

文章编号:1671-6833(2019)06-0068-05

线接触弹流状态下摩擦副的刚度阻尼研究

夏伯乾,徐梦霞

(郑州大学 机械工程学院,河南 郑州 450001)

摘要:针对弹流状态下的线接触摩擦副,建立了线接触摩擦副动力学弹流润滑耦合模型,利用复合直接迭代法求解接触体在振动过程中刚体中心膜厚的变化,结合所建立的刚度、阻尼计算模型计算得到摩擦副的刚度和阻尼,进而研究了不同质量、不同激励方式和不同激振频率对摩擦副动力学特性的影响。结果表明:在接触体振动过程中,刚体中心膜厚始终在平衡位置上下波动,且随着质量的增大,接触体的振动幅值和周期也逐渐增大;摩擦副的刚度、阻尼与质量或无量纲自然频率的选取无关;在研究激励方式和激振频率对摩擦副刚度、阻尼的影响时,选取了可以使程序很好收敛的无量纲自然频率值,这在很大程度上提高了计算结果的精度和准确性。

关键词:线接触;弹流润滑;摩擦副;刚度;阻尼

中图分类号: TU528.1

文献标志码: A

doi:10.13705/j.issn.1671-6833.2019.03.006

0 引言

随着机械设备越来越向重载、高速的方向发展,对其力学性能的要求也越来越高。润滑不但可以有效减小摩擦,降低磨损,提高设备工作效率,而且对设备的振动、噪声等力学性能的改善具有重要的作用。所以,近年来,研究机械动力学时考虑润滑的作用开始引起研究者的注意和重视。

早期对摩擦副的动力学特性进行研究时,多忽略润滑油膜。Datta 等^[1]在研究滚动轴承的动特性时,假设摩擦副为 Hertz 接触,求得了等效刚度,但忽略了润滑油的阻尼作用。Harsha 等^[2]在预测转子系统的动特性时,使用 Hertz 理论获得滚动件与座圈间的刚度,也没考虑润滑油的影响。随着研究的深入,Hagiwara^[3]将系统动特性与润滑理论耦合,建立了比较符合实际工况的动力学模型,后来在文献[4-10]中都用到了这种耦合方法,但是,其中 Wijnant^[6]、Venner^[7]和张鑫磊^[8]的研究中选取了常数作为无量纲自然频率。张玉言^[9]和柳剑^[10]则认为这种方法存在问题,他们根据实际工作载荷、速度计算出无量纲自然频率,并对其进行研究。对比这些学者的研究还发现:Wijnant 和柳剑^[6]认为弹流状态下摩擦副的阻尼随载荷

增加呈现出下降的趋势;张鑫磊^[8]的计算结果则正好与之相反;而张玉言则认为在不同的参数范围内刚度阻尼的变化趋势都不同。笔者认为这些结论的不同与无量纲自然频率的选取有关,故笔者针对无量纲自然频率对摩擦副刚度、阻尼的影响规律进行研究。

1 线接触摩擦副动力学-弹流润滑耦合系统方程

1.1 弹流基本方程

(1) Reynolds 方程:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) = 12u \frac{\partial(\rho h)}{\partial x} + 12 \frac{\partial(\rho h)}{\partial t}, \quad (1)$$

式中: u 为卷吸速度; p 为油膜压力; h 为膜厚; η 为油黏度; ρ 为油密度; t 为时间。

(2) 油膜厚度方程:

$$h(x, t) = h_{00}(t) + \frac{x^2}{2R} - \frac{2}{\pi E'} \int_{x_{in}}^{x_{out}} p(x', t) \ln(x - x')^2 dx', \quad (2)$$

式中: h_{00} 为刚体中心位移; E' 为等效弹性模量; R 为等效曲率半径。

(3) 黏压方程:

收稿日期:2018-11-10;修订日期:2018-12-22

基金项目:国家自然基金资助项目(51575498)

作者简介:夏伯乾(1965—),男,河南原阳人,郑州大学副教授,博士,主要从事润滑理论与轴承技术相关研究,

E-mail:xiazhongkun@126.com.

$$\eta = \eta_0 \exp \{ (\ln \eta_0 + 9.67) \times [(1 + 5.1 \times 10^{-9} p)^z - 1] \}, \quad (3)$$

式中: η_0 为润滑油的环境黏度; z 为 Roelands 方程黏压系数.

(4) 密压方程:

$$\rho = \rho_0 \left(1 + \frac{0.6 \times 10^{-9} p}{1 + 1.7 \times 10^{-9} p} \right), \quad (4)$$

式中: ρ_0 为润滑油环境密度.

(5) 载荷平衡方程:

$$\int_{x_i}^{x_0} p(x, t) dx = w, \quad (5)$$

式中: w 为线载荷.

1.2 动力学方程

将弹流油膜简化为弹簧阻尼, 则摩擦副的动力学模型如图 1 所示. 其动力学方程为:

$$q(t) - f_{\text{film}} = m \frac{d^2 \delta}{dt^2}, \quad (6)$$

式中: $q(t)$ 为外载荷; f_{film} 为油膜力; m 为摩擦副等效质量; δ 为弹性趋近量.

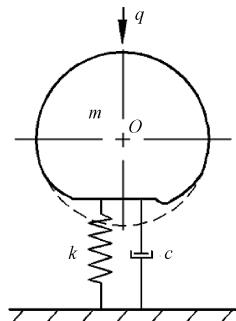


图 1 弹流状态下线接触摩擦副动力学模型

Fig.1 Dynamic model of line contact friction pairs in EHL condition

1.3 耦合方程

对比动力学方程和弹流基本方程, 得耦合方程:

$$f_{\text{film}} = l \int_{x_i}^{x_0} p(x, t) dx; \quad (7)$$

$$\delta(t) = -h_{00}(t) + c_{00}, \quad (8)$$

式中: l 为摩擦副有效接触长度; c_{00} 为待定常数.

1.4 方程的无量纲化

弹流基本方程(1)~(5)的无量纲化参见文献[11]. 动力学方程(6)的无量纲化参见文献[10].

2 摩擦副的刚度、阻尼计算模型

2.1 油膜力的线性化

在图 1 中, 设外载荷为静载荷 q_0 时, 摩擦副的弹性趋近量为 δ_0 , 此时油膜力与外载荷平衡, 即 $f_{\text{film}}(\delta_0) = q_0$. 当系统受到外加干扰时, 弹性趋近量

δ 将发生变化, 此时将油膜力 $f_{\text{film}}(\delta)$ 按泰勒级数展开, 并略去式中的二阶及高阶小量, 可得

$$f_{\text{film}}(\delta) = f_{\text{film}}(\delta_0) + k(\delta - \delta_0) + c\dot{\delta}, \quad (9)$$

式中: k 和 c 分别为摩擦副有量纲刚度和有量纲阻尼.

在自由振动条件下, 摩擦副的动力学方程为:

$$m \frac{d^2 \delta}{dt^2} + f_{\text{film}}(\delta) - q_0 = 0. \quad (10)$$

将式(9)代入式(10), 得

$$m \frac{d^2 \delta}{dt^2} + k(\delta - \delta_0) + c\dot{\delta} = 0. \quad (11)$$

将式(11)按照文献[10]进行无量纲化, 并令 $\Delta^* = \Delta - \Delta_0$, 得

$$\frac{1}{\Omega_c^2} \frac{d^2 \Delta^*}{dT^2} + C \frac{d\Delta^*}{dT} + K\Delta^* = 0; \quad (12)$$

$$\Omega_c = \sqrt{\frac{Rq_0}{mu^2}}; \Delta = \frac{R}{b^2}\delta; T = \frac{u}{b}t; C = \frac{bu}{Rq_0}c; K = \frac{b^2}{Rq_0}k,$$

式中: Ω_c 为无量纲自然频率; R 为等效曲率半径; Δ 为无量纲弹性趋近量; b 为 Hertz 接触区半宽; T 为无量纲时间; K 为无量纲刚度; C 为无量纲阻尼.

2.2 摩擦副刚度阻尼计算模型

式(12)可以看做质量为 $1/\Omega_c^2$ 、刚度为 K 、阻尼为 C 的单自由度振动系统, 其振动响应曲线如图 2.

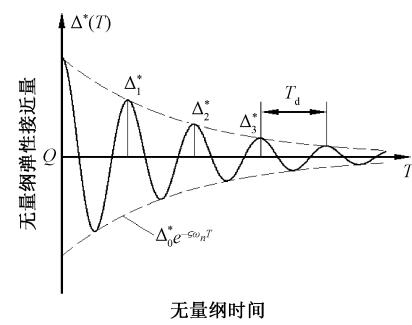


图 2 单自由度系统自由振动曲线

Fig.2 Free vibration characteristic curve of SDOF

根据振动响应曲线, 可以得到摩擦副的刚度和阻尼. 具体计算过程参见文献[8].

3 数值求解

对 Reynolds 方程进行离散, 在空间坐标轴上选择三点中心差分离散格式, 时间坐标轴上采用隐式欧拉差分离散格式. 对动力学方程采用 Newmark 法^[6] 进行离散. 数值求解的流程如图 3 所示.

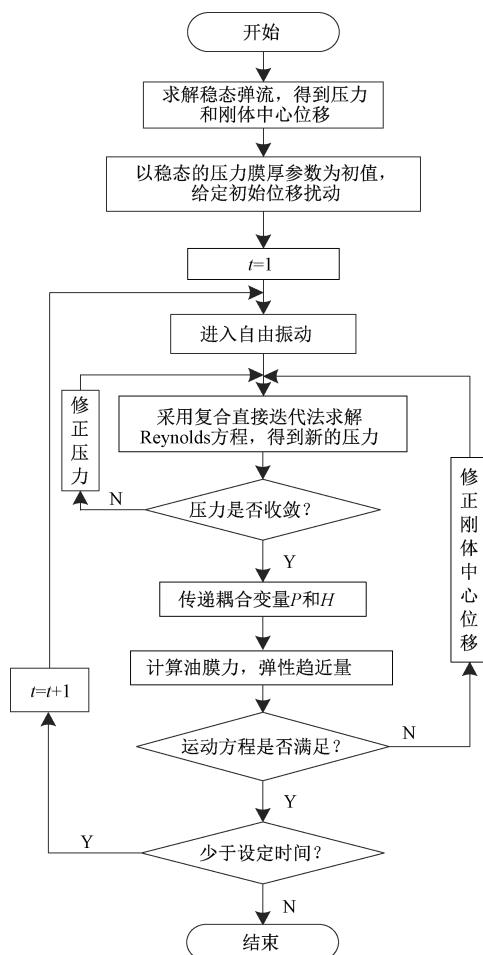


图3 摩擦副动力学特性求解流程

Fig.3 Solving process of dynamic characteristics of friction pairs

按照图3的求解流程,给出了自由振动下摩擦副的振动响应过程,如图4所示。图5为张鑫磊^[8]在其研究过程中给出的油膜自由振动曲线。对比两图可知:本文方法计算得到的点数较密,根据这些数据得到的振动曲线计算摩擦副的刚度、阻尼,可以在很大程度上提高计算结果的准确性。

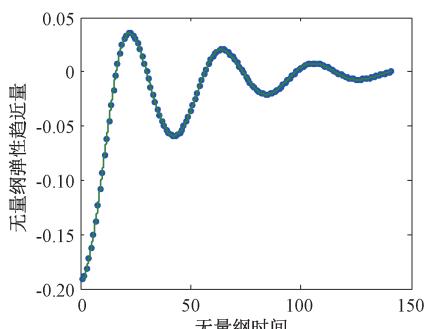


图4 自由振动条件下摩擦副的动特性响应曲线

Fig.4 Response curve of the dynamic characteristics of friction pairs under free vibration condition

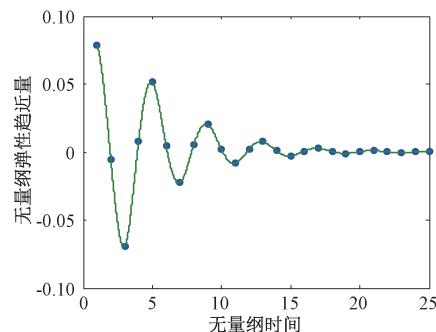


图5 位移扰动下弹流油膜的自由振动曲线

Fig.5 Free vibration curve of elastomeric oil film under displacement disturbance

4 自然频率对摩擦副刚度、阻尼的影响

由无量纲自然频率 Ω_c 的定义可知,当载荷、速度不变时,改变摩擦副等效质量 m 就等于是改变 Ω_c 的大小。所以,研究 m 对摩擦副刚度阻尼的影响就等效于研究 Ω_c 对摩擦副刚度阻尼的影响。

取载荷 $q = 1000 \text{ N}$,速度 $u = 0.1 \text{ m/s}$,时间步长 $\Delta t = 1.0 \times 10^{-4} \text{ s}$,位移扰动量 $h_0 = 1.2h_{00}$,质量分别取 m 、 $2m$ 、 $4m$ 、 $6m$ 、 $8m$ 、 $10m$,其中 $m = 0.0092 \text{ kg}$,根据图6中计算得到的摩擦副的振动响应曲线,得到各算例下摩擦副的刚度、阻尼,如表1所示。

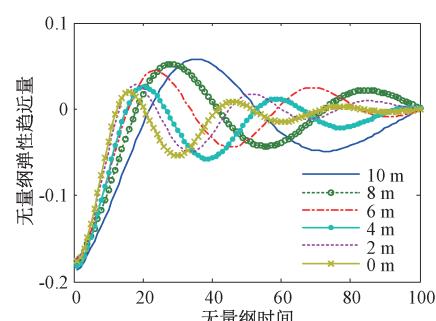


图6 等效质量对摩擦副振动响应的影响

Fig.6 Effect of equivalent mass on vibration response of friction pairs

由图6可见,随着等效质量 m 的增大,摩擦副的振动幅值和周期也随之增大。但从表1可见,摩擦副等效质量的变化并不影响摩擦副的刚度阻尼。故在研究摩擦副的刚度阻尼特性时,将等效质量或者无量纲自然频率取为定值,不影响所得结论的普适性。需注意的是,根据计算经验,等效质量或者无量纲自然频率的取值,影响时间步长的选取,二者需要匹配,才能保证计算的收敛性和高收敛精度。

表1 等效质量对摩擦副刚度阻尼的影响
Tab.1 Effect of equivalent mass on stiffness and damping of friction pairs

载荷/N	速度/(m·s ⁻¹)	质量/kg	无量纲刚度	有量纲刚度/(N·m ⁻¹)	无量纲阻尼	有量纲阻尼/(N·s·m ⁻¹)
1 000	0.1	m	4.455 15	4.056×10^9	0.452 08	6.606×10^5
		$2m$	4.460 93	3.954×10^9	0.462 09	6.624×10^5
		$4m$	4.455 15	4.056×10^9	0.449 08	6.447×10^5
		$6m$	4.468 30	4.026×10^9	0.457 06	6.508×10^5
		$8m$	4.472 05	4.035×10^9	0.456 18	6.589×10^5
		$10m$	4.433 61	4.092×10^9	0.443 05	6.638×10^5

5 激励方式和激振频率对摩擦副刚度和阻尼的影响

5.1 简谐激励下摩擦副动力学-弹流润滑耦合方程

对图1所示的摩擦副动力学模型,设平衡状态时,摩擦副所受外载荷为定值 q_0 ,施加简谐力 $\Delta q = q_0 c_w \sin \omega_e t$,则等效质量 m 所受总的外载荷 $q(t) = q_0 + q_0 c_w \sin \omega_e t$.等效质量 m 在简谐激励作用下做周期性振动,其振动方程为:

$$q_0(1 + c_w \sin \omega_e t) - f_{\text{film}} = m \frac{d^2 \delta}{dt^2}, \quad (13)$$

式中: $c_w < 1$,为动载系数; ω_e 为激励频率.

因为惯性力是保守力,所以当 m 受到稳定的强迫振动时,在一个振动周期内,惯性力所做的功为零.记一个振动周期内外载荷 $q(t)$ 所做的功为 ΔE ,则

$$\begin{aligned} \Delta E &= \int_0^{2\pi/\omega_e} q_0(1 + c_w \sin \omega_e t) dx = \int_0^{2\pi/\omega_e} \left(f_{\text{film}} + \right. \\ &\quad \left. m \frac{d^2 \delta}{dt^2} \right) dx = \int_0^{2\pi/\omega_e} f_{\text{film}} dx + \int_0^{2\pi/\omega_e} m \frac{d^2 \delta}{dt^2} dx = \\ &= \int_0^{2\pi/\omega_e} f_{\text{film}} dx. \end{aligned} \quad (14)$$

所以, $f_{\text{film}} = q_0(1 + c_w \sin \omega_e t)$,其无量纲形式如下:

$$F_{\text{film}} = 1 + c_w \sin \Omega_e T, \quad (15)$$

式中: $\Omega_e = \frac{b}{u}$,为无量纲简谐激励下的频率.

5.2 简谐激励下摩擦副系统的刚度和阻尼

对于油膜力 F_{film} 可表示如下:

$$F_{\text{film}}(t) = K\Delta^* + C\dot{\Delta}^*, \quad (16)$$

式中: Δ^* 为摩擦副无量纲刚体位移.

当 m 作强迫振动时,

$$\Delta^*(T) = \bar{\Delta} \sin \Omega_e T, \quad (17)$$

式中: $\bar{\Delta}$ 为摩擦副无量纲振动幅值.

将式(17)代入式(16)中,得

$$F_{\text{film}}(t) = K\bar{\Delta} \sin \Omega_e T + C\Omega_e \bar{\Delta} \cos \Omega_e T =$$

$$K\Delta^* \pm C\Omega_e \sqrt{\bar{\Delta}^2 - \Delta^*}.$$

$F_{\text{film}}(t)$ 随着 Δ^* 的变化形成了一条闭合的曲线,即阻尼环,如图7所示.阻尼环的面积代表系统振动一个周期所消耗的能量 E ,即

$$E = \int_0^{2\pi/\Omega_e} (K\bar{\Delta} \sin \Omega_e T + C\bar{\Delta} \Omega_e \cos \Omega_e T) \times (\bar{\Delta} \Omega_e \cos \Omega_e T) dT. \quad (19)$$

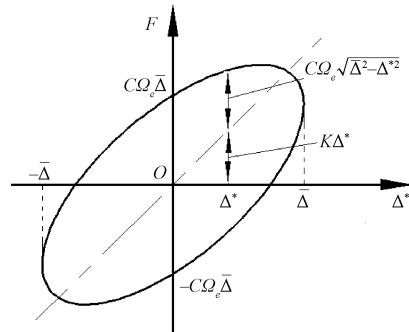


图7 阻尼环

Fig.7 Damping loop

由阻尼环面积及长轴斜率,可求得摩擦副刚

$$\text{度和阻尼如下: } C = \frac{E}{\pi \Omega_e \bar{\Delta}^2}, K = \frac{F(\bar{\Delta}) - F(-\bar{\Delta})}{2\bar{\Delta}}.$$

具体可参见文献[12].

5.3 算例及分析

5.3.1 激励方式的影响

选取速度为0.1 m/s,静载荷 q_0 分别为800、1 000、1 200 N,时间步长 $\Delta t = 1.0 \times 10^{-4}$ s.在位移扰动下,扰动量为 $h_0 = 1.2h_{00}$;在简谐激励下,外加简谐激励为 $\Delta q = \frac{q_0}{6} \sin \frac{\pi}{10} t$,分别计算每种工况下摩擦副的刚度、阻尼,结果如表2所示.

5.3.2 激振频率的影响

表3为不同简谐激振频率作用下求得的摩擦副的刚度和阻尼值.具体计算参数为静载荷 $q_0 = 1 200$ N,速度 $u = 0.1$ m/s,简谐激励 $\Delta q = 200 \sin(2\pi f \cdot t)$.

表 2 激励方式对摩擦副刚度和阻尼的影响

Tab.2 Influence of incentive method on stiffness and damping of friction pairs

静载荷/ N	速度/ (m·s ⁻¹)	不同初始 扰动	无量纲 刚度	有量纲刚度/ (N·m ⁻¹)	无量纲 阻尼	有量纲阻尼/ (N·s·m ⁻¹)
800	0.1	位移扰动	4.230 26	3.978 9×10 ⁹	1.144 44	1.291 7×10 ⁶
		简谐激励	4.228 50	3.949 8×10 ⁹	1.140 22	1.310 2×10 ⁶
1 000	0.1	位移扰动	4.455 15	4.056 1×10 ⁹	0.452 08	6.606 1×10 ⁵
		简谐激励	4.450 78	4.043 2×10 ⁹	0.453 86	6.711 4×10 ⁵
1 200	0.1	位移扰动	4.584 26	4.173 7×10 ⁹	0.433 09	6.337 3×10 ⁵
		简谐激励	4.584 86	4.174 2×10 ⁹	0.436 14	6.347 7×10 ⁵

表 3 激振频率对摩擦副刚度和阻尼的影响

Tab.3 Effect of vibration frequency on stiffness and damping of friction pairs

频率/ s ⁻¹	无量纲 刚度	有量纲刚 度/(N·m ⁻¹)	无量纲 阻尼	有量纲阻 尼/(N·s·m ⁻¹)
0.05	4.584 86	4.174 2×10 ⁹	0.443 09	6.711 4×10 ⁵
0.10	4.584 62	4.174 0×10 ⁹	0.442 31	6.699 6×10 ⁵
0.15	4.581 38	4.171 1×10 ⁹	0.439 04	6.694 1×10 ⁵
0.20	4.582 10	4.171 3×10 ⁹	0.440 34	6.701 2×10 ⁵
0.25	4.581 92	4.172 7×10 ⁹	0.442 97	6.712 8×10 ⁵
0.30	4.582 01	4.173 5×10 ⁹	0.439 62	6.709 2×10 ⁵
0.40	4.583 61	4.172 9×10 ⁹	0.440 57	6.710 7×10 ⁵

5.3.3 对比分析

由表 2 和表 3 可知,摩擦副的刚度和阻尼与激励形式无关,与激振频率无关。此结论与张鑫磊^[8]的研究结论相同,但是张鑫磊^[8]在对各自的研究中只选取一组参数进行对比,而本节选取了多组参数,所得结论更具有说服性;另外,由于选取了可以使程序很好收敛的无量纲自然频率进行研究,提高了计算结果的精度,同时也提高了所得结论的准确性。

6 结论

(1) 在弹流润滑状态下,摩擦副的刚度和阻尼与摩擦副等效质量无关,与激励方式、激励频率无关;

(2) 摩擦副等效质量取值虽不影响摩擦副的刚度、阻尼,但和时间步长要相匹配,否则影响收敛精度;

(3) 在研究激励方式和激振频率对摩擦副刚度和阻尼的影响时,选取了可以使程序很好地收敛的无量纲自然频率值,很大程度上提高了计算结果的精度和所得结论的准确性。

参考文献:

[1] DATTA J, FARHANG K. A nonlinear model for struc-

tural vibrations in rolling element bearings, part 1: derivation of governing equations [J]. Journal of Tribology, 1997, 119(1):126-131.

- [2] HARSHA S P, KUMAR S, PRAKASH R. Non-linear dynamic behaviors of rolling element bearings due to surface waviness[J]. Journal of sound and vibration, 2004, 272(3/5):557-580.
- [3] HAGIU G D, GAFITANU M D. Dynamic characteristics of high speed angular contact ball bearings [J]. Wear, 1997, 211(1):22-29.
- [4] SARANGI M, MAJUMDAR B C, SEKHAR A S. Stiffness and damping characteristics of lubricated ball bearing considering the surface roughness effect, part 1: theoretical formulation[J]. Proceedings of the institution of mechanical engineers, Part J: journal of engineering tribology, 2004, 218(6):529-538.
- [5] SARANGI M, MAJUMDAR B C, SEKHAR A S. Stiffness and damping characteristics of lubricated ball bearing considering the surface roughness effect, part 2: numerical results and application [J]. Proceedings of the institution of mechanical engineers, Part J: journal of engineering tribology, 2004, 218(6):539-548.
- [6] WIJNANT Y H. Contact dynamics in the field of elastohydrodynamic lubrication [D]. Enschede, Netherlands: University Twente, 1998.
- [7] VENNER C H, POPOVICI G, WIJNANT Y H. Contact dynamics of EHL contacts with time varying operating conditions[J]. Tribology and interface engineering series, 2003, 43(3):189-200.
- [8] 张鑫磊. 线接触弹流润滑油膜动特性及压力极值研究[D]. 郑州:郑州大学, 2016.
- [9] 张玉言,王晓力,闫晓亮. 非稳态弹流润滑状态下滚动体-滚道摩擦副的动力特性研究[J]. 摩擦学学报, 2012, 32(6):626-633.
- [10] 柳剑. 弹流润滑状态下的滚动轴承摩擦副动力学特性研究[D]. 武汉:华中科技大学, 2014.
- [11] 温诗铸,杨沛然. 弹性流体动力润滑[M]. 北京:清华大学出版社, 1992:63-129.
- [12] 徐梦霞. 线接触弹流润滑状态下摩擦副的动力学特性研究[D]. 郑州:郑州大学, 2018.

(下转第 78 页)

- for modal vector analysis[C]//Proceedings of the 1st International Modal Analysis Conference. Orlando: USA, 1982;110-116.
- [14] 龙凯,贾长治,李宝峰. Patran2010与Nastran 2010有限元分析从入门到精通[M].北京:机械工业出版社,2011:339-354.

Application of Response Surface Method to the Hierarchical Correction of Mill Transmission System

TAO Zheng¹, MAO Songlei¹, GUO Qintao², LIU Xu¹

(1.School of Mechanical Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China; 2.School of Mechanical and Electrical Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: Accurate finite element models were important to dynamic design of structures. In view of the complex structure of large mill transmission system, the substructures of the transmission system were taken as the research object based on the idea of hierarchical, the experimental modal frequency data were taken as the target values; the finite element model updating method based on response surface was served to optimize the uncertain parameters in the structure; and the substructure model was modified. The correction results showed that the frequency error was less than 0.03%, the value of vibration mode correlation coefficient was above 0.89, and the frequency response curve of the simulation model was close to the frequency response curve obtained by the modal experiment. It showed that the accuracy of finite element model was obviously improved. It verified the feasibility of applying response surface method to the design and dynamic analysis of large mechanical equipment transmission system. And it laid a solid foundation for the follow-up overall analysis of the system.

Key words: mill transmission system; substructure; modal test; response surface method; model updating

(上接第 72 页)

Study on Dynamic Characteristics of Friction Pairs in Line Contact EHL Condition

XIA Boqian, XU Mengxia

(School of Mechanical Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China)

Abstract: This paper set up a coupling model of dynamic and elastic lubrication system of line contact friction pair in the flow state. The complex direct iterative method was used to solve the change of rigid body center film thickness during the vibration process of contact body. The stiffness and damping of the friction pairs were calculated by the calculation model of stiffness and damping. The influence of different quality, different incentive methods and different excitation frequencies on the dynamic characteristics of friction pairs were studied. Results showed that in the vibration process of contact body, the thickness of the center film of rigid body fluctuated in the equilibrium position, and as the mass increased, the vibration amplitude and period of the contact body would gradually increase; The stiffness and damping of the friction pairs were not related to the selection of the mass or the dimensionless natural frequency. When studying the influence of excitation mode and excitation frequency on the stiffness and damping of friction pair, the dimensionless natural frequency value which could make the program converge well were selected. It greatly improved the precision of the calculation results and the accuracy of the conclusions obtained.

Key words: line contact; elastohydrodynamic lubrication; friction pairs; stiffness; damping