

文章编号: 1671-6833(2021)05-0037-07

## 双腔光反馈干涉激光系统中 Lang-Kobayashi 方程的 六阶龙格-库塔算法

于芳星<sup>1</sup>, 姬波<sup>1</sup>, CHENG Quanrun<sup>2</sup>, 卢红星<sup>1</sup>, 柳宏川<sup>1</sup>

(1. 郑州大学 信息工程学院, 河南 郑州 450001; 2. 伍伦贡大学 电子计算机与通信工程学院, 澳大利亚 新南威尔士州 伍伦贡市 2522)

**摘要:** 双腔光反馈干涉 (OFI) 系统常用于移动物体的高灵敏度感测, 其动态行为可通过求解 Lang-Kobayashi (L-K) 方程进行描述, 而求解精度会对系统准确性产生决定性影响。为了提高双腔 OFI 系统对移动物体的测量精度, 提出一种求解 L-K 方程的六阶龙格-库塔算法。通过分析微分方程数值解法的原理, 在四阶龙格-库塔算法的基础上选取更多区间点计算积分曲线的斜率平均值, 使其更接近于真实值以进一步提高求解精度。同时, 设计并实现了基于光电信号双腔 OFI 系统的移动物体运动检测仿真软件并进行仿真实验, 将六阶龙格-库塔算法分别与欧拉法、四阶龙格-库塔算法的仿真结果进行对比分析。实验结果表明: 该算法与欧拉法相比, 求解精度平均提高了约 22%; 与四阶龙格-库塔算法相比, 求解精度平均提高了约 6%。六阶龙格-库塔算法可以提高 L-K 方程的求解精度, 从而生成更精确的仿真结果, 提高双腔 OFI 系统的感测灵敏度。

**关键词:** 双腔 OFI 系统; Lang-Kobayashi 方程; 六阶龙格-库塔算法; 仿真软件

**中图分类号:** TP311

**文献标志码:** A

**doi:** 10.13705/j.issn.1671-6833.2021.05.021

### 0 引言

由光反馈效应逐渐形成的自混合 (SMI) 干涉理论被广泛应用于位移计算、震动检测、形貌重构、粒子运动测量等领域<sup>[1]</sup>。Fischer 等<sup>[2]</sup>首次提出光反馈干涉仪中的双腔结构 (双腔 OFI 系统) 由激光二极管 (LD) 和两个外部高反射金镜组成。该模型在研究具有许多自由度的非线性系统中的动力学时, 具有十分理想的效果。Yu 等<sup>[3]</sup>和 Fan 等<sup>[4]</sup>先后研究了多重光反馈以及多模激光器的自混合干涉理论, 提出了含预反馈的激光自混合干涉型位移测量结构, 可以在弱反馈条件下得到类锯齿波以进行判向。近年来, 研究人员已在许多应用中使用了双腔 OFI 结构: Jiang 等<sup>[5]</sup>和 Geng 等<sup>[6]</sup>提出了一种基于双腔 OFI 的多普勒速度测量方法; Zhang 等<sup>[7]</sup>和 Chen 等<sup>[8]</sup>使用双腔 OFI 实现了二维振动测量和多个目标的运动检测; Mezzapesa 等<sup>[9]</sup>提出了一种使用双腔 OFI 来实现纳米级位移传感的

方法。

Lang 等<sup>[10]</sup>首次提出一种描述单模半导体激光器的速率方程: Lang-Kobayashi (L-K) 方程, 它可以完整地描述具有外部光反馈 (EOF) 的单模激光的动态行为, 成为研究光反馈自混合干涉效应动态问题的最经典方法之一。L-K 方程本质是一个常微分方程组, 具有变系数、非线性的特征, 因此无法获得解析解 (符号解), 需要对其进行数值求解。目前, 已有的研究对双腔 OFI 系统中的 L-K 方程主要通过欧拉法<sup>[11]</sup>、梯形公式法<sup>[12]</sup>、改进欧拉法<sup>[13]</sup>、四阶龙格-库塔法<sup>[14]</sup>进行求解。但这些方法存在着求解精度不够高、计算速度不够快的问题, 导致生成的光电信号不能够十分准确地描述激光的动态行为, 降低了系统的测量精度。因此, 为了进一步提高光电信号双腔 OFI 系统的动态行为求解精度, 本文提出一种求解 L-K 方程的六阶龙格-库塔算法, 通过选取更多的区间点计算积分曲线的斜率平均值, 使其更接近于真实值以提高精度, 并将其应用

收稿日期: 2021-01-19; 修订日期: 2021-03-25

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (61772475)

通信作者: 柳宏川 (1965—), 男, 河南三门峡人, 郑州大学副教授, 主要从事软件工程和计算机应用研究, E-mail: iehcliu@zzu.edu.cn。

于双腔 OFI 系统的移动物体运动检测仿真软件中进行仿真实验。

## 1 双腔 OFI 系统的 L-K 方程

如图 1 所示,双腔 OFI 系统由激光二极管(LD)、光电二极管(PD)、聚焦透镜(Lens)、目标 1(Target-1)、目标 2(Target-2)组成。其中 Target-1 为被测量目标,其表面的反射率非常低,LD 与 Target-1 之间的腔称为被测量腔。Target-2 表面具有较高的反射率可以用于提供预反馈,LD 与 Target-2 之间的腔称为控制腔。

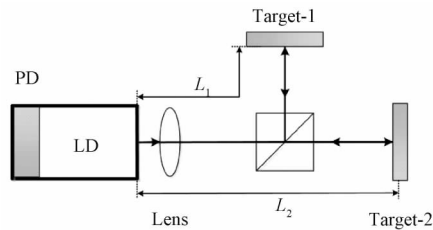


图 1 双腔 OFI 系统

Figure 1 Dual-cavity OFI system

L-K 方程包括 3 个联立的延迟微分方程(DDE),通过修改 L-K 微分方程,可以扩展得到双腔 L-K 方程:

$$\begin{aligned} \frac{dE(t)}{dt} = & \frac{1}{2} \left( G(N(t), E(t)) - \frac{1}{\tau_p} \right) E(t) + \frac{k_1}{\tau_{in}} \cdot \\ & E(t - \tau_1) \cdot \cos(\omega_0 \tau_1 + \phi(t) - \phi(t - \tau_1)) + \frac{k_2}{\tau_{in}} \cdot \\ & E(t - \tau_2) \cdot \cos(\omega_0 \tau_2 + \phi(t) - \phi(t - \tau_2)); (1) \\ \frac{d\phi(t)}{dt} = & \frac{1}{2} \alpha \left( G(N(t), E(t)) - \frac{1}{\tau_p} \right) - \frac{k_1}{\tau_{in}} \cdot \\ & \frac{E(t - \tau_1)}{E(t)} \cdot \sin(\omega_0 \tau_1 + \phi(t) - \phi(t - \tau_1)) - \frac{k_2}{\tau_{in}} \cdot \\ & \frac{E(t - \tau_2)}{E(t)} \cdot \sin(\omega_0 \tau_2 + \phi(t) - \phi(t - \tau_2)); (2) \end{aligned}$$

$$\frac{dN(t)}{dt} = J - \frac{N(t)}{\tau_s} - G(N(t), E(t)) E^2(t). (3)$$

双腔 L-K 方程中参数的物理意义和数值见表 1。

## 2 双腔 OFI 系统 L-K 方程的龙格-库塔算法

### 2.1 龙格-库塔算法

在自然科学和社会科学的许多领域,经常会遇到一阶微分方程的初值问题:

$$\begin{cases} y'(x) = f(x, y), & x \geq x_0; \\ y(x_0) = y_0. \end{cases} (4)$$

表 1 L-K 方程中参数的物理意义

Table 1 Physical meaning of the parameters in the L-K equation

符号	物理意义	数值
$G_N$	模态增益系数/ $(\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1})$	$8.1 \times 10^{-13}$
$N_0$	载流子密度/ $\text{m}^{-3}$	$1.1 \times 10^{24}$
$\varepsilon$	增益饱和系数/ $\text{m}^3$	$2.5 \times 10^{-23}$
$\Gamma$	限制系数	0.3
$\tau_{in}$	激光在内腔往返时间/s	$8.0 \times 10^{-12}$
$\alpha$	线宽增强因子	6.0
$\tau_s$	载体寿命/s	$2.0 \times 10^{-9}$
$\tau_p$	光子寿命/s	$2.0 \times 10^{-12}$
$J$	注入电流密度/ $(\text{A} \cdot \text{m}^{-2})$	
$\omega_0$	激光的角频率/ $(\text{rad} \cdot \text{s}^{-1})$	
$k_1$	目标 1 的反馈强度	
$k_2$	目标 2 的反馈强度	
$\tau_1$	目标 1 的往返时间/s	

在一系列离散的点  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  上求出未知函数  $y(x)$  之值  $y(x_1), y(x_2), y(x_3), \dots, y(x_n)$  的近似值  $y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$ , 即为所求的微分方程初值问题的数值解<sup>[15]</sup>。龙格-库塔算法是目前最为常见的一种微分方程初值问题的数值解法,相比于欧拉法、梯形公式法、改进欧拉法具有较高的精度和稳定性,而且容易编程,所以被广泛应用于各个领域。

龙格-库塔算法的基本思想是在  $(x_n, x_{n+1})$  之间取一些积分曲线的若干点的切线斜率,再进行一次(或多次)算数(或加权)平均后产生新的斜率,随后按这个斜率从  $(x_n, y_n)$  以直线代曲线向前推进一步。根据差商代替导数的思想,由微分中值定理可知:

$$\frac{y(x_{n+1}) - y(x_n)}{h} = y'(x_n + \theta h), 0 < \theta < 1. (5)$$

注意到一阶微分方程  $y'(x) = f(x, y)$  可得

$$y(x_{n+1}) = y(x_n) + hf(x_n + \theta h, y(x_n + \theta h)). (6)$$

记  $\bar{k} = f(x_n + \theta h, y(x_n + \theta h))$ , 被称为区间  $[x_n, x_{n+1}]$  上的平均斜率。龙格-库塔算法就是在区间  $[x_n, x_{n+1}]$  内多取几个点,将它们的斜率平均值作为  $\bar{k}$ , 就可以得到精度更高的计算公式。并且,随着所取点数量的增加,得到的  $\bar{k}$  会更加接近于斜率的真实值,求得的结果的精度自然更高。其中,所取点的个数为龙格-库塔算法的阶数。

## 2.2 四阶龙格-库塔算法

当在区间内取4个点计算平均斜率时,即为四阶龙格-库塔算法。四阶龙格-库塔公式并不唯一,其中最经典的为<sup>[16]</sup>

$$\begin{cases} k_1 = f(x_n, y_n); \\ k_2 = f\left(x_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}hk_1\right); \\ k_3 = f\left(x_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}hk_2\right); \\ k_4 = f(x_n + h, y_n + hk_3); \\ y_{n+1} = y_n + \frac{1}{6}h(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4). \end{cases} \quad (7)$$

## 2.3 六阶龙格-库塔算法

六阶龙格-库塔算法需要计算7个k值,根据上述推导过程,可以求得一种六阶龙格-库塔公式<sup>[17]</sup>:

$$\begin{cases} k_1 = f(x_n, y_n); \\ k_2 = f\left(x_n + \frac{1}{3}h, y_n + \frac{1}{3}hk_1\right); \\ k_3 = f\left(x_n + \frac{2}{3}h, y_n + \frac{2}{3}hk_2\right); \\ k_4 = f\left(x_n + \frac{1}{3}h, y_n + \frac{1}{12}hk_1 + \frac{1}{3}hk_2 - \frac{1}{12}hk_3\right); \\ k_5 = f\left(x_n + \frac{5}{6}h, y_n + \frac{25}{48}hk_1 - \frac{55}{44}hk_2 + \frac{35}{48}hk_3 + \frac{15}{8}hk_4\right); \\ k_6 = f\left(x_n + \frac{1}{6}h, y_n + \frac{3}{20}hk_1 - \frac{11}{24}hk_2 - \frac{1}{8}hk_3 + \frac{1}{2}hk_4 + \frac{1}{10}hk_5\right); \\ k_7 = f\left(x_n + h, y_n - \frac{261}{260}hk_1 + \frac{33}{13}hk_2 + \frac{43}{156}hk_3 - \frac{118}{39}hk_4 + \frac{32}{195}hk_5 + \frac{80}{39}hk_6\right); \\ y_{n+1} = y_n + \frac{1}{200}h(13k_1 + 55k_2 + 55k_4 + 32k_5 + 32k_6 + 13k_7). \end{cases} \quad (8)$$

## 2.4 L-K 方程的龙格-库塔算法

根据六阶龙格-库塔公式,由式(1)可以得到L-K方程的龙格-库塔公式:

$$\begin{cases} k_1 = f(t_n, E_n); \\ k_2 = f\left(t_n + \frac{1}{3}h, E_n + \frac{1}{3}hk_1\right); \\ k_3 = f\left(t_n + \frac{2}{3}h, E_n + \frac{2}{3}hk_2\right); \\ k_4 = f\left(t_n + \frac{1}{3}h, E_n + \frac{1}{12}hk_1 + \frac{1}{3}hk_2 - \frac{1}{12}hk_3\right); \\ k_5 = f\left(t_n + \frac{5}{6}h, E_n + \frac{25}{48}hk_1 - \frac{55}{44}hk_2 + \frac{35}{48}hk_3 + \frac{15}{8}hk_4\right); \\ k_6 = f\left(t_n + \frac{1}{6}h, E_n + \frac{3}{20}hk_1 - \frac{11}{24}hk_2 - \frac{1}{8}hk_3 + \frac{1}{2}hk_4 + \frac{1}{10}hk_5\right); \\ k_7 = f\left(t_n + h, E_n - \frac{261}{260}hk_1 + \frac{33}{13}hk_2 + \frac{43}{156}hk_3 - \frac{118}{39}hk_4 + \frac{32}{195}hk_5 + \frac{80}{39}hk_6\right); \\ E_{n+1} = E_n + \frac{1}{200}h(13k_1 + 55k_2 + 55k_4 + 32k_5 + 32k_6 + 13k_7). \end{cases} \quad (9)$$

根据式(9),可以得到L-K方程六阶龙格-库塔算法的伪代码如下所示。

**算法** L-K方程的六阶龙格-库塔算法。

**输入:**  $E, \phi, N$  关于  $t$  的微分方程和初始值;

**输出:**  $E, \phi, N$  值。

① 设置  $E, \phi, N$  的初始值  $E_0, \phi_0, N_0$ ;

② 设置步长  $h$ ;

③ for ( $k=1:SamplingNumber$ ) do

④ 计算微分方程中目标的相位变化值;

⑤ 根据六阶龙格-库塔公式计算  $k_1, k_2, k_3,$

$k_4, k_5, k_6, k_7$ ;

⑥ then

⑦ 依次计算  $E, \phi, N$ ;

⑧ 更新  $E_0, \phi_0, N_0$ ;

⑨ end for

用  $n$  表示采样数的值,那么六阶龙格-库塔算法的时间复杂度为  $O(n)$ 。

## 3 仿真软件设计和实现

双腔 OFI 系统仿真软件通过 MATLAB 进行开发,用于测量移动物体在运动中的动态行为,观察仿真结果是否符合预期并预判测量精度,

最终指导硬件平台上的实际物理测试实验过程。

双腔 OFI 系统仿真软件进行模块化后可以分为 7 个主要模块,其模块分解图见图 2。

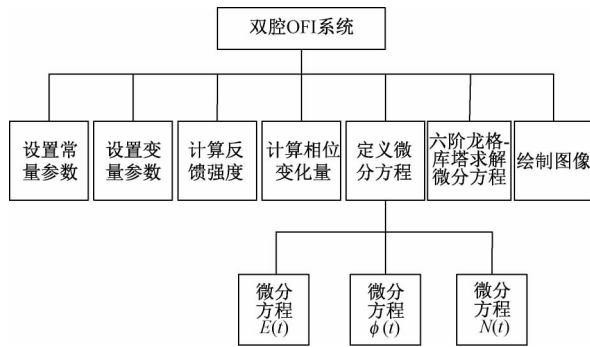


图 2 模块分解图

Figure 2 Module diagram

双腔 OFI 系统仿真软件中的接口包括常量、变量、计算反馈强度、计算相位变化量、定义微分方程、龙格-库塔算法、绘制图像 7 个接口,接口定义示例见表 2。

表 2 常量接口

Table 2 Constant interface

接口信息	详细描述
名称	常量接口
方法	ConstantParameters
功能	为所有的常量参数设置值
主要使用者	LK_SMI_Simulation
返回值	常量参数的值,例如: $LightSpeed = 3E+8$

双腔 OFI 系统仿真软件的总体仿真流程为:通过六阶龙格-库塔算法求解 L-K 方程,然后根据所得的  $E$  (腔内电场强度) 值绘制 OFI 信号关于时间  $t$  的图像。

## 4 仿真实验与结果分析

本实验的主要工作是根据电场强度  $E$  的值

体现 L-K 方程的求解精度,不同反馈强度下的实验为对照组。因此,实验的目标是观察反馈强度对干涉效应的影响及不同反馈强度下的测量精度。 $k_1$ 、 $k_2$  的值由实验输入参数反馈系数  $c_1$ 、 $c_2$  求解得出。

### 4.1 单腔实验结果

在单腔实验中,设置  $c_1 = 0$ , 分别设置  $c_2 = 0.3$ 、 $c_2 = 2$ 、 $c_2 = 3$  进行 3 组实验。作为对照,实验分别采用欧拉法、四阶龙格-库塔算法(RK4)、六阶龙格-库塔算法(RK6)进行求解。实验对比结果见图 3、图 4,图中横坐标  $t$  代表时间,纵坐标 OFI signal 代表系统生成的光反馈信号强度。

表 3 和表 4 展示了单腔实验中不同算法求解的部分  $E$  值和精度改进率。通过计算可得,RK6 相比于欧拉法的平均精度改进率约为 22.95%,RK6 相比于 RK4 的平均精度改进率约为 6.01%。

对比实验结果分析表明,在欧拉法与 RK6 的对比实验中,当  $c_2$  较小时,其信号幅度也比较小,欧拉法和 RK6 的插补效果几乎相同;当  $c_2$  分别增大到 2 和 3 时,欧拉法会出现较明显的偏差,RK6 的效果明显优于欧拉法。在 RK4 与 RK6 的对比实验中,当  $c_2$  较小时,RK4 和 RK6 的插补效果几乎相同;当  $c_2$  增大到 3 时,RK4 会出现较明显的偏差,RK6 的效果明显优于 RK4。

### 4.2 双腔实验结果

在双腔实验中,设置 3 组  $c_1$ 、 $c_2$  的值分别为: $c_1 = 0.1, c_2 = 0.3$ ;  $c_1 = 1.5, c_2 = 0.3$ ;  $c_1 = 4, c_2 = 0.3$ 。实验对比结果见图 5、图 6。

表 5 和表 6 展示了在双腔实验中不同算法求解的部分  $E$  值和算法精度改进率。通过计算可得,RK6 相比于欧拉法的平均精度改进率约为 22.94%,RK6 相比于 RK4 的平均精度改进率约为 6.01%。

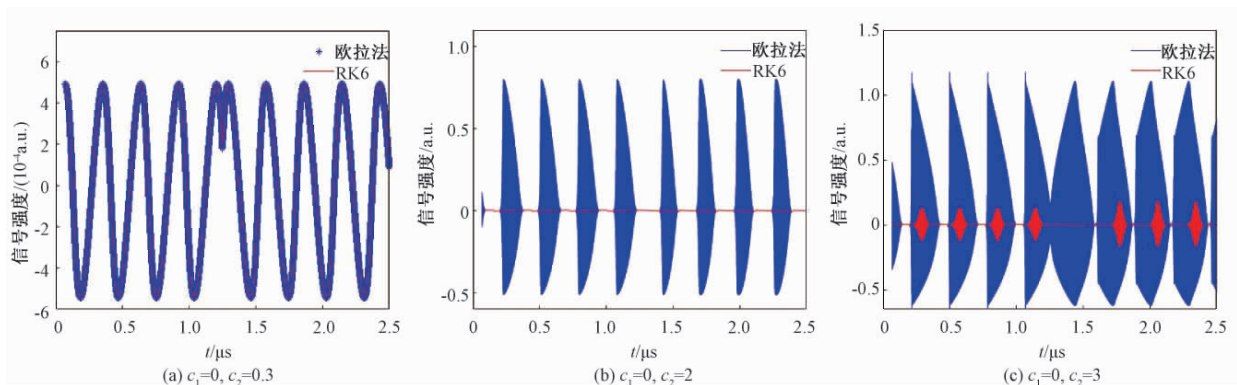


图 3 单腔实验中欧拉法与 RK6 的对比图

Figure 3 Comparison of Euler method and RK6 in single cavity experiment

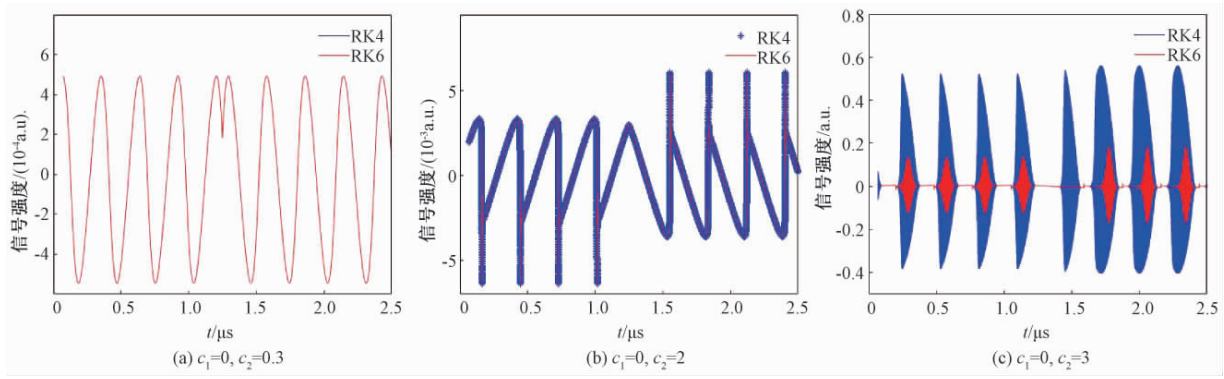


图 4 单腔实验中 RK4 与 RK6 的对比图

Figure 4 Comparison of RK4 and RK6 in single cavity experiment

表 3 单腔实验中欧拉法与 RK6 的部分  $E$  值

Table 3 Some  $E$  values of Euler method and RK6 in single cavity experiment

实验编号	$E/(10^{10} \cdot \text{V} \cdot \text{m}^{-1})$		改进率/%
	欧拉法	RK6	
1	1.94	2.18	12.637
2	2.88	3.60	24.944
3	4.27	5.67	32.962
4	6.22	8.09	30.022
5	8.75	9.99	14.195

表 4 单腔实验中 RK4 与 RK6 的部分  $E$  值

Table 4 Some  $E$  values of RK4 and RK6 in single cavity experiment

实验编号	$E/(10^{10} \cdot \text{V} \cdot \text{m}^{-1})$		改进率/%
	RK4	RK6	
1	9.07	9.00	0.768
2	11.40	10.30	9.193
3	10.90	9.79	10.360
4	9.07	8.04	7.443
5	7.05	6.85	2.761

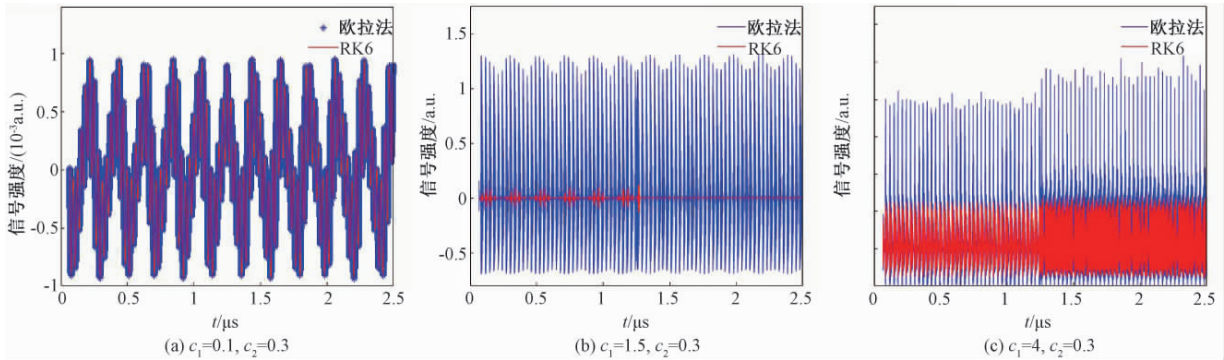


图 5 双腔实验中欧拉法与 RK6 的对比图

Figure 5 Comparison of Euler method and RK6 in dual-cavity experiment

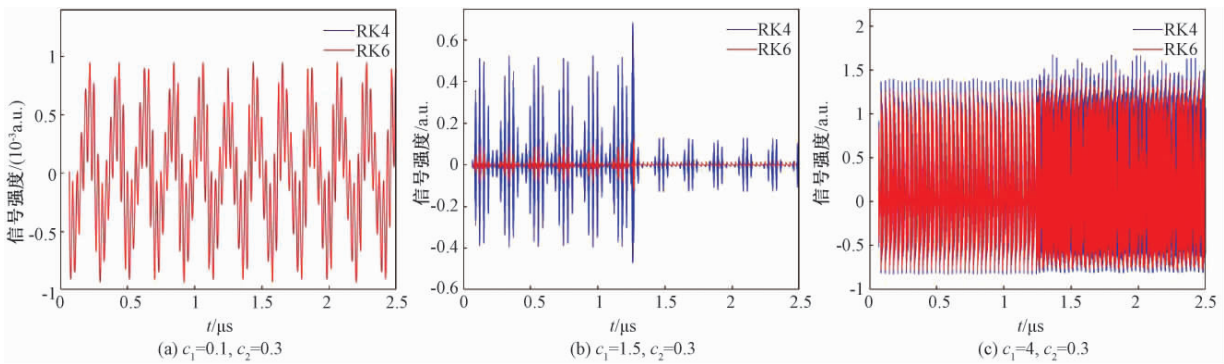


图 6 双腔实验中 RK4 与 RK6 的对比图

Figure 6 Comparison of RK4 and RK6 in dual-cavity experiment

表 5 双腔实验中欧拉法与 RK6 的部分  $E$  值  
Table 5 Some  $E$  values of Euler method and RK6 in dual-cavity experiment

实验编号	$E/(10^{10} \cdot \text{V} \cdot \text{m}^{-1})$		改进率/%
	欧拉法	RK6	
1	1.94	2.18	12.647
2	2.89	3.61	24.962
3	4.27	5.68	32.972
4	6.23	8.10	29.995
5	8.76	10.00	14.119

表 6 双腔实验中 RK4 与 RK6 的部分  $E$  值  
Table 6 Some  $E$  values of RK4 and RK6 in dual-cavity experiment

实验编号	$E/(10^{10} \cdot \text{V} \cdot \text{m}^{-1})$		改进率/%
	RK4	RK6	
1	9.07	9.00	0.740
2	11.40	10.30	9.179
3	10.90	9.79	10.339
4	9.07	8.40	7.419
5	7.05	6.85	2.759

对比实验结果分析表明:在双腔实验中,其总体趋势与单腔实验相似,即 RK6 的效果明显优于欧拉法和 RK4;但是当  $c_2 = 0.3$ ,同时  $c_1$  逐渐增大时,信号波形浮动范围进一步增大,会导致欧拉法、RK4 和 RK6 的插补效果都变得恶劣。

## 5 结论

本文通过分析微分方程数值解法的原理,选取更多区间点计算积分曲线的斜率平均值,提出一种求解双腔 OFI 系统中 L-K 方程的六阶龙格-库塔算法,并在移动物体运动检测仿真软件中进行了对比实验。结果表明:六阶龙格-库塔算法与欧拉法相比,求解精度平均提高了约 22%,与四阶龙格-库塔算法相比,求解精度平均提高了约 6%。因此,通过六阶龙格-库塔算法求解 L-K 方程可以提高其求解精度,从而提高光电信号双腔 OFI 系统对于移动物体的高灵敏度感测精度。

## 参考文献:

- [1] HAPPACH M, DE FELIPE D, FRIEDHOFF V N, et al. Influence of integrated optical feedback on tunable lasers [J]. IEEE journal of quantum electronics, 2019, 56(1): 1-7.
- [2] FISCHER, HESS, ELSA, et al. High-dimensional

chaotic dynamics of an external cavity semiconductor laser [J]. Physical review letters, 1994, 73(16): 2188-2191.

- [3] YU Y G, GIULIANI G, DONATI S. Measurement of the linewidth enhancement factor of semiconductor lasers based on the optical feedback self-mixing effect [J]. IEEE photonics technology letters, 2004, 16(4): 990-992.
- [4] FAN Y L, YU Y G, XI J T, et al. Improving the measurement performance for a self-mixing interferometry-based displacement sensing system [J]. Applied optics, 2011, 50(26): 5064-5072.
- [5] JIANG C L, GENG Y H, LIU Y W, et al. Rotation velocity measurement based on self-mixing interference with a dual-external-cavity single-laser diode [J]. Applied optics, 2019, 58(3): 604-608.
- [6] GENG Y H, JIANG C L, KAN L L. Enhanced laser self-mixing Doppler velocity measurement with pre-feedback mirror [J]. Applied optics, 2019, 58(27): 7571-7576.
- [7] ZHANG S H, HU Y, CAO J, et al. Effect of dual-channel optical feedback on self-mixing interferometry system [J]. Journal of optics, 2019, 21(2): 025502.
- [8] CHEN J B, ZHU H B, XIA W, et al. Self-mixing birefringent dual-frequency laser Doppler velocimeter [J]. Optics express, 2017, 25(2): 560-572.
- [9] MEZZAPESA F P, COLUMBO L L, De RISI G, et al. Nanoscale displacement sensing based on nonlinear frequency mixing in quantum cascade lasers [J]. IEEE journal of selected topics in quantum electronics, 2015, 21(6): 107-114.
- [10] LANG R, KOBAYASHI K. External optical feedback effects on semiconductor injection laser properties [J]. IEEE journal of quantum electronics, 1980, 16(3): 347-355.
- [11] 谢颖. 几类具时变延迟的非线性随机微分方程的数值算法及理论 [D]. 武汉: 华中科技大学, 2017.
- [12] 万玮, 刘朝霞. 一种改进的欧拉弹性修补模型 [J]. 计算机工程与应用, 2017, 53(13): 196-200, 239.
- [13] 袁玲. 随机(延迟)微分方程数值方法的研究 [D]. 合肥: 合肥工业大学, 2013.
- [14] MONOVALIS T, KALOGIRATOU Z, SIMOS T E. Construction of exponentially fitted symplectic Runge-Kutta-Nyström methods from partitioned Runge-Kutta methods [J]. Mediterranean journal of mathematics, 2016, 13(4): 2271-2285.
- [15] 郝杨阳. 模糊微分方程的稳定性及数值解 [D]. 保定: 河北大学, 2018.
- [16] 冯建强, 孙诗一. 四阶龙格-库塔法的原理及其应用 [J]. 数学学习与研究, 2017(17): 3-5.

- [17] KERIMOV M K. Modern numerical methods for mathematics and mathematical physics, 1980, 20 ordinary differential equations [J].USSR computational ( 3 ) : 281.

## Sixth Order Runge-Kutta Algorithm for Lang-Kobayashi Equation of Dual-cavity Optical Feedback Interference Laser System

YU Fangxing<sup>1</sup>, JI Bo<sup>1</sup>, CHENG Quanrun<sup>2</sup>, LU Hongxing<sup>1</sup>, LIU Hongchuan<sup>1</sup>

( 1.School of Information Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China; 2.School of Electrical Computer and Telecommunications Engineering, University of Wollongong, Wollongong 2522, Australia)

**Abstract:** The dual-cavity optical feedback interference system is often used for high-sensitivity sensing of moving objects. Its dynamic behavior can be solved by the Lang-Kobayashi ( L-K ) equation, and the accuracy of the solution will have a decisive influence on the measurement accuracy. In order to improve the measurement accuracy of the dual-cavity OFI system for moving objects, a sixth-order Runge-Kutta algorithm to solve the L-K equation is proposed. By analyzing the principle of the numerical solution method of differential equations, more interval points are selected to calculate the average slope of the integral curve on the basis of the fourth-order Runge-Kutta algorithm, so as to make it closer to the real value and further improve the solution accuracy. At the same time, the simulation software of moving object motion detection is designed and implemented based on the optoelectronic signal dual-cavity OFI system for simulation experiments, and the simulation results of the sixth-order Runge-Kutta algorithm is compared with the Euler method and the fourth-order Runge-Kutta algorithm. Experimental results show that compared with Euler's method, the solution accuracy is improved by about 22% on average; Compared with the fourth-order Runge-Kutta algorithm, the solution accuracy is improved by about 6% on average. The sixth-order Runge-Kutta algorithm can improve the solving accuracy of L-K equation, thus generating more accurate simulation results and improving the sensing sensitivity of the dual-cavity OFI system.

**Key words:** dual-cavity OFI system; Lang-Kobayashi equation; sixth-order Runge-Kutta algorithm; simulation software