

矩形箍筋约束钢筋混凝土 偏压柱荷载—挠度曲线的简化分析

成文山

张保善

(湖南大学) (郑州工学院土建系)

提 要

本文根据在矩形箍筋约束钢筋混凝土偏压柱试验研究中,实测荷载—挠度曲线的变化规律,提出了用各特征点的连线表示的简化荷载—挠度曲线,及确定各特征点的方法与计算公式,与实测曲线比较,吻合较好,其计算公式可供确定偏压柱最大承载力、极限承载力以及位移延性系数时参考。

一、矩形箍筋约束钢筋混凝土偏压柱实测荷载—挠度曲线的变化规律

(一) 试件、试验概况

本批试验的矩形箍筋约束钢筋混凝土柱为16厘米×18厘米的矩形截面柱。其长度有150厘米和120厘米两种,其中冷拔丝配筋的35根,Ⅰ级钢配筋的12根,约束箍筋全部采用与主筋相同的材料,制作成矩形封闭箍,与主筋绑扎成骨架。对于冷拔丝配筋的柱,受拉钢筋的配筋率为0.42%,受压钢筋的配筋率有0.42%和0.21%两种;箍筋是 ϕ^4 冷拔低碳钢丝,间距S分为3、4、5、7、10厘米五种,型式有单箍绑扎和双箍并扎两种,配箍率 μ_k 分别为0.36%、0.52%、0.72%、0.90%、1.20%、1.80%、2.40%七种。对于Ⅰ级钢钢筋配筋的柱,全部是对称配筋,受压和受拉钢筋的配筋率分别为0.88%;箍筋为 $\phi 6$ Ⅰ级钢钢筋封闭箍,间距S分为3、4、5、7厘米四种,配箍率分别为2.52%、1.89%、1.51%、0.87%四

种。

试验中,我们用贴在受拉钢筋、受压钢筋、箍筋上的应变片量测了钢筋的应变,用贴在混凝土表面的应变片,量测了临界截面受压边和受拉边混凝土的应变,用等距固定在试验柱受拉表面的五个阿伊斯托夫式挠度计量测了柱子的侧向变形。同时,在中间挠度计上安装电阻式位移传感器一个,通过Y6D-3A动态应变仪放大信号后,和荷载传感器的引出线接到同一台X-Y函数记录仪上,自动记录各级荷载作用下形成的荷载—挠度曲线。

试验时,在80%最大荷载前,按计算最大荷载(按TJ10-74规范计算所得)的10%分级加荷,每级加荷后保持4~5分钟读数,加荷至80%最大荷载后,每级荷载减半,邻近最大荷载、或是受拉钢筋屈服、或是受压混凝土纵裂后,按等变形控制加载,一直到受拉钢丝拉断或是支承转动失灵,试验结束。

(二) 实测荷载—挠度曲线的分析

按照上述试验方法,我们对47根矩形箍筋约束钢筋混凝土柱,分别以偏心距3、6、9厘米和4.5、7.5、12厘米等六种情况进行试验,测得了柱子的荷载—挠度全过程曲线,其典型曲线如图1所示。

由图1中曲线可以看出,在加荷初期,即受拉混凝土横裂或受压混凝土应变达到 $2000\mu\epsilon$ 以前,每级荷载加完后,在持荷时间内,荷载几乎保持不变,荷载—挠度曲线相应地表现为直线;受拉边混凝土横向开裂后(图1中的1点所示处),截面刚度明显减小,横向挠度增大速率加快,因而曲线出现转折,直到受拉钢筋屈服,或是受压边混凝土纵裂,该阶段荷载—

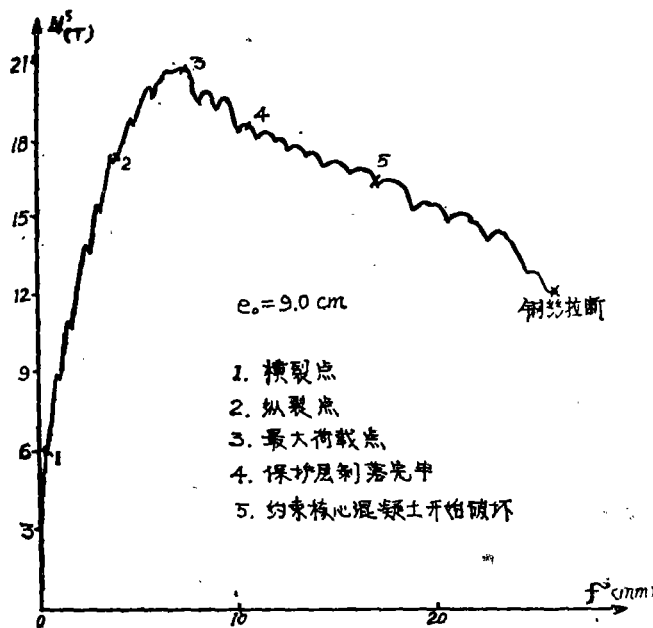


图1(a) 冷拔丝配筋柱典型 $N^s \sim f^s$ 全过程曲线

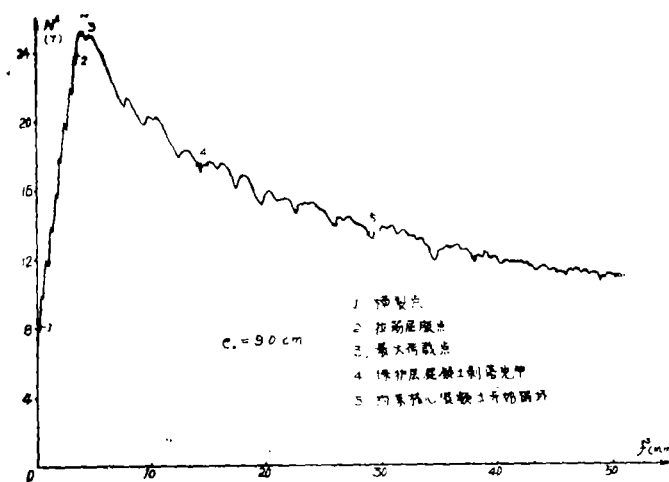


图 1 (b) I 级钢配筋柱典型 $N \sim f$ 全过程曲线

挠度曲线虽呈弧形，但仍接近直线；继续加荷一旦受拉钢筋屈服，截面出现拉力铰，曲率明显增大，柱的横向挠度突然增加，曲线急速转向挠度 f 轴（相应于图1 中的2点），荷载很快达到最大荷载（相应于图中3点），受压边混凝土最外缘达到极限应变，开始起皮、剥落。对于较小偏心受荷的柱，受压边混凝土纵裂的出现早于受拉钢筋的屈服，此时，荷载—挠度曲线的转折点2位于受压边混凝土纵裂时（如图1（a）曲线所示），此后继续加荷，受压边混凝土的塑性变形起主导作用，截面很快形成压力铰，受压混凝土在相当大的区段内达到极限应变时，柱子达到最大承载能力；在受拉钢筋屈服或是受压边混凝土纵裂到最大荷载这个阶段内，是截面塑性铰的形成过程，柱子的横向挠度增加较大，荷载—挠度曲线急速转向挠度轴。柱子达到最大承载能力以后，由于受压边保护层混凝土的剥离和剥落，荷载下降，荷载—挠度曲线出现下降段，下降段的斜率与矩形箍筋的间距，配箍率有关（如图2所示）。当保护层混凝土剥落完毕后，约束核心混凝土继续发挥抵抗作用，

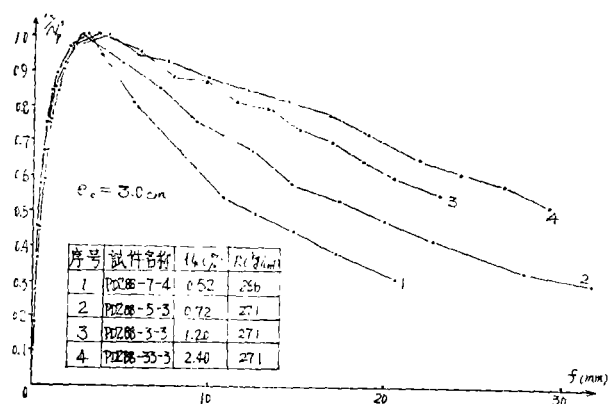


图2 偏心距相同，箍筋间距、配箍率不同时，实测 $N/N_p^s \sim f$ 曲线比较

因而减小了荷载下降速度,曲线只表现出横向挠度增大的趋势,故又出现新的转折点(如图4中4点所示),曲线略有回升的趋势。在这个阶段内,曲线比较稳定,当加荷停止时,由于约束混凝土的塑性变形,挠度增大,荷载缓慢下降,一旦再加荷,曲线就上升,直到约束混凝土开始压坏(图中5点所示),曲线下降速率才加快。这时,变形主要集中在主裂缝附近,继续加载,冷拔丝可能拉断;对于Ⅰ级钢配筋柱,由于钢材塑性变形大,所以柱子的横向挠度也可以很大,直到支承铰转动失灵时停止试验,柱子的横向挠度可达柱子高度的1/15,临界截面主裂缝宽度达到2~3厘米。试件最终典型破坏形态见图3照片1、2。

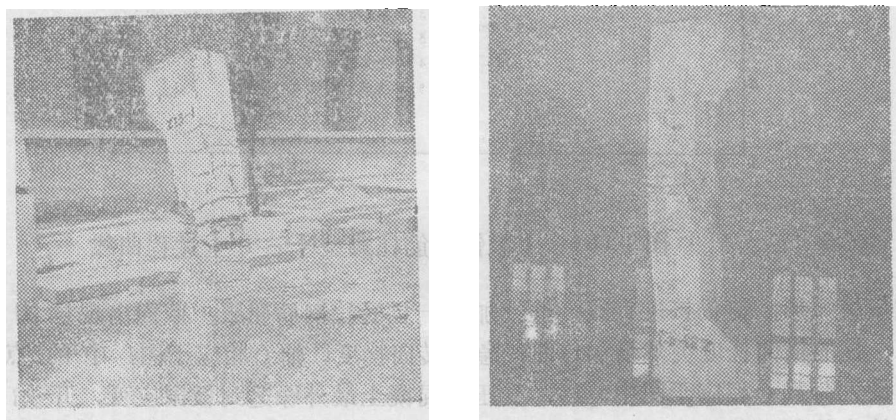


图3 典型破坏形态

可见,矩形箍筋约束钢筋混凝土柱在达到最大承载能力前,临界截面的受力特征与普通钢筋混凝土柱的情况类似,当丧失最大承载能力时,两种柱均表现为受压区混凝土达到极限应变,但是,对于普通钢筋混凝土柱,由于受压区混凝土达到极限应变而压碎,使柱丧失最大承载能力而破坏;而对于约束钢筋混凝土柱,由于箍筋约束效应的存在,其最大承载能力的丧失并不表现为直接的材料破坏,那只不过是保护层混凝土压碎和剥落的结果,保护层剥落后,柱子一般仍具有70%最大荷载左右的承载能力。因此,我们称峰值荷载(最大荷载)为约束钢筋混凝土柱的“最大承载力”。并称约束核心混凝土达到极限应变时的承载力为“极限强度”,临界截面相应的横向挠度为“极限挠度”。在这种极限状态中,约束混凝土柱虽然还有一定的承载能力和相当大的变形能力,但在实际工程中已无使用价值,因此,可以认为约束钢筋混凝土柱进入破坏状态。但是,在确定矩形箍筋约束钢筋混凝土柱的位移延性系数时,我们可以用约束核心混凝土达到极限应变时对应的“极限挠度”与截面屈服时的相应挠度之比来表示,所以其位移延性系数要比普通钢筋混凝土柱大许多,这对于研究建筑物的抗震是非常有用的。

(三) 荷载—挠度曲线的简化

根据上述对图1所示实测荷载—挠度曲线的分析,可以看出,矩形箍筋约束钢筋混凝土柱的荷载—挠度曲线可以由如下几个特征点来描述:1—受拉边混凝土横向开裂,2—受拉钢筋屈服,3—受压边混凝土纵裂,4—最大承载力,5—极限荷载(约束核心混凝土达到极限应变)。若将以上五点彼此之间以直线连接起来,那么,荷载—挠度曲线完全可以由这一条

折线图形来表示,我们称这一图形为简化荷载—挠度曲线。由于柱受荷时的偏心距不同,简化荷载—挠度曲线可能出现如图4(a)、(b)所示的两种情况。

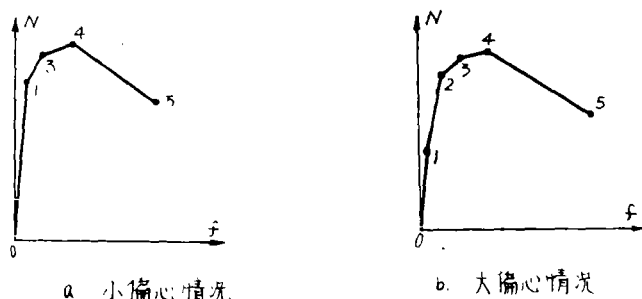


图4 简化荷载—挠度曲线示意

二、几个特征点荷载值和挠度值的确定

(一) 基本假定

根据国内外的一些科研成果^{[1][2]},及我们的试验结果,提出如下几条假设:

1. 柱子在受荷的各个阶段,截面上各点处的应变总是与该点到中和轴的距离成正比;

2. 受压区最外边缘混凝土达到极限应变 $\varepsilon_{ku}=0.004$ 之前,混凝土核心部分和保护层的性质无差异,都具有如下应力—应变关系。(图5、a)

$$\sigma_k = 0.85R \left[\frac{2\varepsilon_k}{\varepsilon_0} - \left(\frac{\varepsilon_k}{\varepsilon_0} \right)^2 \right] \quad (0 \leq \varepsilon_k \leq \varepsilon_0) \quad \dots\dots (1-1)$$

$$\sigma_k = 0.85R [1 - 75(\varepsilon_k - \varepsilon_0)] \quad (\varepsilon_0 < \varepsilon_k \leq \varepsilon_{ku}) \quad \dots\dots (1-2)$$

受压最外缘混凝土达到极限应变 ε_{ku} 而开始剥落时,核心混凝土遵循如下关系(图5、b)

$$\sigma_k = 0.85k_1R \left[2 \frac{\varepsilon_k}{\varepsilon_0} - \left(\frac{\varepsilon_k}{\varepsilon_0} \right)^2 \right] \quad (0 \leq \varepsilon_k \leq \varepsilon_0) \quad \dots\dots (2-1)$$

$$\sigma_k = 0.85k_1R \left[1 - \frac{0.15}{\varepsilon_{ku} - \varepsilon_0} (\varepsilon_k - \varepsilon_0) \right] \quad (\varepsilon_0 < \varepsilon_k \leq \varepsilon_{ku}) \quad \dots\dots (2-2)$$

式中: $k_1 = 0.29 + 2.343\xi - 1.256\xi^2$

ξ —相对受压区高度。

3. 受拉、受压钢筋的应力—应变关系为:

对于冷拔低碳钢丝(图6、a):

$$\sigma_s = E_s \varepsilon_s \quad (0 \leq \varepsilon_s \leq 2.4 \times 10^{-3}) \quad \dots\dots (3-1)$$

$$\sigma_s = 7400 - \frac{10.538}{\varepsilon_s} + \frac{0.0304}{\varepsilon_s^2} - \frac{4.82 \times 10^{-5}}{\varepsilon_s^3} \quad (2.4 \times 10^{-3} < \varepsilon_s \leq \varepsilon_b) \quad \dots\dots (3-2)$$

式中: $\varepsilon_b = 0.025$, $E_s = 2.0 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$

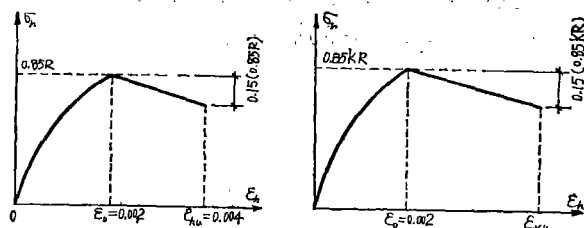


图5 非约束、约束混凝土应力—应变曲线

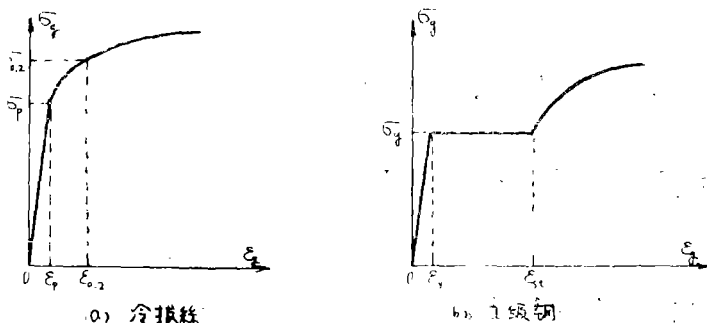


图6 钢筋的应力—应变关系曲线

对于 I 级钢 (图6、b) :

$$\sigma_s = E_s \varepsilon_s \quad (0 \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_y) \quad \dots\dots (4-1)$$

$$\sigma_s = \sigma_y \quad (\varepsilon_y < \varepsilon_s \leq 25 \times 10^{-3}) \quad \dots\dots (4-2)$$

$$\sigma_s = \sigma_y \left(1.457 - \frac{0.1142}{\varepsilon_s} \right) \quad (25 \times 10^{-3} < \varepsilon_s \leq \varepsilon_b) \quad \dots\dots (4-3)$$

式中: $\varepsilon_b = 0.25$, $E_s = 2.1 \times 10^4 \text{ k}_\text{g}/\text{cm}^2$, $\sigma_y = 2920 \text{ k}_\text{g}/\text{cm}^2$

4. 除计算截面开裂荷载 N_t 外, 混凝土受拉区的内力忽略不计。

5. 约束混凝土的极限应变按下式确定:

$$\varepsilon_{ku} = 0.002 [1 + 150\mu_k + (0.7 - 10\mu_k) \frac{h_0}{x}] \quad \dots\dots (5-1)$$

$$\text{式中: } \mu_k = \frac{2(b'' + h'')}{b''h''s} A_k$$

称为箍筋体积配箍率,

b'' 、 h'' 、 s 、 A_k 分别为箍筋的宽、高、间距和面积。

(二) 特征点荷载值的确定

1、开裂荷载 N_t

由于密置矩形箍筋的钢筋混凝土柱在截面发裂时无可测量的约束效应, 所以在计算开裂荷载 N_t 时, 仍按普通钢筋混凝土柱来考虑。截面上的应变及内力分布如图7所示。

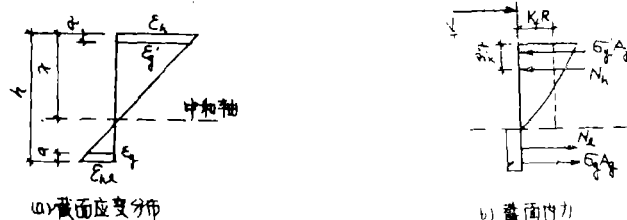


图7 截面开裂时的应变及内力分布

混凝土开裂时的拉应变 ε_{sh} 由下式确定:

$$\varepsilon_{sh} \approx 2R_t^b/E_h,$$

式中 R_t^b 、 E_h 按TJ10—74规范规定取值, 那么根据基本假定第一条, 可得:

$$\varepsilon_s' = \varepsilon_h \left(1 - \frac{a'/h_0}{\xi_f} \right)$$

$$\varepsilon_s = \varepsilon_h \left(\frac{1}{\xi_f} - 1 \right)$$

$$\varepsilon_h = \varepsilon_{h0} \left(\frac{\xi_f}{h/h_0 - \xi_f} \right), \quad \xi_f = x_f/h_0$$

于是, 受拉、受压钢筋的应力可由其应力—应变方程确定。受压区混凝土的平均抗压强度参数 k_f 以及合力距受压边缘的距离参数 β_f 可由下式确定:

当 $\varepsilon_h \leq \varepsilon_0 = 0.002$ 时

$$k_f = 0.85 \left(\frac{1}{\gamma} - \frac{1}{3\gamma^2} \right)$$

$$\beta_f = 1 - \frac{\frac{2}{3}\gamma - \frac{1}{4}}{\gamma - \frac{1}{3}}$$

当 $\varepsilon_0 < \varepsilon_h \leq \varepsilon_{h0}$ 时

$$k_f = 0.85 \left[1 - \frac{1}{3}\gamma - 37.5\varepsilon_h (1 - \gamma)^2 \right]$$

$$\beta_f = 1 - \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{12}\gamma^2 - 75\varepsilon_h \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\gamma + \frac{1}{6}\gamma^2 \right)}{1 - \frac{1}{3}\gamma - 37.5\varepsilon_h (1 - \gamma)^2}$$

式中: $\gamma = \varepsilon_0/\varepsilon_h$

由截面内力平衡条件可得:

$$N_f = k_f R b h_0 \xi_f - R_t b h_0 \left(\frac{h}{h_0} - \xi_f \right) + \sigma_s' A_s' - \sigma_s A_s \quad \dots\dots (6)$$

$$N_1 e = A_{o1} k_1 R b h_0^2 - A_{o1} R_1 b h_0^2 + \sigma_g' A_g' (h_0 - a') \quad \dots\dots (7)$$

式中: $A_{o1} = \xi_1 (1 - \beta_1 \xi_1)$,

$$A_{o1} = 0.5 \left(\frac{h}{h_0} - \xi_1 \right) (1 - \xi_1),$$

利用上述公式, 采用试算法即可确定中性轴位置。

2、屈服荷载 N_y

为了便于确定无明显屈服点或高强钢筋柱以及小偏压柱的延性系数, 我们定义截面受压边混凝土最外缘应变达到 ϵ_0 (≈ 0.002) 时, 混凝土进入屈服状态, 与受拉钢筋的屈服有同样的意义。那么, 确定截面的屈服荷载 N_y 有两种情况。

a. 受压边缘混凝土应变达到 ϵ_0 时 (钢筋未屈服) 的情况

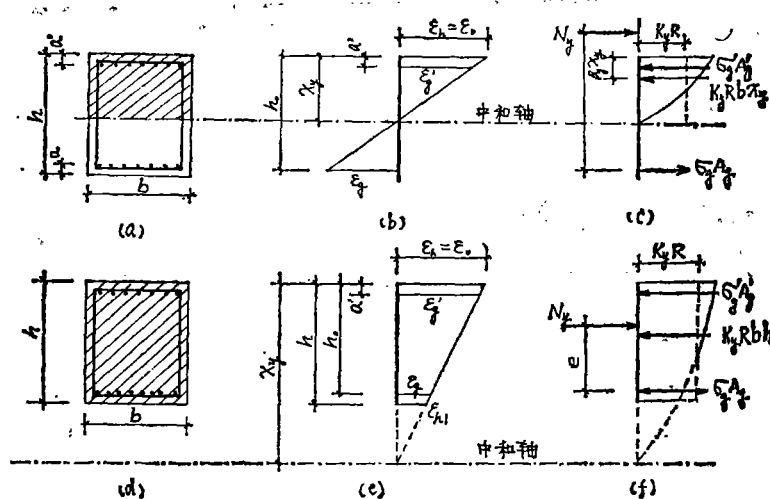


图8 受压边混凝土应变 $\epsilon_k = \epsilon_0$ 时受力状态

当受压边缘混凝土的应变达到 ϵ_0 时, 截面上的应变及应力分布如图8 所示。可能出现中和轴在截面以内和截面以外两种情况。我们用 k_y 、 β 两个参数分别表示受压区混凝土的平均抗压强度与混凝土立方强度的比值, 以及合力到受压区边缘的距离与中和轴到受压边缘距离的比值。那么由混凝土应力—应变方程积分可求出:

$$k_y = 0.85 \left[\frac{2}{3} + \frac{2}{3} \gamma_1 - \frac{1}{3} \gamma_1^2 \right]$$

$$\beta = 1 - \frac{5 - 3\gamma_1 - 3\gamma_1^2 + \gamma_1^3}{8 - 12\gamma_1^2 + 4\gamma_1^3}$$

式中, $\gamma_1 = \epsilon_{k1} / \epsilon_0 \leq 1$, 若 $\gamma_1 < 0$ 则应取 $\gamma_1 = 0$, 这正对应于中和轴在截面以内时的情况, 两个参数分别是:

$$k_y = 0.5667; \beta = 3/8$$

ε_{h1} 是受压较小边混凝土的压应变, 其值由图8(e)可导出, $\varepsilon_{h1} = \varepsilon_h (1 - \frac{h/h_0}{\xi_y})$, $\xi_y = x_y/h_0$ 。

钢筋的应变为:

$$\varepsilon'_g = \varepsilon_h (1 - \frac{a'/h_0}{\xi_y})$$

$$\varepsilon_g = \varepsilon_h (\frac{1}{\xi_y} - 1)$$

其应力可由钢筋的应力——应变方程确定。

由截面内力平衡条件可得到:

$$N_y = K_y R b h_0 \xi'_y + \sigma'_g A'_g - \sigma_g A_g \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$N_y e = A_{0y} K_y R b h_0^2 \xi_y^2 + \sigma'_g A'_g (h_0 - a') \quad \dots\dots\dots (9)$$

式中, 当 $\xi_y \leq h/h_0$ 时, $\xi'_y = \xi_y$; 当 $\xi_y > h/h_0$ 时, $\xi'_y = h/h_0$, $A_{0y} = \xi_y (1 - \beta_y \xi'_y)$ 。

b、受拉钢筋屈服时

当受拉钢筋达到屈服强度时, 截面上的应变及应力分布情况如图9所示。根据截面应变

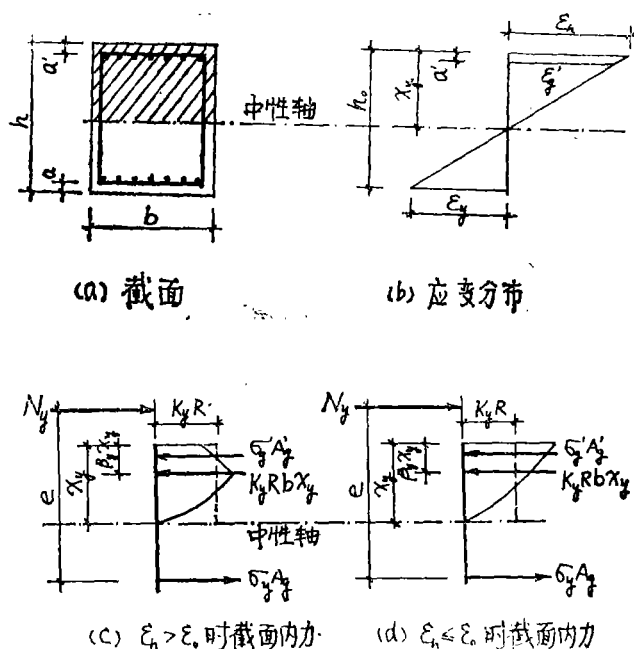


图9 受拉钢筋屈服时截面内力图

协调条件和已知受拉钢筋应变 ε_y , 可求出受压区混凝土边缘应变 ε_h 和受压钢筋的应变 ε'_y 为

$$\varepsilon_h = \varepsilon_y \left(\frac{\xi_y}{1 - \xi_y} \right) \leq \varepsilon_{hu}$$

$$\varepsilon'_g = \varepsilon_y \left(\frac{\xi_y - a'/h_0}{1 - \xi_y} \right)$$

利用非约束混凝土的应力——应变方程积分可求出受压区混凝土内力的相应参数 K_y 、 β_y 分别为:

当 $\varepsilon_h > \varepsilon_0$ 时

$$K_y = 0.85 \left[1 - \frac{1}{3}r - 37.5\varepsilon_h (1-r)^2 \right]$$

$$\beta_y = 1 - \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{12}r^2 - 75\varepsilon_h \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}r + \frac{1}{6}r^3 \right)}{1 - \frac{1}{3}r - 37.5\varepsilon_h (1-r)^2}$$

当 $0 < \varepsilon_h \leq \varepsilon_0$ 时

$$K_y = 0.85 \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{3r^2} \right)$$

$$\beta_y = 1 - \left(\frac{2}{3}r - \frac{1}{4} \right) / \left(r - \frac{1}{3} \right)$$

式中: $r = \varepsilon_0 / \varepsilon_h$, $\xi_y = x_y / h_0$

把上述公式求出的值, 代入式(8)、(9)中即可确定该种情况下的屈服荷载 N_y 。

3、最大承载力 N_m

当临界截面上受压区混凝土最外边缘的应变达到极限应变 ε_{hu} 时, 柱子达到最大承载力 N_m 。此时, 截面上也可能出现如同图8所示的两种受力情况, 一种是中和轴在截面以内, 另一种是中和轴在截面以外。利用非约束混凝土应力——应变曲线, 可以求出受压区混凝土内力参数 K 、 β 分别为:

中性轴在截面以外:

$$K = 0.85 (0.8 - 0.5r_1^2 + 0.167r_1^3) / (1 - 0.5r_1)$$

$$\beta = 1 - (0.45 - 0.4r_1) / (0.8 - 0.5r_1^2) / (1 - 0.5r_1)$$

式中: $r_1 = \varepsilon_{h1} / \varepsilon_0$, ε_{h1} 为受压较小边混凝土应变,

$$\varepsilon_{h1} = \varepsilon_{hu} \left(\frac{\xi_p h_0}{h} - 1 \right), \text{ 若 } \xi_p \leq \frac{h}{h_0} \text{ 时, 取 } r_1 = 0,$$

中性轴在截面以内, 相应的 K 、 β 分别为:

$$K = 0.68$$

$$\beta = 0.4375$$

利用应变协调方程可求出受压、受拉钢筋的应变分别为:

$$\varepsilon'_g = \varepsilon_{ku} \left(1 - \frac{a'/h_0}{\xi_p} \right)$$

$$\varepsilon_g = \varepsilon_{ku} \left(\frac{1}{\xi_p} - 1 \right)$$

$$\xi_p = x_p/h_0$$

式中: x_p ——中和轴到受压最外缘的距离。

由静力平衡条件可得到:

$$N_m = K_R b h_0 \xi'_p + \sigma'_g A'_g - \sigma_g A_g \quad \dots\dots (10)$$

$$N_m e = A_0 K_R b h_0^2 + \sigma'_g A'_g (h_0 - a') \quad \dots\dots (11)$$

式中: $A_0 = \xi'_p (1 - \beta \xi'_p)$

当 $\xi_p \leq \frac{h}{h_0}$ 时, $\xi'_p = \xi_p$; 否则取 $\xi'_p = \frac{h}{h_0}$ 。

4、极限荷载 N_u

当受压边缘混凝土保护层剥落后,约束混凝土达到极限应变 ε_{ku} 时,截面达到极限强度,此时,截面的内力状态如图10所示。由于受压区混凝土保护层的剥落,截面有效高度减小,侧面保护层混凝土部分剥落,最后,截面受压区呈凸形。而且残余的受压混凝土保护层也与核心混凝土分离。因此,可将截面看成是由无约束作用的保护层混凝土和约束核心混凝土两部分组成,并且保护层混凝土的应变达到极限应变 ε_{ku} 时剥落,剥落深度为 C , 其应力如图10(b)所示。那么利用非约束,约束混凝土的应力——应变曲线,可求出保护层混凝土的内力参数 k_h 、 β_h 与约束核心混凝土的内力参数 k_c 、 β_c 分别如下:

(1) 对于无约束作用的保护层混凝土

$$k_h = 0.6765, \quad \beta_h = 0.4375$$

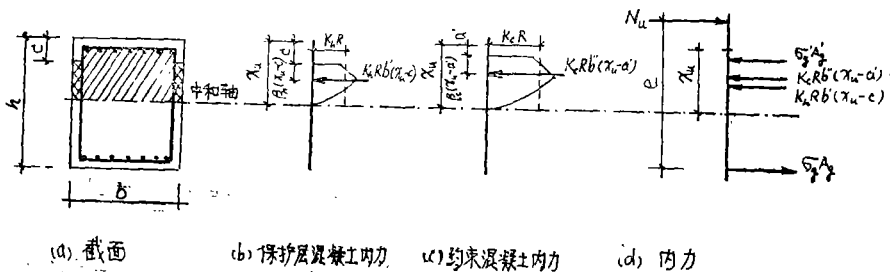


图10 极限强度时截面受力状态图

(2) 对于受压区约束核心混凝土

$$k_e = 0.85k_1 \left[1 - \frac{1}{3}r_e - \frac{z}{2}\varepsilon_{ku}(1-r_e)^2 \right]$$

$$\beta_s = 1 - \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{12}r_e^2 - z\varepsilon_{ku}\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}r_e + \frac{1}{6}r_e^3\right)}{1 - \frac{1}{3}r_e - \frac{z}{2}\varepsilon_{ku}(1-r_e)^2}$$

式中 k_1 ——约束核心混凝土强度提高系数。

$$z = 0.15 / (\varepsilon_{ku} - \varepsilon_o), \quad r_e = \varepsilon_o / \varepsilon_{ku}$$

根据平截面假定，钢筋的应变由下式确定：

$$\varepsilon_s = \varepsilon_h \left(\frac{1}{\xi_u} - 1 \right)$$

$$\varepsilon'_s = \varepsilon_h \left(1 - \frac{a'/h_o}{\xi_u} \right)$$

$$\varepsilon_h = \varepsilon_{ku} \left(\frac{\xi_u}{\xi_u - a'/h_o} \right)$$

那么，利用钢筋的应力——应变方程就可确定钢筋的应力了。

根据图10所示内力分布，由静力平衡条件得到：

$$N_u = K_h R b' h_o (\xi_u - \rho_1) + K_e R b'' h_o (\xi_u - \rho_2) + \sigma'_s A'_s - \sigma_s A_s \quad \dots\dots (12)$$

$$N_u e = A_{oh} K_h R b' h_o^2 + A_{oe} K_e R b'' h_o^2 + \sigma'_s A'_s (h_o - a') \quad \dots\dots (13)$$

$$\text{式中} \quad \rho_1 = \frac{C}{h_o}, \quad \rho_2 = \frac{a'}{h_o}$$

$$b' = b - b'', \quad b'' \text{——箍筋宽度；}$$

$$A_{oh} = (\xi_u - \rho_1) [1 - \beta_h \xi_u - \rho_1 (1 - \beta_h)];$$

$$A_{oe} = (\xi_u - \rho_2) [1 - \beta_e \xi_u - \rho_2 (1 - \beta_e)]$$

中性轴位置可用下式进行试算确定：

$$\xi_u = \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$$

$$\text{式中} \quad A = m_e \beta_e + m_h \beta_h$$

$$B = \left\{ m_e (\rho_2 - 2\rho_2 \xi_u + \frac{e}{h_o} - 1) + m_h (\rho_1 - 2\rho_1 \xi_u + \frac{e}{h_o} - 1) \right\}$$

$$C = - \left\{ m_e [\rho_1^2 (1 - \beta_e) + \rho_2 (\frac{e}{h_o} - 1)] + m_h [\rho_1^2 (1 - \beta_h) + \rho_1 (\frac{e}{h_o} - 1) + m_s] \right\}$$

$$m_e = \sigma_e A_e e + \sigma'_e A'_e (h_0 - e - a')$$

$$m_o = K_o R b'' h_o^2$$

$$m_k = K_k R b' h_o^2$$

在上述公式中, 令 $\rho_1 = 0$, $\rho_2 = 0$, $\beta_k = \beta$, $\beta_o = \beta$, $k_k = k_o = k$, 即可得到求最大承载力时的相应公式。

上述公式推导中, 除注明者外, 都与规范 T J 10 - 74 中符号意义相同。

(三) 特征点挠度的计算

1. 开裂挠度 f_t

试验证明, 钢筋混凝土偏压柱在受荷至开裂阶段, 其荷载与挠度的关系近似为线性关系可认为柱的工作处于弹性阶段, 因此可按弹性理论^[8]的公式求开裂时的挠度 f_t 。即:

$$f_t = (\eta_t - 1) e_o$$

$$\eta_t = \frac{1}{1 - \frac{N_t l_o^2}{\pi^2 B_t}} \quad (14)$$

式中: B_t ——截面开裂刚度;

N_t ——截面开裂荷载;

l_o ——柱的计算长度;

η_t ——截面开裂时的偏心距增大系数。

按照弹性稳定理论的概念, 可将钢筋混凝土截面折算成同一种材料的截面计算 B_t (图 11)。

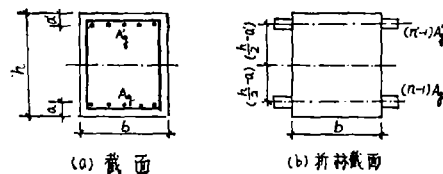


图 11 计算截面横裂时换算图

$$B_t = E_k I_k (1 + \alpha)$$

式中: $I_k = \frac{bh^3}{12}$, E_k ——混凝土的弹性模量

$$\alpha = 3n(1 - 4\rho_s)(\mu_s + \mu'_s), \quad \rho_s = \frac{a'}{h} = \frac{a}{h}$$

$$n = \frac{E_g}{E_b}, \quad n' = \frac{E'_g}{E_b}, \quad \mu_g = \frac{A_g}{bh}, \quad \mu'_g = \frac{A'_g}{bh}$$

为进一步简化, 取 $\rho_s = 0.1$, $n = 7 \sim 8$, 可得:

$$\alpha \approx 14 (\mu_g + \mu'_g)$$

于是

$$B_f = [1 + 14(\mu_g + \mu'_g)] E_b I_b$$

2. 屈服挠度 f_y

根据本文建议, 截面屈服是指受拉钢筋屈服和受压边缘混凝土应变达到 ϵ_s 。两种情况。此时, 也有截面开裂和不开裂两种情况。截面开裂, 有效高度减小, 会引起截面刚度的减小, 如果截面未开裂, 混凝土应变达到 ϵ_s 时, 会在相当大的范围内产生弹塑性变形, 因此, 截面刚度也会降低。所以, 我们从材料力学中截面抗弯刚度的定义出发, 并考虑到混凝土部分的塑性变形, 忽略钢筋的影响, 导出如下计算公式:

$$B_y = \alpha_y E_b I_b$$

式中 $\alpha_y = 4\xi_y^3 - 6\xi_y^2 + 3\xi_y \leq 1$

因此: $f_y = (\eta_y - 1) e_o$

$$\eta_y = \frac{1}{1 - \frac{N_y l_o^2}{\pi^2 B_y}} \quad \dots\dots (15)$$

3. 最大荷载时挠度 f_m

当试件达到最大承载力时, 受压区混凝土已在某区域内完全屈服, 受拉区也出现了裂缝, 大偏压中, 受拉钢筋也已屈服。这些原因使偏压柱的截面抗弯刚度显著减小。所以, 一般都是采用对弹性理论的计算公式进行修正的办法提出经验公式计算挠度。本文根据47根矩形箍筋约束钢筋混凝土柱的试验结果, 求出最大荷载时刚度折减系数 α_m 与 $\frac{e_o}{h}$ 之间的关系为 (图12)

$$\alpha_m = \frac{0.13 + 0.1 \frac{e_o}{h}}{0.3 + \frac{e_o}{h}} \quad \dots\dots (16)$$

相应的偏心距增大系数 η_m 为:

$$\eta_m = \frac{1}{1 - \frac{N_m l_o^2}{\pi^2 \alpha_m E_b I_b}} \quad \dots\dots (17)$$

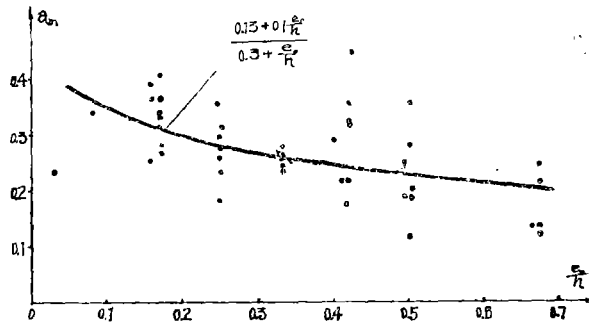


图12 最大荷载时 $\alpha_m \sim \frac{e_0}{h}$ 关系

4. 极限荷载时的挠度 f_u

当约束混凝土达到极限应变时，柱子达到极限强度，此时，混凝土保护层部分剥落，截面尺寸减小，截面刚度的减小更大。我们根据本试验柱的结果，进行反演算，求出的刚度折

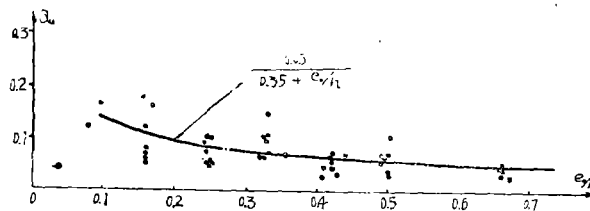


图13 极限强度时 $\alpha_u \sim \frac{e_0}{h}$ 关系

减系数 α_u 与 $\frac{e_0}{h}$ 的关系如图13所示，用最小二乘法导出经验公式为：

$$\alpha_u = \frac{0.05}{0.35 + \frac{e_0}{h}} \quad \dots\dots (18)$$

因此，极限荷载时的偏心距增大系数 η_u 为：

$$\eta_u = \frac{1}{\frac{N_u l_0^2}{\pi^2 \alpha_u E A I_b}} \quad \dots\dots (19)$$

三、荷载——挠度曲线的比较

图14中列出用上述公式计算出的特征点值连接起来的简化荷载——挠度曲线（图14中实

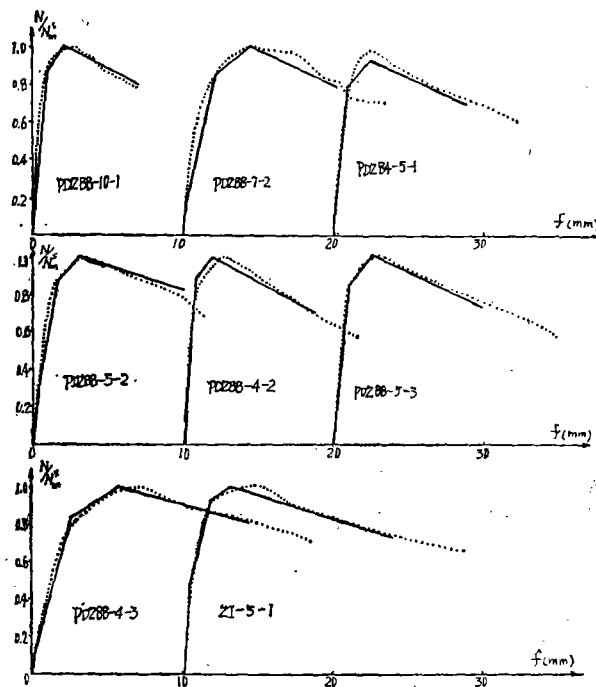


图14 简化荷载——挠度曲线与试验结果的比较

线所示)，与实测荷载——挠度曲线（图14中点连线）的比较，可以看出，本文建议的简化荷载——挠度曲线基本上反映了实测荷载——挠度曲线的变化规律，而且，二者吻合较好。同时，也为我们确定柱子的最大承载力、极限强度和柱子的位移延性系数提供了计算方法，可供参考。

参考文献

- [1] R.Park and T.Paulay: "Reinforced Concrete Structure", New, York, 1975.
- [2] D.C.Kend and R.Park: "Flexural members with confine concrete", Journal of the Structure Division, ASCE, July, 1971, PP1969—1990.
- [3] S.Timoshenko: "Theory of elastic Stability" New York and London, 1961.