

文章编号:1671-6833(2020)03-0057-05

轴与齿轮过盈配合参数对齿形的影响研究

周洋,徐改姣,李大磊

(郑州大学机械与动力工程学院,河南 郑州 450001)

摘要:为研究轴-齿轮过盈装配对齿形的影响,以拉美公式和渐开线方程为基础,结合有限元方法建立轴-齿轮过盈装配后齿形变形量的计算模型。同时,基于 MATLAB 编写相应的计算程序,并研究了摩擦系数、过盈量等参数对齿轮齿形径向位移的影响。研究结果表明:齿轮的径向变形量随摩擦系数和过盈量的增加而增大,随着齿轮齿数的增加而减小。

关键词:过盈装配;拉美公式;摩擦系数;过盈量;径向位移

中图分类号:TH123.4 文献标志码:A doi:10.13705/j.issn.1671-6833.2019.02.018

0 引言

齿轮由于其结构简单、传动平稳等优点而被广泛应用于工程机械中<sup>[1]</sup>。齿轮的传动是通过与轴的配合实现的。其中,轴-齿轮过盈配合因其结构简单、承载能力大、对中性好、抗冲击性强等优点而被普遍用于传动精度高、低振动的设备中<sup>[2-3]</sup>。国内外学者针对过盈配合进行了大量的研究,目前针对轴-齿轮过盈配合的研究主要集中在结合面的应力分布状态的计算方法<sup>[4-9]</sup>、过盈量的确定<sup>[10-12]</sup>和过盈配合对轴、齿轮疲劳寿命及磨损的影响<sup>[13-15]</sup>等方面,所采用的方法大多为有限元法,研究的重点为轴-齿轮过盈配合接触面处的变形和应力。

然而,过盈装配的实质是在装配结合面发生弹性变形,这种变形不仅可以影响到装配结合面,还会影响到齿轮的齿形。过盈配合后齿形的变化会对齿轮副侧隙、啮合线、接触应力等产生影响,而以上参数的变化又会导致齿轮的传递特性和疲劳寿命发生改变。随着齿轮传动系统高速化的发展,齿形变化带来的影响越来越明显。因此,有必要建立轴-齿轮过盈装配后齿形变化的精确计算模型。

综上所述,笔者拟基于渐开线方程和弹性力学中的拉美公式,研究轴-齿轮过盈装配的齿形变化规律,并通过 MATLAB 编写了过盈配合

装配应力应变计算系统,准确获得齿形上任意位置的变形,为齿轮过盈装配后齿形计算提供精确模型。

1 理论基础

1.1 齿轮与轴过盈装配的应力、位移理论计算  
轴-齿轮过盈配合面可简化为图 1,其中轴径为  $2R_a$ ,齿轮齿顶圆直径为  $2R_t$ ,过盈配合产生的内应力为  $p$ 。

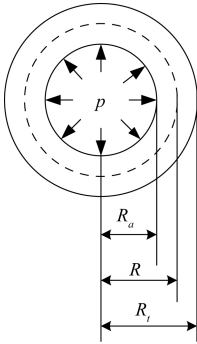


图 1 轴-齿轮过盈简化模型

Figure 1 The theoretical model of peg-in-hole  
齿轮应力分量与位移为<sup>[11]</sup>:

$$\begin{cases} \sigma_r = \frac{R^2 R_a^2 - R_t^2 R_a^2}{R_t^2 R^2 - R^2 R_a^2} p; \\ \sigma_\theta = -\frac{R_t^2 R_a^2 + R^2 R_a^2}{R_t^2 R^2 - R^2 R_a^2} p, \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $\sigma_r$  为径向应力;  $\sigma_\theta$  为周向应力。

$$u = \frac{R_a^2 p}{E(R_t^2 - R_a^2)} \left[ \frac{(1 + \mu) R_t^2}{R} + (1 - \mu) R \right], \quad (2)$$

同理可得轴任意位置处的径向位移<sup>[11]</sup>:

$$u = \frac{(1 + \mu)(1 - 2\mu) R}{E} p, \quad (3)$$

式中:  $\mu$  为材料的泊松比;  $E$  为弹性模量;  $R$  为接触半径到齿顶圆直径之间的任意半径。

### 1.2 轴-齿轮过盈量的确定

由于过盈量的存在,轴在过盈装配后受到压力从而在表面产生压应力,而此时齿轮与轴的配合孔会产生拉应力,这会使轴与齿轮内孔径产生径向位移,总的位移为<sup>[11]</sup>:

$$\Delta = u_1 + u_2, \quad (4)$$

式中:  $u_1$ 、 $u_2$  分别为齿轮与轴的径向变化量。

由式(2)、(3)可知在接合面处,齿轮、轴的径向位移分别为:

$$u_1 = \frac{R_a^2 p}{E(R_t^2 - R_a^2)} \left[ \frac{(1 + \mu) R_t^2}{R_a} + (1 - \mu) R_a \right], \quad (5)$$

$$u_2 = \frac{(1 + \mu)(1 - 2\mu) R_a}{E} p. \quad (6)$$

轴-齿轮过盈装配必须保证装配接合面始终在弹性变形范围内。因此,装配接合面处的接触应力必须小于材料的许用应力,过盈配合接触面的二维应力状态为<sup>[11]</sup>:

$$\begin{cases} \sigma_1 = \frac{\sigma_\theta + \sigma_r}{2} \pm \sqrt{\left( \frac{\sigma_\theta - \sigma_r}{2} \right)^2 + \tau_{r\theta}^2}, \\ \sigma_3 \end{cases} \quad (7)$$

式中:  $\tau_{r\theta} = \beta p$ ,  $\beta$  为摩擦系数。

将  $\sigma_r$ 、 $\sigma_\theta$  代入式(8),可得

$$\sigma_{3r} = \sigma_1 - \sigma_3 < \frac{[\sigma]}{n}, \quad (8)$$

式中:  $[\sigma]$  为材料的许用应力。由式(1)、(2)、(7)、(8)可得最大的接触应力为:

$$p_{\max} < \frac{[\sigma]}{2n \sqrt{\frac{R_a^4}{(R_t^2 - R_a^2)^2} + \beta^2}}, \quad (9)$$

将式(5)、(6)和(9)代入式(4),可得最大过盈量  $\Delta$  为:

$$\Delta = \frac{R_a^2 p_{\max}}{E(R_b^2 - R_a^2)} \left[ \frac{(1 + \mu) R_b^2}{R_a} + (1 - \mu) R_a \right] + \frac{(1 + \mu)(1 - 2\mu) R_a}{E} p_{\max}. \quad (10)$$

### 1.3 齿形变形量计算

轴-齿轮过盈装配会导致齿形发生改变。若要求解齿形的变化量,首先要建立过盈装配前齿

形的计算模型。由于渐开线齿形具有易加工、承载能力大等优点,因此本节选用渐开线齿形为研究对象。

图2为渐开线示意图,齿轮渐开线方程为:

$$\begin{cases} x = R_b(\sin \theta - \theta \cos \theta); \\ y = R_b(\cos \theta + \theta \sin \theta), \end{cases} \quad (11)$$

式中:  $R_b$  为基圆半径;  $\theta$  为渐开线发生线在基圆上的滚动角。

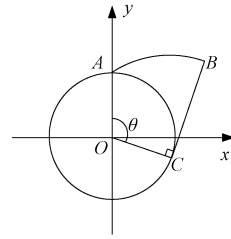


图2 单齿渐开线示意图

Figure 2 The diagram of involute schematic

过盈装配后,  $x$ 、 $y$  坐标变化量为:

$$\begin{cases} \Delta x = u \cos \alpha; \\ \Delta y = u \sin \alpha, \end{cases} \quad (12)$$

式中:  $u$  为齿轮径向位移量。

$$\alpha = \arctan \left| \frac{y}{x} \right| = \arctan \left| \frac{\Delta y}{\Delta x} \right|, \quad (13)$$

则新的齿形坐标可表示为:

$$\begin{cases} x' = R_b(\sin \theta - \theta \cos \theta) + u \cos \alpha; \\ y' = R_b(\cos \theta + \theta \sin \theta) + u \sin \alpha. \end{cases} \quad (14)$$

## 2 有限元仿真分析

### 2.1 有限元模型的建立

为验证理论解的准确性,以渐开线斜齿轮为研究对象,开展轴-齿轮过盈配合的有限元分析。

图3为斜齿轮与轴最大过盈量装配时所建立的有限元模型,齿轮模数  $m = 2$ , 齿数  $z = 30$ , 压力角  $\alpha = 20^\circ$ , 模型材料为45钢, 具体参数  $E = 2.1 \times 10^5$  MPa,  $\mu = 0.3$ ,  $[\sigma] = 300$  MPa。

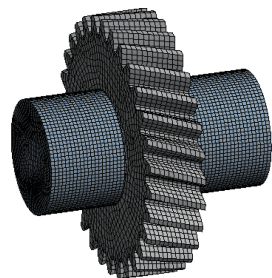


图3 齿轮与轴过盈配合有限元模型

Figure 3 The element model of interference fit

图4为过盈配合区域齿轮配合表面应力分布图,应力从接触区域向四周扩散,接触应力值在66.24~88.639 MPa,中间位置应力79.80 MPa,与理论公式推导出的 $p_{\max}=77.094\text{ MPa}$ 基本一致。

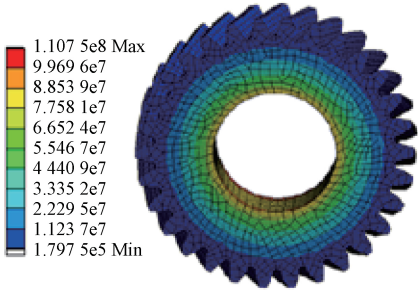


图4 齿轮与轴过盈配合接触应力分布  
Figure 4 The distribution of contact stress

2.2 理论计算与仿真结果对比分析

将有限元仿真与理论推导结果进行对比,验证理论公式。选取轴径 $R_a=15\text{ mm}$ ,模数 $m=2\text{ mm}$ ,压力角 $\alpha=20^\circ$ ,齿数分别为 $z_1=25$ , $z_2=30$ , $z_3=35$ , $z_4=45$ , $z_5=50$ 斜齿轮,结果对比如图5、图6所示。

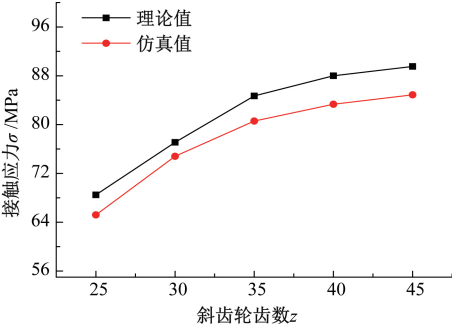


图5 不同齿数接触应力对比图  
Figure 5 The contact stress of different number of teeth

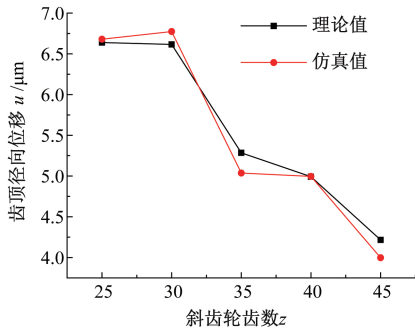


图6 不同齿数齿顶圆的径向位移  
Figure 6 The radial displacement under different number of teeth

轴-齿轮过盈装配连接质量取决于装配接合面压力 $p$ 、摩擦系数 $\beta$ 、过盈量 $\Delta$ 等参数。为达到最优装配质量,有必要研究以上参数对接触应力

和齿轮变形的影响。

2.3 摩擦系数对接触应力及径向位移的影响

摩擦系数与轴和齿轮表面质量和润滑状态相关,本文摩擦系数 $\beta$ 选取范围是0.1~0.2,根据式(9)、(2)、(4)可分别计算出不同 $\beta$ 时接触应力、接触面处径向位移及过盈量,其变化趋势如图7~8所示。

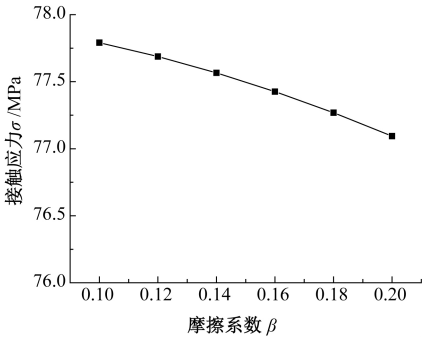


图7 摩擦系数对接触应力的影响  
Figure 7 The influence of friction coefficient on contact stress

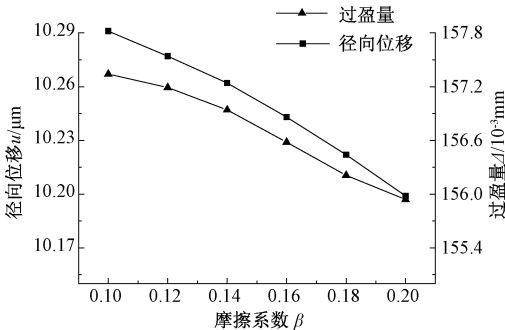


图8 摩擦系数对径向位移与过盈量的影响  
Figure 8 The influence of friction coefficient on radial displacement and interference

由图7、图8可得:随着摩擦系数的增加,装配接合面处的接触应力和齿顶处的径向位移逐渐减小。因此,过盈装配时应合理选取 $\beta$ 的取值。

2.4 过盈量对接触应力及径向位移的影响

过盈量对过盈装配有重要的影响:过盈量过小,会造成齿轮传动过程中出现打滑现象,无法传递力和扭矩;过盈量过大,会造成装配困难,并导致齿轮和轴发生塑性变形。因此,本节讨论过盈量对接触应力和齿形变形的影响。

本节中,斜齿轮齿数 $z=30$ ,过盈量 $\Delta$ 范围为9~13  $\mu\text{m}$ 。根据式(2)、(9)可分别计算出不同过盈量对接触应力和齿顶径向位移,其变化趋势如图9所示。由图9可得:在弹性范围内,随着过盈量的增加,装配接合面处的接触应力、径向位移呈线性增大趋势。

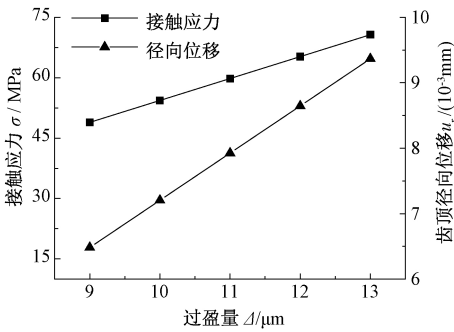


图 9 过盈量对接触应力、径向位移的影响  
Figure 9 The influence of interference on contact stress and radial displacement

3 装配前后齿形变化

由上述章节可知,过盈配合会导致齿形发生改变,而齿形的变化又会导致齿轮副侧隙发生改变。齿轮侧隙过大会导致齿轮在传动过程中产生冲击,过小则会加剧磨损,严重情况下会造成齿轮咬合卡死,造成齿轮箱损坏。因此,有必要对过盈装配后齿形的变化进行研究。

本节中,轴径为  $R_a = 25\text{ mm}$ ,模数  $m = 4\text{ mm}$ ,齿数压力角  $\alpha = 20^\circ$ ,齿数  $z = 20$ ,齿轮和轴的材料均选用 45 号钢。由式(10)和 MATLAB 编程可得装配前后齿形变化如图 10 所示。其中,I 处放大图如图 11 所示。

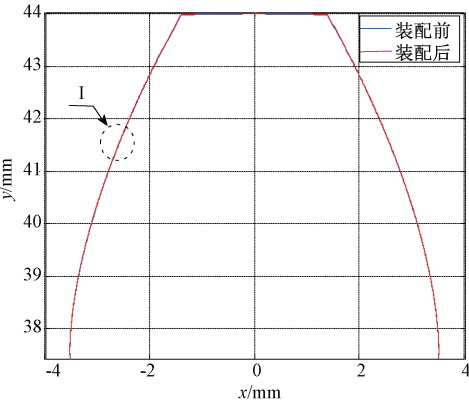


图 10 装配前后齿形变化对比图  
Figure 10 The contrast of tooth shape before and after assembly

4 结论

基于弹塑性力学得到轴与齿轮过盈配合时接触应力、径向位移的解析式,并利用有限元软件验证了解析式的正确性。得到变形后齿轮坐标计算公式,为后续齿轮侧隙的分析提供理论计算模型。具体的结论如下:

(1) 基于渐开线方程建立齿轮装配后齿形变

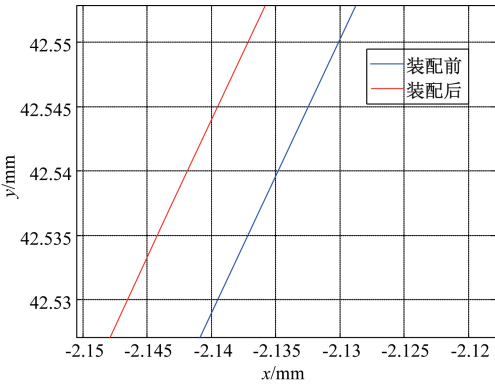


图 11 I 处放大图  
Figure 11 The enlarged figure of I

化量的计算模型,研究过盈装配对齿形的影响,为齿轮侧隙的设计提供理论基础。

(2) 计算了不同齿数下装配接合面接触应力和径向位移。随着齿数的增加,接触应力逐渐变大,而径向位移逐渐变小。

(3) 研究了摩擦系数对装配接合面接触应力和径向位移的影响。随着摩擦系数的增大,接触应力和径向位移逐渐变小。

(4) 讨论了过盈量对装配接合面处接触应力和径向位移的影响规律。最大接触应力和齿形径向位移随着过盈量的增加呈线性增大趋势。

参考文献:

[1] 刘竹丽,赵敏敏,马朋朋,等.基于 ANSYS 的斜齿轮副接触分析与可靠性分析[J]. 郑州大学学报(工学版),2015,36(2):6-9.

[2] 李亚洲,汤易升,陈炜,等.基于 ANSYS Workbench 对圆柱面过盈配合接触应力的研究[J]. 天津理工大学学报,2017,33(3):1-5.

[3] 濮良贵.机械设计[M]. 8 版.北京:高等教育出版社,2005:129-136.

[4] JIN X, ZHANG Z J, YE X, et al. Calculating model of interference amount for miniaturized gear and shaft shrinkFit [J]. Journal of Beijing institute of technology, 2006, 15(2):138-143.

[5] ZHANG Y, MCCLAIN B, FANG X D, et al. Design of interference fits via finite element method[J]. International journal of mechanical sciences, 2000, 42(9): 1835-1850.

[6] SEN S, AKSAKAL B. Stress analysis of interference fitted shaft-hub system under transient heat transfer conditions[J]. Materials & design, 2004, 25(5):407-417.

[7] 邹渊,孙逢春,王文清,等. 过盈配合时齿轮内径与预应力关系研究[J]. 机械传动, 2003,27(6):45-

46,55.

[ 8 ] 王少江,李学明,张安鹏,等. 大型焊接齿轮与轴过盈配合有限元分析[J]. 煤矿机械, 2015,36(5): 140-142.

[ 9 ] 关丽坤,任学平,郭书萍,等.过盈联接的有限元分析[J]. 机械设计, 2005, 22( 增刊 1 ):275-276.

[ 10 ] CHU S J, JEONG T K, JUNG E H,et al. Effect of radial interference on torque capacity of press- and shrink-fit gears[J]. International journal of automotive technology, 2016, 17(5):763-768.

[ 11 ] 何亚峰,杨小斌,干为民,等.齿轮与轴压装过程过盈配合研究[J]. 机械传动,2014,38(12):33-36.

[ 12 ] 张炳义,戴思锐,冯桂宏,等.磁力齿轮内转子护套过盈量计算及其应力分析[J]. 机电工程, 2017, 34(8):817-822.

[ 13 ] 贾国海,龚金科,鄂加强,等.齿轮轴过盈配合对轴肩微动磨损的影响研究[J]. 湖南大学学报(自然科学版),2013,40(5):36-41.

[ 14 ] 赵俊,林腾蛟,钟声,等.行星轮-轴承过盈配合部位疲劳寿命及其影响因素分析[J]. 大连理工大学学报, 2016, 56(4):355-361.

[ 15 ] LANOUE F, VADEAN A, SANSCHAGRIN B, et al. Finite element analysis and contact modelling considerations of interference fits for fretting fatigue strength calculations [ J ]. Simulation modelling practice & theory, 2009, 17(10):1587-1620.

Research on the Influence of Interference Fit Parameters of  
Shaft and Gear on Tooth Profile

ZHOU Yang, XU Gaijiao, LI Dalei

(School of Mechanical and Power Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China)

**Abstract:** In order to study the influence of shaft-gear interference fit on tooth profile, the calculation model of the tooth deformation was proposed by combining the shaft-gear interference which based on Lamé equation and involute equation was established by finite element method in this paper. At the same time, the corresponding calculation program was compiled based on MATLAB, and the influence of the friction coefficient, interference and other parameters on the radial displacement of the gear tooth shape was studied. The results showed that the radial deformation of the gear increased with the increase of the friction coefficient and interference, and decreased with the increase of the number of teeth.

**Key words:** interference fit; Lamé equation; friction coefficient; interference; radial displacement