978年1月.
- [15] 许秀成:化肥工业 第3期, 47~54页, 1982年.
- [16] 袁明福、冯磊:郑州工学院无机78级毕业论文, 1982.
- [17] 金泽 孝文:日本工业化学杂志,
V O 1.61, N O, 10, 1213~1217, 1958.
- [18] 张宝林:郑州工学院磷肥研究组研究报告《利用湖北大峪口低品位磷矿生产钙镁磷肥的实验研究》, 1982.
- [19] 《钙镁磷肥玻璃结构因子学习班总结》湖北省石油化学工业局主办, 1982年4月.
- [20] 《大峪口矿段三层矿炼制钙镁磷肥工业性试验报告》湖北省荆襄磷矿矿务局、河南省信阳磷肥厂, 1982年6月.
- [21] 赵尔胜:郑州工学院磷肥研究组研究报告《钙镁磷肥不同配料的熔点图》, 1981.
- [22] 云南光明磷矿厂:《试制含钾钙镁磷肥试验报告》, 1982、5、30.
- [23] 河南省叶县磷肥厂:《钙镁磷肥玻璃结构因子配料法生产技术小结》, 1982、6、20.

(上接39页)

- [2] 万威武“双级围热式制冷机”
——西安交通大学报1973, 第一期
- [3] A. M. APXAROB “ТЕХНИКА НИЗКИХ ТЕМПЕРАТУР” 1964,
- [4] 田洁静一:“低温” 1974
- [5] C. A. BAILEY “ADVANCED CRYOGENICS” 1971
- [6] A. M. APXAROB “НИЗКОТЕМПЕРАТУРНЫЕ ТАЗОВЫЕ МАШИНЫ” 1969