

机夹可转位式车刀设计计算的新方法

——座标旋转法

机械系 江祖发

提 要

本文提出了机夹可转位式车刀的几何角度可以看成由刀片相对刀体绕座标轴旋转形成,并根据这一原理,推导出机夹可转位式车刀设计计算的通用方程组,对目前各计方法均可适用,因此对于迅速而准确地设计好机夹可转位式车刀有一定的参考价值。

一、问题的提出

机夹可转位式刀具自其问世以来,经过生产实践的考验,证明它明显地优越于普通的焊接式刀具,被公认为刀具技术的发展方向,而引起了各个国家的关注。在我国已列为60项优先重点推广项目之一,它推动着群众性的刀具技术革新活动象雨后春笋般蓬勃发展。特别是在粉碎“四人帮”以来,广大机械工人、科技工作者研制生产出丰富多彩的机夹可转位式车刀和铣刀等各种结构和刀片型式,并且正朝着标准化、系列化和通用化的方向迈进,机夹可转位式刀具的使用已遍及全国各地,为实现四个现代化显示出了巨大的生命力。

与普通焊接式刀具不同,机夹可转位式刀具的刀刃不是在刀具上刃磨而得,而是通过压制成形的硬质合金刀片和刀体的装夹联结直接形成的,即刀具的几何角度是由刀片在刀体上的安装角度来实现的。这种刀片几何角度——刀体几何角度——刀具几何角度三者之间的密切几何关系,是机夹可转位式刀具设计计算的重要特征和关键。设计机夹可转位式刀具时,必须根据所选的刀片类型和刀具几何角度,正确地计算出刀体上的安装角,以充分发挥硬质合金的切削性能和可转位式刀具的优越性。反之,当刀体角度知道之后,依据选定的刀片,刀具的各个几何角度也就自然确定了。因此,机夹可转位式刀具角度不能象设计普通刀具那样任意选取。因为在前角(或后角)、刃倾角和主偏角一旦选定之后,不管你是否满意,付后角等其余刀具角度实际上已经形成了。特别是计算出这个付后角如果太小,甚至于是负值无法使用,我们只好推翻原定的设计参数,重

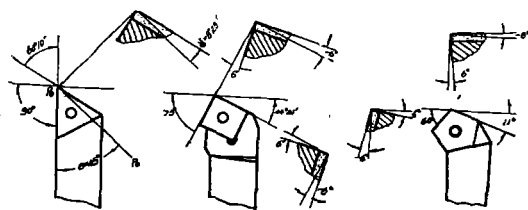
(接前页)

参 考 文 献

- [1] 华南工学院、甘肃工业大学主编:《金属切削原理及刀具设计》上海科技出版社,1979。
- [2] 河南省国防工办、郑州工学院、郑州市科委合编《机夹不重磨刀具》河南人民出版社,1979。
- [3] ISO3002/1, 1977。

新进行计算，直至在保证主切削刃所需要的几何角度的同时，使付刀刃也具有必要的后角为止，为了尽量少走弯路，这就要求设计者充分把握住刀片——刀体——刀具之间各相关参数的相互关系，而推导这样一种关系式，则成了当务之急。

此外，鉴于目前我国机夹可转位式刀具尚未建立标准化、系列化，因此，可转位式刀具的设计型式繁多，各地工厂都是根据自己的生产特点和条件、结合实际情况设计各种结构，所采用的设计方案、计算公式和角度的标注方式也各不相同。就拿车刀为例，就有按复合剖面（最大前角剖面）系、按主—付剖面系和按车刀的纵—横剖面系设计和标注角度等等（图1）。各类计算刀具角度的公式既不好通用，又推导烦琐不便记忆，故最终仍多采用近似公式进行计算，影响了设计的精确性。而且不同的设计方法和计算公式分散在各种书籍和文献中介绍。查阅十分不便，同时，设计时按某一参考系标注角度的车刀，在制造和检验时也往往需要进行不同参考系内的角度换算工作，也带来不少麻烦。



a. 车刀复合剖面角度 b. 车刀主、付剖面角度 c. 车刀纵—横剖面角度

图1 车刀不同参考系的标注角度

为此，笔者提出把机夹可转位式刀具看成是刀片相对刀体在空间绕座标轴旋转所得到的（图2），并根据线性变换原理，采用矢量、矩阵的运算手法，推导出一组机夹可转位式车刀、刀片及刀体几何角度的通用计算公式，称“机夹可转位式车刀设计计算通用方程组”。使这类刀具的设计计算既简便又精确；由于它对目前各类设计方法均可适用，因此对于刀具工作者来说所需记忆的公式量大大减少了。下面详细介绍通用方程组的建立过程，并举实例说明它的具体应用。

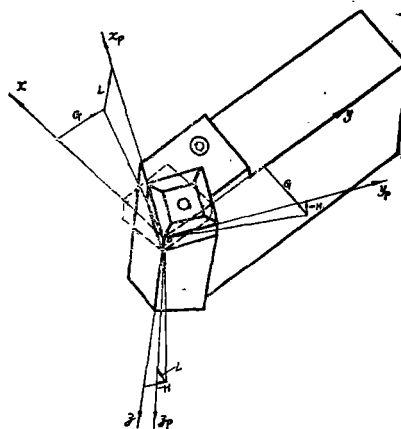


图2 机夹可转位式车刀

二、机夹可转位式车刀设计计算通用方程组的建立

如图 2 所示, $(O; x, y, z)$ 是与车刀刀体相固联的座标系, 称车刀静止参考系, $(O; x_p, y_p, z_p)$ 是与刀片相固联的座标系, 称刀片参考系。则机夹可转位式车刀的几何角度就可看成为刀片从水平某一状态 (图中点划线位置; 此时两参考系重合) 开始, 经过绕静止参考系的座标轴作三次旋转; 到达实际的工作状态 (图中实线所示刀片夹紧位置) 而得到的。设 H 、 L 、 G 分别为刀片绕 x 、 y 、 z 轴的旋转角, 并规定旋转角的正、负号符合图示的右手法则 (即让右手拇指指向旋转轴的正向, 如其余四指的握紧旋向与刀片的旋向一致时, 则称转角为正。反之为负。) 于是求车刀几何角度的问题变成了座标变换的简单问题了。

$$\text{即} \quad \vec{r} = [A]^{-1} \vec{r}_p \quad (1)$$

式中 \vec{r}_p ——刀片上矢量在 $(O; x_p, y_p, z_p)$ 内的表达式;
 \vec{r} ——旋转后刀片上矢量在 $(O; x, y, z)$ 内的表达式;
 $[A]^{-1}$ ——座标变换矩阵。

所以, 矢量 \vec{r}_p 绕 y 轴正转 L 角的表示法应记为:

$$\vec{r} = [A_y(L)]^{-1} \vec{r}_p \quad (2)$$

矢量 \vec{r}_p 绕 x 轴正转 H 角的表示法应记为:

$$\vec{r} = [A_x(H)]^{-1} \vec{r}_p \quad (3)$$

矢量 \vec{r}_p 绕 z 轴正转 G 角的表示法应记为:

$$\vec{r} = [A_z(G)]^{-1} \vec{r}_p \quad (4)$$

式中座标变换矩阵分别为:

$$[A_y(L)]^{-1} = \begin{pmatrix} \cos L & 0 & -\sin L \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin L & 0 & \cos L \end{pmatrix}$$

$$[A_x(H)]^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos H & \sin H \\ 0 & -\sin H & \cos H \end{pmatrix}$$

$$[A_z(G)]^{-1} = \begin{bmatrix} \cos G & \sin G & 0 \\ -\sin G & \cos G & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

如图 3 所示, 车刀切削刃矢量在静止参考系 ($o; x, y, z$) 内可记为:

$$\vec{P} = [P_x \quad P_y \quad P_z]$$

$$\vec{P}' = [P'_x \quad P'_y \quad P'_z]$$

$$\text{且} \quad \text{tg} \kappa_r = -\frac{P_y}{P_x} \quad (5)$$

$$\text{tg} \kappa'_r = \frac{P'_y}{P'_x} \quad (6)$$

$$\sin \lambda_s = P_z \quad (7)$$

$$\sin \lambda'_s = P'_z \quad (8)$$

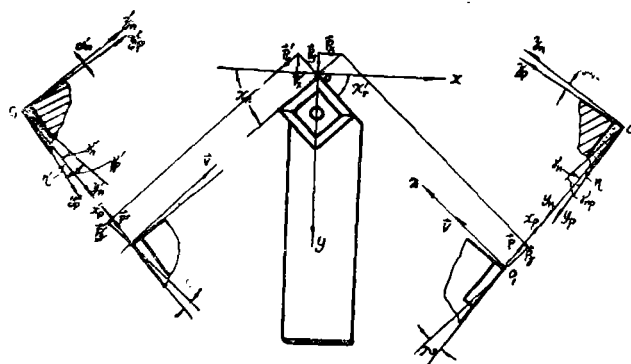


图 3 车刀法剖面系的标注角度

若取 \vec{P} 、 \vec{P}' 为单位矢量, 则有

$$\vec{P} = [\cos \lambda_s \cos \kappa_r \quad -\cos \lambda_s \sin \kappa_r \quad \sin \lambda_s]$$

$$\vec{P}' = [-\cos \lambda'_s \cos \kappa'_r \quad -\cos \lambda'_s \sin \kappa'_r \quad \sin \lambda'_s]$$

其中 κ_r 、 κ'_r 、 λ_s 、 λ'_s 为车刀主、副刀刃的偏角和倾角。

同样, 若以 κ_{rp} 、 κ'_{rp} 、 λ_{sp} 、 λ'_{sp} 代表可转位刀片本身的主、副刀刃的偏角和

倾角, 则亦有

$$\vec{P}_p = [\cos \lambda_{sp} \cos \kappa_{rp} - \cos \lambda_{sp} \sin \kappa_{rp} \sin \lambda_{sp}]$$

$$\vec{P}'_p = [-\cos \lambda'_{sp} \cos \kappa'_{rp} - \cos \lambda'_{sp} \sin \kappa'_{rp} \sin \lambda'_{sp}]$$

根据 (2) 式, 当刀片从起始位置 (两个参考系重合) 绕 y 轴正向旋转 L 角时, 刀

片参考系上的矢量 \vec{P}_p 和 \vec{P}'_p 在车刀静止参考系内应表示如下:

$$\begin{aligned} \vec{P}_L &= [A_y(L)]^{-1} \vec{P}_p \\ &= \begin{pmatrix} \cos L & 0 & -\sin L \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin L & 0 & \cos L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \lambda_{sp} \cos \kappa_{rp} \\ -\cos \lambda_{sp} \sin \kappa_{rp} \\ \sin \lambda_{sp} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \cos L \cos \lambda_{sp} \cos \kappa_{rp} - \sin L \sin \lambda_{sp} \\ -\cos \lambda_{sp} \sin \kappa_{rp} \\ \sin L \cos \lambda_{sp} \cos \kappa_{rp} + \cos L \sin \lambda_{sp} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{P}'_L &= [A_y(L)]^{-1} \vec{P}'_p \\ &= \begin{pmatrix} \cos L & 0 & -\sin L \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin L & 0 & \cos L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\cos \lambda'_{sp} \cos \kappa'_{rp} \\ -\cos \lambda'_{sp} \sin \kappa'_{rp} \\ \sin \lambda'_{sp} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -\cos L \cos \lambda'_{sp} \cos \kappa'_{rp} - \sin L \sin \lambda'_{sp} \\ -\cos \lambda'_{sp} \sin \kappa'_{rp} \\ -\sin L \cos \lambda'_{sp} \cos \kappa'_{rp} + \cos L \sin \lambda'_{sp} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

由 (5) ~ (8) 得:

$$\operatorname{tg} \kappa_{rL} = -\frac{P_{Ly}}{P_{Lx}} = \frac{\sin \kappa_{rp}}{\cos L \cos \kappa_{rp} - \sin L \operatorname{tg} \lambda_{sp}} \quad (9)$$

$$\operatorname{tg} \kappa'_{rL} = \frac{P'_{Ly}}{P'_{Lx}} = \frac{\sin \kappa'_{rp}}{\cos L \cos \kappa'_{rp} + \sin L \operatorname{tg} \lambda'_{sp}} \quad (10)$$

$$\sin \lambda_{sL} = P_{Lz} = \cos L \sin \lambda_{sp} + \sin L \cos \lambda_{sp} \cos \kappa_{rp} \quad (11)$$

$$\sin \lambda'_{sL} = P'_{Lz} = \cos L \sin \lambda'_{sp} - \sin L \cos \lambda'_{sp} \cos \kappa'_{rp} \quad (12)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{即 } \kappa_{rL} &= \text{tg}^{-1} \left(\frac{\sin \kappa_{rp}}{\cos L \cos \kappa_{rp} - \sin L \text{tg} \lambda_{sp}} \right) \\ \kappa'_{rL} &= \text{tg}^{-1} \left(\frac{\sin \kappa'_{rp}}{\cos L \cos \kappa'_{rp} + \sin L \text{tg} \lambda'_{sp}} \right) \\ \lambda_{sL} &= \sin^{-1} (\cos L \sin \lambda_{sp} + \sin L \cos \lambda_{sp} \cos \kappa_{rp}) \\ \lambda'_{sL} &= \sin^{-1} (\cos L \sin \lambda'_{sp} - \sin L \cos \lambda'_{sp} \cos \kappa'_{rp}) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

方程组 (13) 就是当刀片绕 y 轴旋转 L 角时, 车刀偏角和刃倾角的计算公式。

下面我们再讨论车刀的前角和后角的变化情形:

由于在刀片参考系统 y 轴旋转 L 角的同时, 刀片本身的基准面 (即刀片底平面,

在旋转的起始位置它可由切削速度矢量 \vec{V} 代表) 亦将转动一个角度, 假设在主刀刃的法剖面 ($y_n - z_n$) 内基面转动的角度值为 η_L (图 4), 则 η_L 可求如下:

由图 3 知, \vec{V} 在静止参考系 ($0; x, y, z$) 中可记为:

$$\vec{V} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

而 \vec{V} 绕 y 轴正向旋转 L 角后, 所得新的切削速度矢量 \vec{V}_L 则应记为:

$$\begin{aligned} \vec{V}_L &= [A_y(L)] \vec{V} \\ &= \begin{bmatrix} \cos L & 0 & \sin L \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin L & 0 & \cos L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \sin L \\ 0 \\ \cos L \end{bmatrix} \end{aligned}$$

由图 3 可以看出, 车刀静止参考系 ($0; x, y, z$) 只要经过两次旋转 (绕 z 轴反向转动 κ_{rp} 角和绕 y 轴反向转 λ_{sp} 角) 即可与主刀刃法剖面 ($0; x_n, y_n, z_n$) 重合。因此, 根据座标变换原理很容易求出法剖面 ($y_n - z_n$) 内的切削速度矢量 \vec{V}_{Ln} 。

$$\vec{V}_{Ln} = [A_y(\lambda_{sp})] [A_z(\kappa_{rp})] \vec{V}_L$$

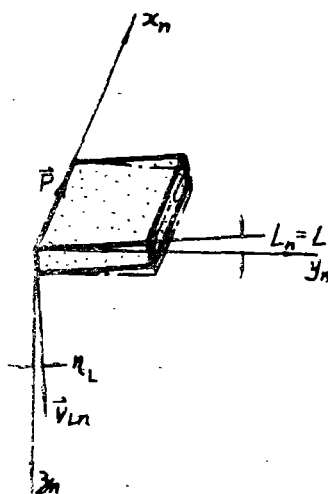


图 4 法剖面系

$$= \begin{bmatrix} \cos \lambda_{sp} & 0 & \sin \lambda_{sp} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \lambda_{sp} & 0 & \cos \lambda_{sp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \kappa_{rp} & -\sin \kappa_{rp} & 0 \\ \sin \kappa_{rp} & \cos \kappa_{rp} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin L \\ 0 \\ \cos L \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos \lambda_{sp} \cos \kappa_{rp} \sin L + \sin \lambda_{sp} \cos L \\ \sin \kappa_{rp} \sin L \\ -\sin \lambda_{sp} \cos \kappa_{rp} \sin L + \cos \lambda_{sp} \cos L \end{bmatrix}$$

所以 $\operatorname{tg} \eta_L = \frac{y_n}{z_n} = \frac{\sin \kappa_{rp} \sin L}{\cos \lambda_{sp} \cos L - \sin \lambda_{sp} \cos \kappa_{rp} \sin L}$

即 $\eta_L = \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\sin \kappa_{rp} \operatorname{tg} L}{\cos \lambda_{sp} - \sin \lambda_{sp} \cos \kappa_{rp} \operatorname{tg} L} \right)$ (14)

同理,可推得副刀刃法剖面($y'_n - z'_n$)内的切削速度矢量为:

$$\vec{V}'_{Ln} = [A_y (\lambda'_{sp})]^{-1} [A_z (\kappa'_{rp})]^{-1} \vec{V}'_L$$

$$= \begin{bmatrix} \cos \lambda'_{sp} & 0 & -\sin \lambda'_{sp} \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \lambda'_{sp} & 0 & \cos \lambda'_{sp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \kappa'_{rp} & \sin \kappa'_{rp} & 0 \\ -\sin \kappa'_{rp} & \cos \kappa'_{rp} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin L \\ 0 \\ \cos L \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos \lambda'_{sp} \cos \kappa'_{rp} \sin L - \sin \lambda'_{sp} \cos L \\ -\sin \kappa'_{rp} \sin L \\ \sin \lambda'_{sp} \cos \kappa'_{rp} \sin L + \cos \lambda'_{sp} \cos L \end{bmatrix}$$

所以,在副刀刃法剖面($y'_n - z'_n$)内,刀片基准面转动的角度为:

$$\operatorname{tg} \eta'_L = \frac{y'_n}{z'_n} = \frac{-\sin \kappa'_{rp} \sin L}{\cos \lambda'_{sp} \cos L + \sin \lambda'_{sp} \cos \kappa'_{rp} \sin L}$$

即 $\eta'_L = \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{-\sin \kappa'_{rp} \operatorname{tg} L}{\cos \lambda'_{sp} + \sin \lambda'_{sp} \cos \kappa'_{rp} \operatorname{tg} L} \right)$ (15)

根据刀具角度定义。上述基准面的转动直接引起了车刀前角和后角的变化,而且它对这两个角度的影响在数值上是相同的,仅仅是在相反的方向改变角度。即

$$\left. \begin{aligned} \gamma_{nL} &= \gamma_{np} - \eta_L = \gamma_{np} - \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\sin \kappa_{rp} \operatorname{tg} L}{\cos \lambda_{sp} - \sin \lambda_{sp} \cos \kappa_{rp} \operatorname{tg} L} \right) \\ \alpha_{nL} &= \alpha_{np} + \eta_L = \alpha_{np} + \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\sin \kappa_{rp} \operatorname{tg} L}{\cos \lambda_{sp} - \sin \lambda_{sp} \cos \kappa_{rp} \operatorname{tg} L} \right) \\ \gamma'_{nL} &= \gamma'_{np} - \eta'_L = \gamma'_{np} + \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\sin \kappa'_{rp} \operatorname{tg} L}{\cos \lambda'_{sp} + \sin \lambda'_{sp} \cos \kappa'_{rp} \operatorname{tg} L} \right) \\ \alpha'_{nL} &= \alpha'_{np} + \eta_L = \alpha'_{np} - \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\sin \kappa'_{rp} \operatorname{tg} L}{\cos \lambda'_{sp} + \sin \lambda'_{sp} \cos \kappa'_{rp} \operatorname{tg} L} \right) \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

式中 γ_{np} 、 γ'_{np} 、 α_{np} 、 α'_{np} 为刀片主、副刀刃的法向前角和后角。

所以, 方程组(16)就是当刀片绕y轴转动L角时, 车刀法向前角和后角的计算公式。

综合(13)和(16)式, 得刀片绕y轴旋转L角对车刀几何角度的影响关系式为:

$$\left. \begin{aligned} \kappa_{rL} &= \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\sin \kappa_{rp}}{\cos L \cos \kappa_{rp} - \sin L \operatorname{tg} \lambda_{sp}} \right) \\ \lambda_{sL} &= \sin^{-1} (\cos L \sin \lambda_{sp} + \sin L \cos \lambda_{sp} \cos \kappa_{rp}) \\ \gamma_{nL} &= \gamma_{np} - \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\sin \kappa_{rp} \operatorname{tg} L}{\cos \lambda_{sp} - \sin \lambda_{sp} \cos \kappa_{rp} \operatorname{tg} L} \right) \\ \alpha_{nL} &= \alpha_{np} + \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\sin \kappa_{rp} \operatorname{tg} L}{\cos \lambda_{sp} - \sin \lambda_{sp} \cos \kappa_{rp} \operatorname{tg} L} \right) \\ \kappa'_{rL} &= \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\sin \kappa'_{rp}}{\cos L \cos \kappa'_{rp} + \sin L \operatorname{tg} \lambda'_{sp}} \right) \\ \lambda'_{sL} &= \sin^{-1} (\cos L \sin \lambda'_{sp} - \sin L \cos \lambda'_{sp} \cos \kappa'_{rp}) \\ \gamma'_{nL} &= \gamma'_{np} + \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\sin \kappa'_{rp} \operatorname{tg} L}{\cos \lambda'_{sp} + \sin \lambda'_{sp} \cos \kappa'_{rp} \operatorname{tg} L} \right) \\ \alpha'_{nL} &= \alpha_{np} - \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\sin \kappa'_{rp} \operatorname{tg} L}{\cos \lambda'_{sp} + \sin \lambda'_{sp} \cos \kappa'_{rp} \operatorname{tg} L} \right) \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

(17) 式就是由已知刀片几何角度和刀片绕y轴旋转L角, 求机夹可转位式车刀几何角度的基本方程组。

如果我们把具备(17)式几何角度的车刀重新当成一个刀片来看待, 使其绕X轴旋转。那么可仿照上述原理, 推导刀片绕x轴转H角时车刀的几何角度如下:

由(3)式, 刀片绕X轴转动H角的刀刃单位矢量应为:

$$\vec{P}_H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos H & \sin H \\ 0 & -\sin H & \cos H \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \lambda_{sL} \cos \kappa_{rL} \\ -\cos \lambda_{sL} \sin \kappa_{rL} \\ \sin \lambda_{sL} \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}
&= \begin{pmatrix} \cos \lambda_{sL} \cdot \cos \kappa_{rL} \\ -\cos H \cos \lambda_{sL} \sin \kappa_{rL} + \sin H \sin \lambda_{sL} \\ \cos \lambda_{sL} \sin H \sin \kappa_{rL} + \cos H \sin \lambda_{sL} \end{pmatrix} \\
\text{刮刀刃矢量} \vec{P}'_H &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cosh H & \sinh H \\ 0 & -\sinh H & \cosh H \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\cos \lambda'_{sL} \cos \kappa'_{rL} \\ -\cos \lambda'_{sL} \sin \kappa'_{rL} \\ \sin \lambda_{sL} \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} -\cos \lambda'_{sL} \cdot \cos \kappa'_{rL} \\ -\cos H \cos \lambda'_{sL} \sin \kappa'_{rL} + \sin H \sin \lambda'_{sL} \\ \sin H \cos \lambda'_{sL} \sin \kappa'_{rL} + \cos H \sin \lambda'_{sL} \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

由(5)~(8)得:

$$\begin{aligned}
\operatorname{tg} \kappa_{rH} &= \frac{\sin \kappa_{rL} \cosh H - \operatorname{tg} \lambda_{sL} \sin H}{\cos \kappa_{rL}} \\
\sin \lambda_{sH} &= \sin \lambda_{sL} \cdot \cosh H + \cos \lambda_{sL} \sin \kappa_{rL} \sin H \\
\operatorname{tg} \kappa'_{rH} &= \frac{\sin \kappa'_{rL} \cosh H - \operatorname{tg} \lambda'_{sL} \sin H}{\cos \kappa'_{rL}} \\
\sin \lambda'_{sH} &= \sin \lambda'_{sL} \cosh H + \cos \lambda'_{sL} \sin \kappa'_{rL} \sin H
\end{aligned}$$

即:

$$\left. \begin{aligned} \kappa_{rH} &= \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\sin \kappa_{rL} \cosh H - \operatorname{tg} \lambda_{sL} \sin H}{\cos \kappa_{rL}} \right) \\ \lambda_{sH} &= \sin^{-1} (\sin \lambda_{sL} \cosh H + \cos \lambda_{sL} \sin \kappa_{rL} \sin H) \\ \kappa'_{rH} &= \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\sin \kappa'_{rL} \cosh H - \operatorname{tg} \lambda'_{sL} \sin H}{\cos \kappa'_{rL}} \right) \end{aligned} \right\} \\
\lambda'_{sH} &= \sin^{-1} (\sin \lambda'_{sL} \cosh H + \cos \lambda'_{sL} \sin \kappa'_{rL} \sin H)$$

方程组(18)就是当刀片绕y轴和x轴正向旋转L和H角时,车刀偏角和刃倾角的计算公式。如反向旋转,则式(17)及(18)中L和H应以负值代入。

同样,由于刀片转动了H角,使得刀片基准面亦同时转了一个角度。假设在法剖面内该基准面倾斜的角度为 η_H ,则 η_H 角的推导过程如下:

$$\text{因 } \vec{V} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

而 \vec{V} 绕X轴转H角后应记为:

$$\begin{aligned}
\vec{V}_H &= [A_x(H)] \vec{V} \\
&= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cosh H & -\sinh H \\ 0 & \sinh H & \cosh H \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 0 \\ -\sinh H \\ \cosh H \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

根据车刀法剖面系与静止参考系的相互关系, 法剖面内的速度矢量可写成:

$$\begin{aligned}\vec{V}_{Hn} &= [A_y(\lambda_{sL})] [A_z(Kr_L)] \vec{V}_H \\ &= \begin{pmatrix} \cos \lambda_{sL} & 0 & \sin \lambda_{sL} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \lambda_{sL} & 0 & \cos \lambda_{sL} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos Kr_L - \sin Kr_L & 0 \\ \sin Kr_L & \cos Kr_L & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -\sin H \\ \cos H \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \cos \lambda_{sL} \sin Kr_L \sin H + \sin \lambda_{sL} \cos H \\ -\cos Kr_L \sin H \\ -\sin \lambda_{sL} \sin Kr_L \sin H + \cos \lambda_{sL} \cos H \end{pmatrix}\end{aligned}$$

所以

$$\operatorname{tg} \eta_H = \frac{-\cos Kr_L \sin H}{\cos \lambda_{sL} \cos H - \sin \lambda_{sL} \sin Kr_L \sin H}$$

即

$$\eta_H = \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{-\cos Kr_L \operatorname{tg} H}{\cos \lambda_{sL} - \sin \lambda_{sL} \sin Kr_L \operatorname{tg} H} \right)$$

从而得到车刀实际具有的法向前角和后角为:

$$\begin{aligned}\gamma_{nH} &= \gamma_{nL} - \eta_H = \gamma_{nL} + \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\cos Kr_L \operatorname{tg} H}{\cos \lambda_{sL} - \sin \lambda_{sL} \sin Kr_L \operatorname{tg} H} \right) \\ \alpha_{nH} &= \alpha_{nL} + \eta_H = \alpha_{nL} - \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\cos Kr_L \operatorname{tg} H}{\cos \lambda_{sL} - \sin \lambda_{sL} \sin Kr_L \operatorname{tg} H} \right)\end{aligned} \quad (19)$$

同理推导车刀法向付前角和付后角如下:

$$\begin{aligned}\text{因 } \vec{V}_{H'n} &= [A_y(\lambda'_{sL})]^{-1} [A_z(K'_rL)]^{-1} \vec{V}_H \\ &= \begin{pmatrix} -\cos \lambda'_{sL} \sin K'_rL \sin H - \sin \lambda'_{sL} \cos H \\ -\cos K'_rL \sin H \\ -\sin \lambda'_{sL} \sin K'_rL \sin H + \cos \lambda'_{sL} \cos H \end{pmatrix}\end{aligned}$$

所以

$$\eta_{H'} = \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{-\cos K'_rL \operatorname{tg} H}{\cos \lambda'_{sL} - \sin \lambda'_{sL} \sin K'_rL \operatorname{tg} H} \right)$$

从而得副刀刃法向前角和后角为:

$$\begin{aligned}\gamma'_{nH} &= \gamma'_{nL} + \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\cos K'_rL \operatorname{tg} H}{\cos \lambda'_{sL} - \sin \lambda'_{sL} \sin K'_rL \operatorname{tg} H} \right) \\ \alpha'_{nH} &= \gamma'_{nL} - \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\cos K'_rL \operatorname{tg} H}{\cos \lambda'_{sL} - \sin \lambda'_{sL} \sin K'_rL \operatorname{tg} H} \right)\end{aligned} \quad (20)$$

综合 (18) ~ (20) 式, 得刀片绕 X 轴转 H 角对车刀几何角度的影响关系式为:

$$\begin{aligned}
\kappa_{rH} &= \text{tg}^{-1} \left(\frac{\sin \kappa_{rL} \cos H - \text{tg} \lambda_{sL} \sin H}{\cos \kappa_{rL}} \right) \\
\lambda_{sH} &= \sin^{-1} (\sin \lambda_{sL} \cos H + \cos \lambda_{sL} \sin \kappa_{rL} \sin H) \\
\gamma_{nH} &= \gamma_{nL} + \text{tg}^{-1} \left(\frac{\cos \kappa_{rL} \text{tg} H}{\cos \lambda_{sL} - \sin \lambda_{sL} \sin \kappa_{rL} \text{tg} H} \right) \\
\alpha_{nH} &= \alpha_{nL} - \text{tg}^{-1} \left(\frac{\cos \kappa_{rL} \text{tg} H}{\cos \lambda_{sL} - \sin \lambda_{sL} \sin \kappa_{rL} \text{tg} H} \right) \\
\kappa'_{rH} &= \text{tg}^{-1} \left(\frac{\sin \kappa'_{rL} \cos H - \text{tg} \lambda'_{sL} \sin H}{\cos \kappa'_{rL}} \right) \\
\lambda'_{sH} &= \sin^{-1} (\sin \lambda'_{sL} \cos H + \cos \lambda'_{sL} \sin \kappa'_{rL} \sin H) \\
\gamma'_{nH} &= \gamma'_{nL} + \text{tg}^{-1} \left(\frac{\cos \kappa'_{rL} \text{tg} H}{\cos \lambda'_{sL} - \sin \lambda'_{sL} \sin \kappa'_{rL} \text{tg} H} \right) \\
\alpha'_{nH} &= \alpha'_{nL} - \text{tg}^{-1} \left(\frac{\cos \kappa'_{rL} \text{tg} H}{\cos \lambda'_{sL} - \sin \lambda'_{sL} \sin \kappa'_{rL} \text{tg} H} \right)
\end{aligned} \tag{21}$$

所以, (17) 和 (21) 式组成的联立方程组, 就是由已知刀片几何角度和刀片绕 x、y 轴连续转动两次, 求机夹可转位式车刀几何角度的基本方程组。

很显然, 如果刀片再绕 Z 轴旋转 G 角装入刀体, 则上述刀具角度中, 除了偏角会发生变化外, 其余几个角度均不受影响; 也就是说, G 对车刀几何角度的影响关系式为:

$$\left. \begin{aligned}
\kappa_{rG} &= \kappa_{rH} - G = \kappa_r \\
\lambda_{sG} &= \lambda_{sH} = \lambda_s \\
\gamma_{nG} &= \gamma_{nH} = \gamma_n \\
\alpha_{nG} &= \alpha_{nH} = \alpha_n \\
\kappa'_{rG} &= \kappa'_{rH} + G = \kappa'_r \\
\lambda'_{sG} &= \lambda'_{sH} = \lambda'_s \\
\gamma'_{nG} &= \gamma'_{nH} = \gamma'_n \\
\alpha'_{nG} &= \alpha'_{nH} = \alpha'_n
\end{aligned} \right\} \tag{22}$$

式中 κ_r 、 λ_s 、 γ_n 、 α_n 和 κ'_r 、 λ'_s 、 γ'_n 、 α'_n 即为刀片经三次旋转装入刀体夹紧后, 所形成的机夹可转位式车刀主刀刃和副刀刃上的标注角度 (图 3)。

以上方程组 (17)、(21) 及 (22) 统称“机夹可转位式车刀设计计算通用方程组。”因为, 不论对于哪一种剖面系的车刀, 其标注角度均可利用它求算出来。其中刀片旋转角 L、H、G 应按右手法则正转为正, 反转为负值代入公式。

根据通用方程组 (17)、(21) 及 (22) 计算得到的车刀八个主要角度, 还可间接求得车刀主剖面系的前角 γ_0 和后角 α 。以及另外三个派生角度。即

$$\begin{aligned}
\text{tg} \gamma_0 &= \frac{\text{tg} \gamma_n}{\cos \lambda_s} \\
\text{前角} \quad \gamma_0 &= \text{tg}^{-1} \left(\frac{\text{tg} \gamma_n}{\cos \lambda_s} \right)
\end{aligned} \tag{23}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha_0 = \frac{\operatorname{ctg} \alpha_n}{\cos \lambda_s}$$

$$\text{后角} \quad \alpha_0 = \operatorname{ctg}^{-1} \left(\frac{\operatorname{ctg} \alpha_n}{\cos \lambda_s} \right) \quad (24)$$

$$\text{楔角} \quad \beta_0 = 90^\circ - (\gamma_0 + \alpha_0) \quad (25)$$

$$\text{余偏角} \quad \psi_r = 90^\circ - \kappa_r \quad (26)$$

$$\text{刀尖角} \quad \varepsilon_r = 180^\circ - (\kappa_r + \kappa'_r) \quad (27)$$

以上所用的刀具角度符号是根据ISO标准规定的, 这里需要特别指出, 新规定的 λ_s 角的正负号同过去习惯恰恰相反。即当刀尖是切削刃上最低一点时, λ_s 为负值, 当刀尖是切削刃上最高一点时, λ_s 为正值, 计算时须加注意。

在机夹可转位式刀具的设计和制造中, 也还常常会遇到需要从规定的刀具角度和刀片安装角来计算和选用刀片的情形。这时, 我们只要把上述的推导过程反过来, 使车刀的静止参考系统绕刀片参考系的三个座标轴旋转, 即可得到一组类似的计算刀片角度的方程为:

$$\left. \begin{aligned} \kappa_G &= \kappa_r - G \\ \lambda_{SG} &= \lambda_s \\ \gamma_{nG} &= \gamma_n \\ \alpha_{nG} &= \alpha_n \\ \kappa'_G &= \kappa'_r + G \\ \lambda'_{SG} &= \lambda'_s \\ \gamma'_{nG} &= \gamma'_n \\ \alpha'_{nG} &= \alpha'_n \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

$$\left. \begin{aligned} \kappa_{rH} &= \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\operatorname{Sin} \kappa_{rG} \operatorname{Cos} H - \operatorname{tg} \lambda_{SG} \operatorname{Sin} H}{\operatorname{Cos} \kappa_{rG}} \right) \\ \lambda_{SH} &= \operatorname{Sin}^{-1} (\operatorname{Sin} \lambda_{SG} \operatorname{Cos} H + \operatorname{Sin} \kappa_{rG} \operatorname{Cos} \lambda_{SG} \operatorname{Sin} H) \\ \gamma_{nH} &= \gamma_{nG} + \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\operatorname{Cos} \kappa_{rG} \operatorname{tg} H}{\operatorname{Cos} \lambda_{SG} - \operatorname{Sin} \kappa_{rG} \operatorname{Sin} \lambda_{SG} \operatorname{tg} H} \right) \\ \alpha_{nH} &= \alpha_{nG} - \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\operatorname{Cos} \kappa_{rG} \operatorname{tg} H}{\operatorname{Cos} \lambda_{SG} - \operatorname{Sin} \kappa_{rG} \operatorname{Sin} \lambda_{SG} \operatorname{tg} H} \right) \\ \kappa'_{rH} &= \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\operatorname{Sin} \kappa'_{rG} \operatorname{Cos} H - \operatorname{tg} \lambda'_{SG} \operatorname{Sin} H}{\operatorname{Cos} \kappa'_{rG}} \right) \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

$$\begin{aligned}
\lambda'_{sH} &= \sin^{-1}(\sin \lambda'_{sG} \cos H + \sin \kappa'_{rG} \cos \lambda'_{sG} \sin H) \\
\gamma'_{nH} &= \gamma'_{nG} + \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\cos \kappa'_{rG} \operatorname{tg} H}{\cos \lambda'_{sG} - \sin \kappa'_{rG} \sin \lambda'_{sG} \operatorname{tg} H} \right) \\
\alpha'_{nH} &= \alpha'_{nG} - \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\cos \kappa'_{rG} \operatorname{tg} H}{\cos \lambda'_{sG} - \sin \kappa'_{rG} \sin \lambda'_{sG} \operatorname{tg} H} \right) \\
\kappa'_{rL} &= \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\sin \kappa_{rH}}{\cos \kappa_{rH} \cos L - \operatorname{tg} \lambda_{sH} \sin L} \right) = \kappa_{rp} \\
\lambda_{sL} &= \sin^{-1}(\sin \lambda_{sH} \cos L + \cos \kappa_{rH} \cos \lambda_{sH} \sin L) = \lambda_{sp} \\
\gamma_{nL} &= \gamma_{nH} - \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\sin \kappa_{rH} \operatorname{tg} L}{\cos \lambda_{sH} - \cos \kappa_{rH} \sin \lambda_{sH} \operatorname{tg} L} \right) = \gamma_{np} \\
\alpha_{nL} &= \alpha_{nH} + \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\sin \kappa_{rH} \operatorname{tg} L}{\cos \lambda_{sH} - \cos \kappa_{rH} \sin \lambda_{sH} \operatorname{tg} L} \right) = \alpha_{np} \\
\kappa'_{rL} &= \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\sin \kappa'_{rH}}{\cos \kappa'_{rH} \cos L + \operatorname{tg} \lambda'_{sH} \sin L} \right) = \kappa'_{rp} \\
\lambda'_{sL} &= \sin^{-1}(\sin \lambda'_{sH} \cos L - \cos \kappa'_{rH} \cos \lambda'_{sH} \sin L) = \lambda'_{sp} \\
\gamma'_{nL} &= \gamma'_{nH} + \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\sin \kappa'_{rH} \operatorname{tg} L}{\cos \lambda'_{sH} + \cos \kappa'_{rH} \sin \lambda'_{sH} \operatorname{tg} L} \right) = \gamma'_{np} \\
\alpha'_{nL} &= \alpha'_{nH} - \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\sin \kappa'_{rH} \operatorname{tg} L}{\cos \lambda'_{sH} + \cos \kappa'_{rH} \sin \lambda'_{sH} \operatorname{tg} L} \right) = \alpha'_{np}
\end{aligned} \tag{30}$$

由计算结果中的 κ_{rp} 和 κ'_{rp} 可推算出刀片刀尖角 ε_{rp} 。从而决定了刀片的类型，如再根据刀体的刀片槽尺寸，即可选用合适的刀片了。

此外，从前面通用方程组的推导过程可以看出，刀片旋转角 L 、 H 、 G 实际上就是刀片在刀体槽中的安装角。它既是刀体设计时的标注角度，也是加工时的调整角。 L 、 H 、 G 的值取决于刀片和刀具的几何角度，以及两个参考坐标系的选取位置。车刀的静止参考系 $(0; x, y, z)$ 指以车刀的纵、横方向为 y 、 x 轴，和垂直车刀底面为 z 轴组成的直角坐标系；而刀片参考系 $(0; x_p, y_p, z_p)$ 则原理上可以任意取用。但是，为了解题方便起见，对于按主、付剖面系设计的车刀（图 1，b），要得到规定的 γ_0 、 λ_s 和 κ_r 角，必须取主刀刃为 y_p 轴。这时， $L = \gamma_{np} - \gamma_{nL}$ ； $G = \psi_r = 90^\circ - \kappa_r$ ， $H = \lambda_s$ 。而对于按复合剖面系设计的车刀（图 1，a）来说，可将与主刀刃成 θ 角的车刀复合角（最大前角）标注面 $P_\theta - P_\theta$ 取为刀片参考系的 y_p 轴，则车刀刀体的复合角 $\gamma_{\theta g}$ 就

是H值了。且 $L = 0^\circ$, $G = \psi_r - \theta$ 。显然,当车刀是以纵—横剖面系标注角度时(图1,c)则应使刀片参考系的 x_p 、 y_p 轴恰与车刀的纵横、纵剖面重合。这时, L就是刀体的横向前角 γ_{fg} ; H为刀体的纵向前角 γ_{pg} ; 而 $G = 0^\circ$ 。

在设计计算机夹可转位式车刀刀体时, 上述角度中 γ_{fg} 、 θ 、 γ_{pg} 及 γ_{pg} 可按下列公式决定。

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \gamma_{fg} &= \operatorname{tg} \gamma_{og} \sin \theta + \operatorname{tg} \lambda_{sg} \cos \theta \\ \operatorname{tg} \theta &= \frac{\operatorname{tg} \gamma_{og}}{\operatorname{tg} \lambda_{sg}} \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \gamma_{fg} &= \operatorname{tg} \gamma_{og} \sin k_{rg} - \operatorname{tg} \lambda_{sg} \cos k_{rg} \\ \operatorname{tg} \gamma_{pg} &= \operatorname{tg} \gamma_{og} \cos k_{rg} + \operatorname{tg} \lambda_{sg} \sin k_{rg} \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

式中: γ_{og} ——刀体主剖面前角; $\gamma_{og} = \gamma_o - \gamma_{op}$

λ_{sg} ——刀体刃倾角; $\lambda_{sg} = \lambda_s$

由(17)、(21)及(22)式组成的机夹可转位式车刀设计计算通用方程组中, 包含了车刀主、副刀刃上的所有角度计算, 这是完全必要的, 因为这种刀具主、副刀刃上的刀面常常不共面。但是, 我们只要仍细观察一下方程组, 就不难发现 L、H、G 对主刀刃和副刀刃上几何角度的影响具有某种规律性, 根据这一规律, 通用方程组可简化成如下形式:

$$\left. \begin{aligned} k_{rL} &= \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\sin k_{rp}}{\cos L \cos k_{rp} \mp \sin L \operatorname{tg} \lambda_{sp}} \right) \\ \lambda_{sL} &= \sin^{-1} (\cos L \sin \lambda_{sp} \pm \sin L \cos \lambda_{sp} \cos k_{rp}) \\ \gamma_{nL} &= \gamma_{np} \mp \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\sin k_{rp} \operatorname{tg} L}{\cos \lambda_{sp} \mp \sin \lambda_{sp} \cos k_{rp} \operatorname{tg} L} \right) \\ \alpha_{nL} &= \alpha_{np} \pm \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\sin k_{rp} \operatorname{tg} L}{\cos \lambda_{sp} \mp \sin \lambda_{sp} \cos k_{rp} \operatorname{tg} L} \right) \\ k_{rH} &= \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\sin k_{rL} \cos H - \operatorname{tg} \lambda_{sL} \sin H}{\cos k_{rL}} \right) \\ \lambda_{sH} &= \sin^{-1} (\sin \lambda_{sL} \cos H + \cos \lambda_{sL} \sin k_{rL} \sin H) \\ \gamma_{nH} &= \gamma_{nL} + \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\cos k_{rL} \operatorname{tg} H}{\cos \lambda_{sL} - \sin \lambda_{sL} \sin k_{rL} \operatorname{tg} H} \right) \\ \alpha_{nH} &= \alpha_{nL} - \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\cos k_{rL} \operatorname{tg} H}{\cos \lambda_{sL} - \sin \lambda_{sL} \sin k_{rL} \operatorname{tg} H} \right) \\ k_{rG} &= k_{rH} \mp G = k_r \\ \lambda_{sG} &= \lambda_{sH} = \lambda_s \\ \gamma_{nG} &= \gamma_{nH} = \gamma_n \\ \alpha_{nG} &= \alpha_{nH} = \alpha_n \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

这里必须指出, 由于目前我国 (第一机械工业部) 制定的可转位硬质合金刀片标准中, 除少数 2~3 种刀片具有后角或刃倾角外, 其余均为不带后角和刃倾角的刀片, 而后者也是目前推广使用可转位式刀具中最常见到的刀片。所以当 $\alpha_{np} = 0^\circ$, $\alpha_{np}' = 0^\circ$, $\lambda_{sp} = 0^\circ$ 及 $\lambda_{sp}' = 0^\circ$ 时, 通用方程组 (32) 尚可进一步简化为:

$$\left. \begin{aligned}
 k_{rL} &= \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\operatorname{tg} k_{rp}}{\cos L} \right) \\
 \lambda_{sL} &= \sin^{-1} (\pm \cos k_{rp} \sin L) \\
 \gamma_{nL} &= \gamma_{np} \mp \operatorname{tg}^{-1} (\sin k_{rp} \operatorname{tg} L) \\
 \alpha_{nL} &= \alpha_{np} \pm \operatorname{tg}^{-1} (\sin k_{rp} \operatorname{tg} L)
 \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned}
 k_{rH} &= \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\sin K_{rp} \cos H - \operatorname{tg} \lambda_{sL} \cos H}{\cos k_{rL}} \right) \\
 \lambda_{sH} &= \sin^{-1} (\sin \lambda_{sL} \cos H + \cos \lambda_{sL} \sin k_{rL} \sin H) \\
 \gamma_{nH} &= \gamma_{nL} + \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\cos K_{rL} \operatorname{tg} H}{\cos \lambda_{sL} - \sin \lambda_{sL} \sin k_{rL} \operatorname{tg} H} \right) \\
 \alpha_{nH} &= \alpha_{nL} - \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\cos k_{rL} \operatorname{tg} H}{\cos \lambda_{sL} - \sin \lambda_{sL} \sin k_{rL} \operatorname{tg} H} \right)
 \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

$$\left. \begin{aligned}
 k_{rG} &= k_{rH} \mp G = k_r \\
 \lambda_{sG} &= \lambda_{sH} = \lambda_s \\
 \gamma_{nG} &= \gamma_{nH} = \gamma_n \\
 \alpha_{nG} &= \alpha_{nH} = \alpha_n
 \end{aligned} \right\}$$

通用方程组 (33) 在求解时, 仍把副刃当成主刃看待, 只是计算副刃角度需要换用副刃上角度符号, 和以刀片副刃的角度值代入; 同时, 取用 “ \pm ” 号中下面的符号。如果把 (33) 式的计算顺序颠倒一下, 即在求 k_{rG} 、 \dots 、 α_{nG} 时, 以 k_r 、 \dots 、 α_n 代 k_{rH} 、 \dots 、 α_{nH} ; 在求 k_{rH} 、 \dots 、 α_{nH} 时, 以 k_{rG} 、 \dots 、 α_{nG} 代 k_{rH} 、 \dots 、 α_{nH} ; 和在求 k_{rL} 、(等于 k_{rp})、 \dots 、 α_{nL} (等于 α_{np}) 时, 以 K_{rH} 、 \dots 、 α_{nH} 代替公式中的 K_{rp} 、 \dots 、 α_{np} 。那么, 前述用于计算刀片几何角度的方程组 (28)、(29) 和 (30), 同样可由方程组 (33) 来代替。

由此可见, 这里所建立的机夹可转位式车刀设计计算方程组 (33) (对于带有后角和刃倾角的刀片, 为 (32)), 不仅具有通用性, 而且并不复杂, 容易记忆, 使用方便。以下略举几例说明通用方程组的具体应用。

三、计算实例:

1) 由已知刀片和刀片安装角, 求车刀几何角度。

例一、某正五边形机夹可转位式车刀, 刀片安装角是绕 MN 的垂线旋转的 (图

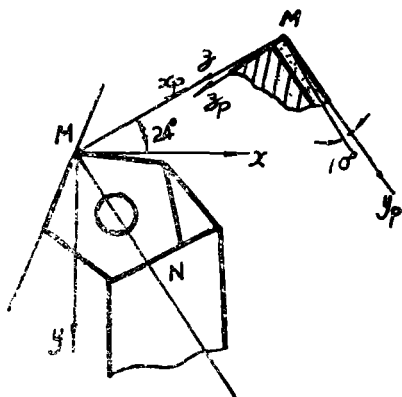


图5 正五边形可转位式车刀

5)。

已知刀片为不带后角和刃倾角的5K1610A3型,其前角 $\gamma_{np} = \gamma'_{np} = 20^\circ$ 。求车刀的几何角度。

解:如图所示确定刀片参考系 $(M; X_p, Y_p, Z_p)$ 和车刀静止参考系 $(M; x, y, z)$,则:

$$L = 0^\circ, H = -10^\circ, G = -24^\circ.$$

$$\text{且 } k'_{rp} = k'_{rp} = 90^\circ - \frac{108}{2} = 36^\circ$$

代入通用方程组(33):

因 L 对车刀角度没有影响,而刀片主、副刃处于对称位置:

$$\text{所以 } \lambda_s = \lambda'_s = \sin^{-1} [\sin 36^\circ \cdot \sin (-10^\circ)] = -5^\circ 51' 30''$$

$$\gamma_n = \gamma'_n = 20^\circ + \text{tg}^{-1} [\cos 36^\circ \text{tg} -1 (-10^\circ)] = 20^\circ - 8^\circ 7' 7'' = 11^\circ 52' 53''$$

$$\alpha_n = \alpha'_n = 8^\circ 7' 7''$$

$$\kappa_r = \kappa_{rH} - G = \text{tg}^{-1} (\text{tg} 36^\circ \cos 10^\circ) + 24^\circ = 59^\circ 35' 2''$$

$$\kappa'_r = \kappa'_{rH} + G = 11^\circ 35' 2''$$

另由公式(25)~(27)得:

$$\gamma_0 = \gamma'_0 = \text{tg}^{-1} \left(\frac{\text{tg} 11^\circ 52' 53''}{\cos 5^\circ 51' 30''} \right) = 11^\circ 56' 31''$$

$$\alpha_0 = \alpha'_0 = \text{ctg}^{-1} \left(\frac{\text{ctg} 8^\circ 7' 7''}{\cos 5^\circ 51' 30''} \right) = 8^\circ 4' 6''$$

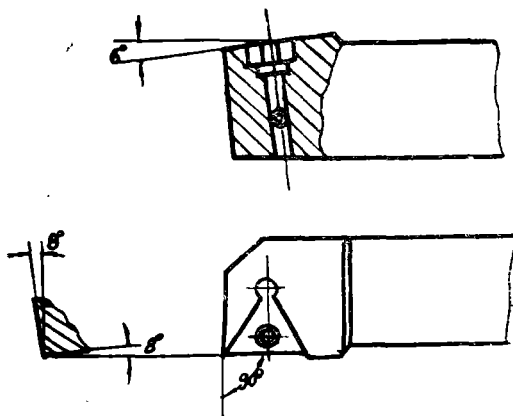


图6 正三角形可转位式车刀刀体

$$\beta_0 = 90^\circ - (8^\circ 4' 6'' + 11^\circ 56' 31'') = 70^\circ 23''$$

$$\phi_r = 90^\circ - 59^\circ 35' 2'' = 30^\circ 24' 58''$$

$$\varepsilon_r = 180^\circ - (11^\circ 35' 2'' + 59^\circ 35' 2'') = 108^\circ 24' 58''$$

例二、试计算在图6所示机夹可转位式车刀刀体上安装31305A3型刀片时，车刀的主要几何角度是多少。

解：取刀刃为刀片参考系的 y_p 轴，则：

$$G = 0^\circ, \quad L = 8^\circ, \quad H = -6^\circ, \quad \text{且} \psi_{rp} = 90^\circ, \quad \psi'_{rp} = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

代入通用方程组(33)：

$$\therefore \alpha_{np} = \alpha'_{np} = 0^\circ$$

$$\lambda_{sp} = \lambda'_{sp} = 0^\circ$$

$$\gamma_{np} = \gamma'_{np} = 20^\circ$$

$$\therefore \left\{ \begin{array}{l} \kappa_{rL} = 90^\circ \\ \kappa'_{rL} = \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\operatorname{tg} 30^\circ}{\cos 8^\circ} \right) = 30^\circ 14' 36'' \\ \lambda_{sL} = 0^\circ \\ \lambda'_{sL} = \sin^{-1} (-\cos 30^\circ \sin 8^\circ) = -6^\circ 55' 21'' \\ \gamma_{nL} = 20^\circ - \operatorname{tg}^{-1} (\sin 90^\circ \operatorname{tg} 8^\circ) = 12^\circ \\ \gamma'_{nL} = 20^\circ + \operatorname{tg}^{-1} (\sin 30^\circ \operatorname{tg} 8^\circ) = 24^\circ 1' 11'' \\ \alpha_{nL} = 8^\circ \\ \alpha'_{nL} = -4^\circ 1' 11'' \\ \kappa_r = \kappa_{rH} = 90^\circ \\ \kappa'_r = \kappa'_{rH} \\ = \operatorname{tg}^{-1} \left[\frac{\sin 30^\circ 14' 36'' \cos 6^\circ - \operatorname{tg} (-6^\circ 55' 21'') \sin (-6^\circ)}{\cos 30^\circ 14' 36''} \right] \\ = 29^\circ 28' 21'' \\ \lambda_s = \lambda_{sH} = -6^\circ \end{array} \right.$$

$$\lambda'_s = \lambda_{sH}$$

$$= \sin^{-1} [\sin(-6^\circ 55' 21'') \cos 6^\circ + \cos 6^\circ 55' 21'' \times \sin 30^\circ 14' 36'' \sin(-6^\circ)]$$

$$= -9^\circ 54' 42''$$

$$\gamma_n = \gamma_{nH} = 12^\circ$$

$$\gamma'_n = \gamma'_{nH} = 24^\circ 1' 11'' +$$

$$\tan^{-1} \left[\frac{\cos 30^\circ 14' 36'' \tan(-6^\circ)}{\cos 6^\circ 55' 21'' - \sin(-6^\circ 55' 21'') \sin 30^\circ 14' 36'' \tan(-8^\circ)} \right]$$

$$= 18^\circ 10' 28''$$

$$\alpha_n = 8^\circ$$

$$\alpha'_n = 1^\circ 49' 32''$$

2) 由已知刀片安装角和规定的车刀几何角度, 求刀片的几何角度。

例三、在图 7 的刀体上安装正五边形 YT15 硬质合金刀片, 要求安装后得到车刀几何角度为 $\gamma_0 = 14^\circ$, $\alpha_0 = 6^\circ$, $\lambda_s = 5^\circ$ 和 $\kappa_r = 46^\circ$ 。试问刀片的几何角度应为多大合适。

解: 由图知

$$G = 9^\circ, H = 8^\circ, L = 0^\circ.$$

由于刀片已确定为正五边形, 故只需代入通用方程组 (33) 计算出刀片的前角、后角和刃倾角就可以了, 即

$$\therefore \begin{cases} \gamma_n = \tan^{-1}(\tan \gamma_0 \cdot \cos \lambda_s) = \tan^{-1}(\tan 14^\circ \cos 5^\circ) = 13^\circ 56' 56'' \\ \alpha_n = \cot^{-1}(\cot \alpha_0 \cos \lambda_s) = \cot^{-1}(\cot 6^\circ \cos 5^\circ) = 6^\circ 2' \end{cases}$$

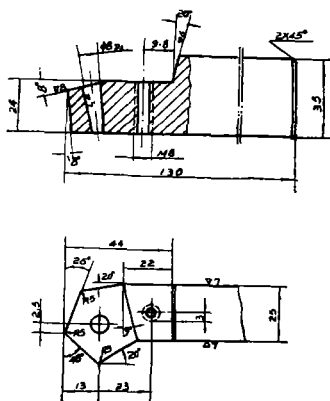


图 7 车刀刀体

$$k_{rG} = k_r - G = 46^\circ - 9^\circ = 37^\circ$$

$$\begin{aligned}\lambda_{sp} &= \lambda_H = \sin' (\sin 5^\circ \cos 8^\circ + \cos 5^\circ \sin 37^\circ \sin 8^\circ) \\ &= 9^\circ 46' 28''\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\gamma_{np} &= \gamma_{nH} = \gamma_n + \text{tg}' \left[\frac{\cos 37^\circ \text{tg} 8^\circ}{\cos 5^\circ - \sin 5^\circ \sin 37^\circ \text{tg} 8^\circ} \right] \\ &= 20^\circ 25'\end{aligned}$$

$$\alpha_{np} = \alpha_{nH} = \alpha_n - 6^\circ 28' = -26'$$

所以, 在该刀体上安装 $\lambda_{sp} = 10^\circ$, $\gamma_{np} = 20^\circ$, $\alpha_{np} = 0^\circ$ 的正五边形刀片, 比较合适。图 8 为该刀片的工作图。

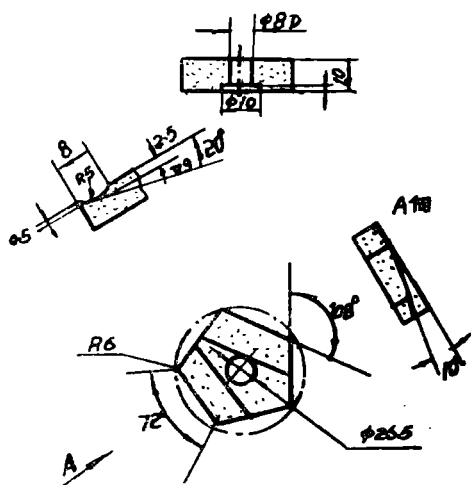


图 8 刀 片

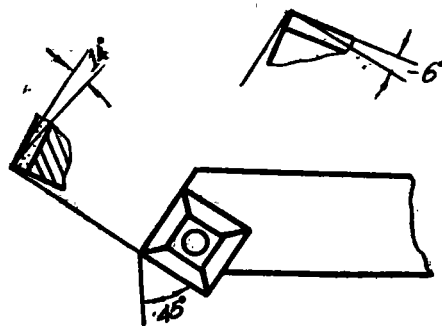


图 9 450 外圆车刀

3) 由已知刀片和规定的车刀几何角度, 求刀体上的刀槽安装角。

例四 已知车刀 (图 9) 的主要几何角度为:

$$\gamma_0 = 14^\circ \quad \lambda_s = -6^\circ \quad k_r = 45^\circ$$

该车刀选用 4 K1305E 3 型刀片, 其几何角度为:

$$\gamma_{np} = \gamma_{n'p} = 20^\circ$$

$$\alpha_{np} = \alpha'_{np} = 0^\circ$$

$$\lambda_{sp} = \lambda_{s'p} = 0^\circ$$

$$\varepsilon_{rp} = 90^\circ$$

要求设计刀体的几何角度。

〔方法一〕按主、副剖面系设计刀体。

解: 由 (23) 式、车刀法剖面前角为:

$$\gamma_n = \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\operatorname{tg} \gamma_0}{\cos \lambda_s} \right) = \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\operatorname{tg} 14^\circ}{\cos 6^\circ} \right)$$

$$= 13^\circ 55' 35''$$

取主刀刃为刀片参考系的 Y_P 轴, 副刀刃为 X_P 轴, 则

$$L = \gamma_{nF} - \gamma_n = 20^\circ - 13^\circ 55' 35'' = 6^\circ 4' 25''$$

$$H = \lambda_s = -6^\circ$$

$$G = 90^\circ - k_r = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$$

且 $k_{rP} = 90^\circ \quad k_{r'P} = 0^\circ$

代入通用方程组 (33) 得车刀几何角度如下:

$$\begin{cases} k_{rL} = 90^\circ; k_{r'L} = 0^\circ \\ \lambda_{sL} = 0^\circ; \lambda_{s'L} = -6^\circ 4' 25'' \\ \gamma_{nL} = 13^\circ 55' 35''; \gamma_{n'L} = 20^\circ \\ \alpha_{nL} = 6^\circ 4' 25''; \alpha_{n'L} = 0^\circ \end{cases}$$

$$\begin{cases} k_r = k_{rH} - G = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ \\ k'_r = k'_{rH} + G = \operatorname{tg}^{-1} [-\operatorname{tg} 6^\circ 4' 25'' \sin(-6^\circ)] + 45^\circ \\ \quad = 44^\circ 21' 46'' \\ \lambda_s = \lambda_{sH} = -6^\circ \\ \lambda'_s = \lambda'_{sH} = \sin^{-1} [\sin(-6^\circ 4' 25'') \cos 6^\circ] = -6^\circ 2' 25'' \\ \gamma^\circ = 14^\circ \\ \gamma'_n = \gamma'_{nH} = 20^\circ + \operatorname{tg}^{-1} \left[\frac{\operatorname{tg}(-6^\circ)}{\cos 6^\circ 4' 25''} \right] = 13^\circ 57' 59'' \end{cases}$$

$$\begin{cases} \gamma_0' = \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\operatorname{tg} \gamma'_n}{\cos \lambda'_s} \right) = \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\operatorname{tg} 13^\circ 57' 59''}{\cos 6^\circ 2' 25''} \right) = 14^\circ 2' 25'' \\ \alpha_n = \alpha_{nH} = 6^\circ 4' 25'' \\ \alpha^\circ = \operatorname{ctg}^{-1} \left(\frac{\operatorname{ctg} \alpha_n}{\cos \lambda_s} \right) = 6^\circ 2' 26'' \\ \alpha'_n = \alpha'_{nH} = 6^\circ 2' 1'' \\ \alpha_0' = \operatorname{ctg}^{-1} \left(\frac{\operatorname{ctg} \alpha'_n}{\cos \lambda'_s} \right) = 6^\circ 3'' \\ \varepsilon_r = 180^\circ - (k_r + k'_r) = 90^\circ 38' 14'' \end{cases}$$

于是, 刀体几何角度为:

$$\begin{cases}
 k_{rg} = k_r = 45^\circ \\
 k'_{rg} = k'_r = 44^\circ 21' 26'' \approx 44^\circ 21' \\
 \gamma_{og} = \gamma_o - \gamma_{op} = 14^\circ - \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\operatorname{tg} 20^\circ}{\cos 6^\circ} \right) = -6^\circ 6' \approx -6^\circ \\
 \gamma'_{og} = \gamma'_o - \gamma'_{op} = 14^\circ 2' 25'' - \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\operatorname{tg} 20^\circ}{\cos 6^\circ} \right) \\
 \quad = -6^\circ 8' \approx -6^\circ \\
 \alpha_{og} = \alpha_o = 6^\circ 2' 26'' \approx 6^\circ \\
 \alpha'_{og} = \alpha'_o = 6^\circ 03'' \approx 6^\circ \\
 \lambda_{sg} = \lambda_s = -6^\circ \\
 \lambda'_{sg} = \lambda'_s = -6^\circ 2' 25'' \approx 6^\circ \\
 e_{rg} = e_r = 90^\circ 38' 14'' \approx 90^\circ 38'
 \end{cases}$$

计算结果由图10表示。

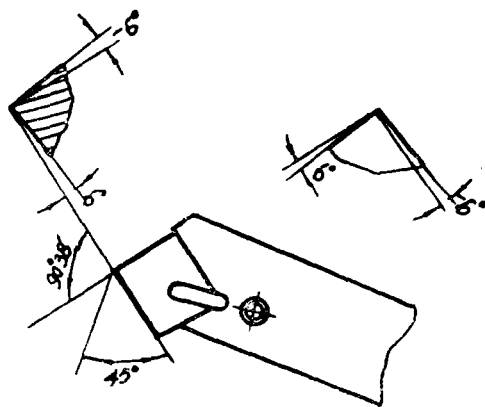


图10 45°外圆车刀刀体

〔方法二〕 按复合剖面系设计刀体

解：先由（31）式算出车刀刀体在与主刀刃夹成 ϑ 角的复合剖面的前角（称复合角或最大前角） $\gamma_{\vartheta g}$ 。即

$$\begin{aligned}
 \because \gamma_{og} &= \gamma_o - \gamma_{op} \approx -6^\circ \\
 \therefore \operatorname{tg} \vartheta &= \frac{\operatorname{tg} \gamma_{og}}{\operatorname{tg} \lambda_{sg}} = \frac{\operatorname{tg} (-6^\circ)}{\operatorname{tg} (-6^\circ)} \\
 \therefore \vartheta &= 45^\circ \\
 \because \operatorname{tg} \gamma_{\vartheta g} &= \operatorname{tg} \gamma_{og} \sin \vartheta + \operatorname{tg} \lambda_{sg} \cos \vartheta \\
 &= \operatorname{tg} (-6^\circ) \sin 45^\circ + \operatorname{tg} (-6^\circ) \cos 45^\circ \\
 \therefore \gamma_{\vartheta g} &= -8^\circ 27' 16''
 \end{aligned}$$

取刀片参考系的 Y_P 轴与复合剖面重合, 则

$$H = \gamma_{\theta_g} = -8^\circ 27' 16''$$

$$G = \psi_r - \theta = 45^\circ - 45^\circ = 0^\circ$$

$$L = 0^\circ, \text{ 且}$$

$$\kappa_{rp} = \kappa'_{rp} = 45^\circ$$

代入通用方程组 (33) 得车刀几何角度为:

$$\begin{cases} \kappa_r = \kappa'_r = \kappa_{rH} = \text{tg}^{-1}(\text{tg} 45^\circ \cos 8^\circ 27' 16'') = 44^\circ 41' \\ \lambda_s = \lambda'_s = \lambda_{sH} = \sin^{-1}[\sin 45^\circ \sin(-8^\circ 27' 16'')] \\ \quad = -5^\circ 58' \\ \gamma_n = \gamma'_n = \gamma_{nH} = 20^\circ + \text{tg}^{-1}[\cos 45^\circ \text{tg}(-8^\circ 27' 16'')] \\ \quad = 14^\circ \\ \alpha_n = \alpha'_n = \alpha_{nH} = 6^\circ \\ \varepsilon_r = 180^\circ - (\kappa_r + \kappa'_r) = 90^\circ 38' \end{cases}$$

所以, 刀体几何角度为:

$$\begin{cases} \kappa_{rg} = \kappa'_{rg} = \kappa_r = 44^\circ 41' \\ \lambda_{sg} = 5^\circ 58' \\ \gamma_{\theta_g} = H = -8^\circ 27' 16'' \\ \alpha_{ng} = \alpha'_{ng} = \alpha_n = 6^\circ \\ \varepsilon_{rg} = 90^\circ 38' \\ \theta = 45^\circ \end{cases}$$

计算结果由图11表示, 加工刀体时, 可按它调整角度。

〔方法三〕按车刀纵—横剖面系设计刀体

解: 根据刀片和规定的车刀几何角度。由 (31)' 式算出刀体的纵向前角 γ_{pg} 和横向前角 γ_{ig} 。

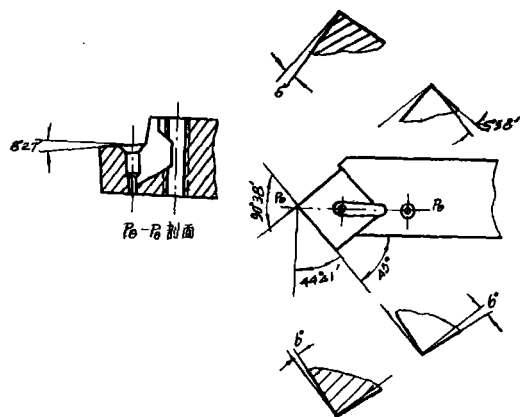


图 1 1 车刀

