

文章编号:1671-6833(2018)03-0056-06

含扁率的希尔型三体系统太阳帆悬浮轨道设计

宋 明, 和兴锁, 闫业毫, 和东生

(西北工业大学 力学与土木建筑学院, 陕西 西安 710029)

摘 要: 在考虑大天体含扁率的情况下,研究了太阳帆在希尔型限制性三体问题的悬浮轨道设计方案. 首先介绍一种太阳帆力学模型,这种模型带有改进型的反射控制设备;接着利用一些近似的简化,建立太阳帆在希尔型限制性三体问题系统中的动力学模型. 研究发现,改变反射控制设备中吸收光线模块和热辐射模块的面积大小或者改变太阳帆特征加速度或者改变大天体扁率都会引起系统的共线平衡点的位置发生变化. 在共线平衡点对系统进行线性化处理,运用线性二次调节器对不稳定的系统进行主动控制. 仿真结果表明,通过调节太阳帆姿态角和改变吸收光线模块的面积可以得到太阳帆悬浮轨道并且使其达到渐近稳定.

关键词: 太阳帆; 悬浮轨道; 反射控制设备; 希尔型限制性三体问题; 扁率

中图分类号: V412.41 文献标志码: A doi:10.13705/j.issn.1671-6833.2017.06.015

0 引言

太阳帆是利用巨大的、像镜子一样的轻质帆面反射太阳光来产生推动力的. 由日本航天局研制的“IKAROS”太阳帆成功发射后^[1], 基于太阳帆的一系列空间任务被相继提出, 如: NanoSail-D, Cubesail, DeorbitSail, Sunjammer, LightSail 等. 毫无疑问, 太阳帆将会成为本世纪的热门研究课题.

限制性三体问题模型一直被视为基本的动力学模型^[2], 而希尔型三体问题是限制性三体问题的一种近似^[3]. 通常情况下人们把天体视为质量均匀分布的理想球体, 不考虑质量为无穷小量的太阳帆对天体运动的影响. 但是, 宇宙中纯粹意义的球体是不存在的, 大部分星体都是扁的, 也有一部分是不规则形状的. Sharma^[4]发现考虑大天体扁率的限制性三体系统存在周期性轨道. Singh^[5]把诸如天体扁率、天体的辐射等多种扰动影响结合在一起, 分析平衡点的非线性稳定性. Douskos^[6]对希尔型三体问题的平衡点及其稳定性进行了系统研究. 遗憾的是, 以上文献没有涉及到天体扁率对太阳帆轨道的影响. 因此, 笔者主要研究天体扁率在希尔型三体系统对太阳帆运动的影

响, 以及共线平衡点附近的悬浮轨道设计.

1 太阳帆力学模型

“IKAROS”太阳帆上的反射控制设备, 简称 RCD, 是一种柔性多层液晶薄片通过改变其上的电压来改变反射率的装置^[7]. 龚胜平等^[8]提出了一种 RCD, 其中包含两种模块: 镜面反射模块和吸收光线模块, 并把这种技术成功运用在研究地月系统平衡点太阳帆轨道运动和研究太阳帆在小行星附近的动力学^[9-10]. 笔者将会利用这一技术并进行一些改进. 改进型的 RCD 包含两种模块, 一种是反射模块, 反射系数为 ρ_r ; 另外一种为吸收模块, 吸收系数为 $\rho_a = 1 - \rho_r$. 和之前版本的 RCD 不同的是, 笔者把散射和热辐射一并考虑在内. 假设 RCD 可以转换成开启和关闭两种状态. 太阳帆总的有效面积为 A_{tot} , 设定 RCD 的面积为 $A_0 = A_{tot}/8$, 吸收模块的面积为 $A_a = pA_{tot}$, $p \in [0, 0.125]$, 其中 p 为比例系数, 吸收模块对应的状态为关闭; 同样反射模块的面积为 $A_r = A_{tot} - A_a$, 对应开启状态. 于是, 因吸收、反射和热辐射作用而产生的太阳帆加速度可以表示为:

$$\boldsymbol{a}_a = \frac{PA_{tot}}{m}p\cos\alpha\boldsymbol{n}_s; \tag{1}$$

收稿日期:2016-12-10; 修订日期:2017-06-22
基金项目:国家自然科学基金资助(10672133)
作者简介:宋明(1982—),男,河南信阳人,西北工业大学博士研究生,主要从事航天器轨道动力学与控制研究, E-mail:songmingnwpu@163.com.

$$a_r = \frac{PA_{\text{tot}}}{m}(1-p)[2\rho_r s \cos^2 \alpha n + B_f(1-s)\rho_r \cos \alpha n - \rho_r s \cos \alpha n_s]; \quad (2)$$

$$a_{\text{th}} = \frac{PA_{\text{tot}}}{m}p(1-\rho_r) \frac{\varepsilon_f B_f - \varepsilon_b B_b}{\varepsilon_f + \varepsilon_b} \cos \alpha n. \quad (3)$$

式中, P 表示太阳光压; 太阳帆帆面法向量为 $\mathbf{n} = (\cos \alpha \cos(\omega_s t), -\cos \alpha \sin(\omega_s t), \sin \alpha)^T$; $\mathbf{n}_s = (\cos(\omega_s t), -\sin(\omega_s t), 0)^T$ 表示太阳光线方向矢量; 太阳帆质量为 m ; α 是帆面法向量与光线的夹角; ω_s 是光线在无量纲的相合坐标系下的角速度^[11], 笔者视 ω_s 为一常数.

太阳帆力学模型的相关参数详见表 1, 详见文献[12], 太阳帆受到光压加速度为:

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_a + \mathbf{a}_r + \mathbf{a}_{\text{th}}. \quad (4)$$

表 1 太阳帆力学模型参数

Tab. 1 Parameters of solar sail mechanical model

| 参数 | 符号 | 数值 |
|----------|-----------------|------|
| 反射系数 | ρ_r | 0.88 |
| 镜面反射系数 | s | 0.94 |
| 迎光面散射系数 | ε_f | 0.05 |
| 背光面散射系数 | ε_b | 0.55 |
| 迎光面非朗伯系数 | B_f | 0.79 |
| 背光面非朗伯系数 | B_b | 0.55 |

2 动力学系统

研究大天体是扁球的限制性三体问题. 首先建立无量纲的质心旋转坐标系 $Oxyz$, 原点定义为两个主天体的公共质心, 两个主天体间的连线定义为 x 轴, 主天体角速度 ω 的指向定义为 z 轴, y 轴满足右手定则. 图 1 为圆型限制性三体问题的示意图. 运用无量纲化的定义, 两个主天体质量分别为 $m_1 = 1 - \mu, m_2 = \mu, \mu$ 是系统的质量比率, $\mu = m_2/(m_1 + m_2)$, 两个主天体距离原点的距离分别为 $\|\overrightarrow{P_1 O}\| = \mu, \|\overrightarrow{OP_2}\| = 1 - \mu$.

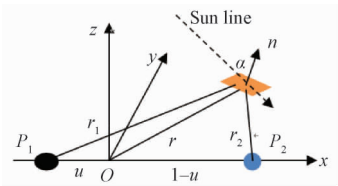


图 1 圆型限制性三体问题

Fig. 1 Circular restricted three-body problem

考虑大天体是扁球的情况下, 太阳帆在该系统的运动微分方程为:

$$\ddot{x} - 2n\dot{y} = \Omega_x + a_x; \quad (5)$$

$$\ddot{y} + 2n\dot{x} = \Omega_y + a_y; \quad (6)$$

$$\ddot{z} = \Omega_z + a_z, \quad (7)$$

其中 Ω 表示势函数, 见文献[6].

$$\Omega = n^2(x^2 + y^2)/2 + (1 - \mu)/r_1 + \mu/r_2 + (1 - \mu)A_1/2/r_1^3 - 3(1 - \mu)A_1z^2/2/r_1^5. \quad (8)$$

式中: $\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z$ 代表势函数 Ω 对三轴的偏导数;

$$r_1 = \sqrt{(x + \mu)^2 + y^2 + z^2}, r_2 = \sqrt{(x - \mu)^2 + y^2 + z^2}$$

分别表示两大天体和太阳帆的距离; $n = \sqrt{1 + 3A_1/2}$ 是天体平均角速度; $A_1 = (R_E^2 - R_p^2)/(5R_D^2)$ 表示大天体的扁率, 其中 R_E 和 R_p 分别为大天体的赤道半径和极半径, R_D 是两个星体间距, 见文献[13]; a_x, a_y, a_z 为太阳光压加速度在三轴的投影分量; $a_0 = 2PA_{\text{tot}}/m$ 是太阳帆的特征加速度.

$$a_x = a_0[f(p, \alpha) + g(p, \alpha)] \cos(\omega_s t); \quad (9)$$

$$a_y = -a_0[f(p, \alpha) + g(p, \alpha)] \sin(\omega_s t); \quad (10)$$

$$a_z = a_0 h(p, \alpha), \quad (11)$$

式中, $f(\cdot), g(\cdot), h(\cdot)$ 是 p 和 α 的函数.

$$f(p, \alpha) = (1 - p)(1.6544 \cos^2 \alpha +$$

$$0.0417 \cos \alpha - 0.8272) \cos \alpha; \quad (12)$$

$$g(p, \alpha) = p(1 - 0.0526 \cos \alpha) \cos \alpha; \quad (13)$$

$$h(p, \alpha) = (1.6544 \cos \alpha - 1.6544 p \cos \alpha -$$

$$0.0943 p + 0.0417) \sin \alpha \cos \alpha. \quad (14)$$

运用文献[14]中提到的方法, 即把原点移动到小天体并进行坐标变换:

$$x = 1 - \mu + \mu^{1/3} X; y = \mu^{1/3} Y; z = \mu^{1/3} Z. \quad (15)$$

令 $\mu \rightarrow 0$, 则含扁率的希尔型限制性三体问题可以表示为:

$$\ddot{X} - 2n\dot{Y} = W_X + a_x; \quad (16)$$

$$\ddot{Y} + 2n\dot{X} = W_Y + a_y; \quad (17)$$

$$\ddot{Z} = W_Z + a_z, \quad (18)$$

式中: W 为新系统的势函数.

$$W = \frac{3X^2}{2} + \frac{15A_1X^2}{4} - \frac{Z^2}{2} - \frac{9A_1Z^2}{4} + \frac{1}{R}. \quad (19)$$

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}. \quad (20)$$

3 共线平衡点

求解以下方程组可以得到系统的平衡点:

$$W_X + a_x = 0; \quad (21)$$

$$W_Y + a_y = 0; \quad (22)$$

$$W_Z + a_z = 0. \quad (23)$$

经典的希尔型三体问题只有两个对称的共线平衡点, 笔者主要研究希尔型三体系统的共线平衡点和其附近邻域的轨道运动情况. 假设

该系统的 L_1 、 L_2 两共线平衡点位于 X 轴上,用 $\mathbf{R}_e = (X_e, 0, 0)^T$ 表示共线平衡点. 很显然共线平衡点满足式 (21)、(22) 和 (23), 整理可以得到:

$$3X_e + 15A_1X_e/2 - X_e/|X_e|^3 + a_0[f(p,\alpha) + g(p,\alpha)] = 0; \tag{24}$$

$$-a_0[f(p,\alpha) + g(p,\alpha)]\sin(\omega_s t) = 0; \tag{25}$$

$$a_0h(p,\alpha) = 0. \tag{26}$$

$\alpha = 0, \omega_s t = 2k\pi (k \in \mathbb{Z})$ 是式 (25) 和 (26) 成立的必要条件, 把其代入式 (24), 观察式 (24), 发现共线平衡点的位置由 p 、 a_0 和 A_1 共同决定. 运用类

似文献[15] 的数值计算方法, 在 3 个参数 p 、 a_0 、 A_1 当中, 固定一个参数不变, 然后观察其他两个参数变化对共线平衡点位置的影响. 图 2 表示的是, 当太阳帆特征加速度为一常值时, 参数 p 和 A_1 的改变对 L_1 、 L_2 位置的影响. 经典的希尔型限制性三体问题的共线平衡点位置为 $X = \pm 3^{-1/3} \approx \pm 0.693\ 361$, 然而含扁率的希尔系统的 L_1 的横坐标最小值为 $-0.693\ 459$, L_2 的最大值为 $0.693\ 264$. 然后, 按照同样的方法, 固定一个参数, 设定扁率 A_1 为一个常数, $A_1 = 0.004\ 23$, 则共线平衡点位置变化显示在图 3.

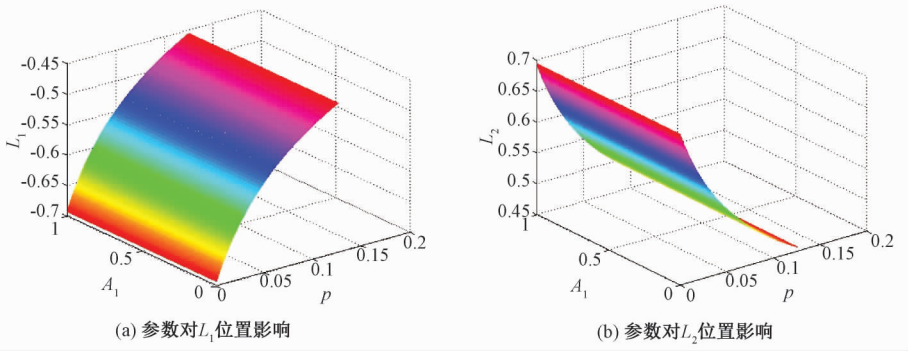


图 2 含扁率的希尔系统共线平衡点位置变化图, $a_0 = 0.001, p \in [0, 0.125], A_1 \in [0, 1]$

Fig.2 Positions of collinear equilibrium points in the Hill's system with oblateness with variational p and A_1 with fixed $a_0 = 0.001, p \in [0, 0.125], A_1 \in [0, 1]$

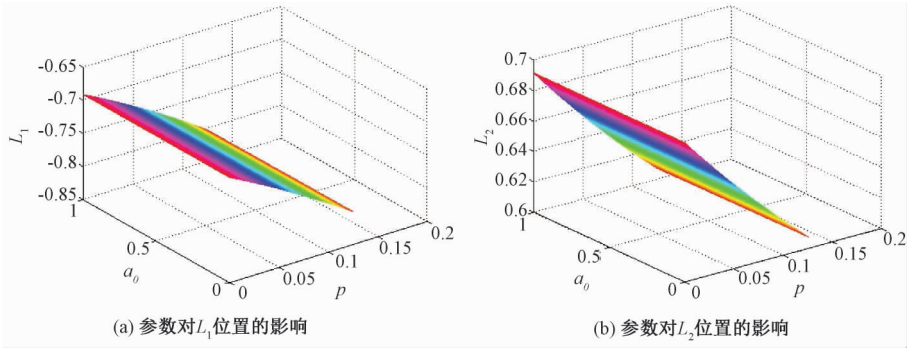


图 3 含扁率的希尔系统共线平衡点位置变化图, $A_1 = 0.004\ 23, p \in [0, 0.125], a_0 \in [0, 1]$

Fig.3 Positions of collinear equilibrium points in the Hill's system with oblateness with variational p and a_0 with fixed $A_1 = 0.004\ 23, p \in [0, 0.125], a_0 \in [0, 1]$

4 系统线性化

为了更进一步研究太阳帆轨道, 需要对系统微分方程进行线性化处理, 即在平衡点处引入小的扰动, 然后利用泰勒展开式, 略去对系统影响很小的高阶项, 只保留线性项, 建立变分方程. 于是, 在平衡点引入小扰动:

$$X = X_e + \xi, Y = \eta, Z = \zeta. \tag{27}$$

然后把小扰动代入到系统方程, 再进行线性化处理就可得到变分方程:

$$\ddot{\xi} - 2n\dot{\eta} = W_{xx}^e \xi + u_{\xi}; \tag{28}$$

$$\ddot{\eta} + 2n\dot{\xi} = W_{yy}^e \eta + u_{\eta}; \tag{29}$$

$$\ddot{\zeta} = W_{zz}^e \zeta + u_{\zeta}. \tag{30}$$

其中,

$$W_{xx} = 3X^2/R^5 - 1/R^3 + 3.0375; \tag{31}$$

$$W_{yy} = 3Y^2/R^5 - 1/R^3; \tag{32}$$

$$W_{zz} = 3Z^2/R^5 - 1/R^3 - 1.0225; \tag{33}$$

$$\mathbf{u} = [u_{\xi}, u_{\eta}, u_{\zeta}]^T = [a_x, a_y, a_z]^T. \tag{34}$$

此处的 $W_{ij}^e (i, j = X, Y, Z)$ 表示势函数的二阶偏

导数在共线平衡点的取值,可以把变分方程写成状态空间的矩阵方程:

$$\dot{X} = AX + Bu. \tag{35}$$

其中, $X = (\xi, \eta, \zeta, \dot{\xi}, \dot{\eta}, \dot{\zeta})^T$ 为六维状态矢量.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ W_{xx}^e & 0 & 0 & 0 & 2n & 0 \\ 0 & W_{yy}^e & 0 & -2n & 0 & 0 \\ 0 & 0 & W_{zz}^e & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$
$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; u = \begin{pmatrix} u_{\xi} \\ u_{\eta} \\ u_{\zeta} \end{pmatrix}. \tag{36}$$

5 仿真计算

5.1 追踪参考轨道

求解共线平衡点附近的太阳帆悬浮轨道, 用 Simo^[11] 提出的方法, 引入参考轨道:

$$\xi_{\text{ref}} = \xi_0 \cos(\omega_s t); \tag{37}$$

$$\eta_{\text{ref}} = \eta_0 \sin(\omega_s t); \tag{38}$$

$$\zeta_{\text{ref}} = \zeta_0. \tag{39}$$

参考轨道满足系统变分方程, 把参考轨道代入式(28)~式(30), 从而得到:

$$\xi_0 = \frac{a_0(2n\omega_s + \omega_s^2 + W_{yy}^e)}{4n^2\omega_s^2 - (\omega_s^2 + W_{xx}^e)(\omega_s^2 + W_{yy}^e)} \cdot [f(p, \alpha) + g(p, \alpha)]; \tag{40}$$

$$\eta_0 = -\frac{a_0(2n\omega_s + \omega_s^2 + W_{xx}^e)}{4n^2\omega_s^2 - (\omega_s^2 + W_{xx}^e)(\omega_s^2 + W_{yy}^e)} \cdot [f(p, \alpha) + g(p, \alpha)]; \tag{41}$$

$$\zeta_0 = -\frac{a_0}{W_{zz}^e} h(p, \alpha). \tag{42}$$

确定了参考轨道, 就可以利用线性二次调节器(LQR)对太阳帆进行主动控制, 从而控制太阳帆追踪给定的参考轨道 $X_{\text{ref}} = (\xi_{\text{ref}}, \eta_{\text{ref}}, \zeta_{\text{ref}})^T$, 主动控制可以使太阳帆轨道趋于渐近稳定. 考虑太阳帆轨道与参考轨道之间的误差 $\Delta X = X - X_{\text{ref}}$, 然后应用线性反馈控制, $\Delta u = u - u_{\text{ref}} = -K(X - X_{\text{ref}})$, 使误差 ΔX 满足性能指标函数 J 取最小值:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} [\Delta X^T Q \Delta X + \Delta u^T R \Delta u] dt. \tag{43}$$

其中, Q 和 R 为系统的加权矩阵, 是对称正定或

半正定的, 可以自由选择. 通过求解代数黎卡提方程(Algebraic Riccati Equation), 见文献[16]:

$$A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P + Q = 0, \tag{44}$$

可以获得收益矩阵 $K = R^{-1}B^T P$, 这样就把非线性系统(35)转化为稳定的线性系统:

$$\Delta \dot{X} = (A - BK) \Delta X. \tag{45}$$

判断太阳帆轨道是否稳定取决于矩阵 $A - BK$ 特征值的实部是否是小于或等于 0. 表 2 给出系统的相关参数和仿真的初始条件, 这些参数的选取可根据具体的任务要求而确定, 具有任意性.

表 2 系统参数和仿真初始条件

| Tab.2 Parameters of system and initial conditions for simulation | |
|--|--|
| 仿真参数 | 数值 |
| 仿真时间 | 50 |
| 扁率 | 0.004 23 |
| 太阳光线角速率 | 0.9 |
| 太阳帆特征加速度 | 0.01 |
| 初始扰动条件 | $[10^{-5}, 10^{-5}, 10^{-5}, 0, 0, 0]$ |
| 加权矩阵 Q | $\text{diag}([1, 1, 1, 1, 1, 1])$ |
| 加权矩阵 R | $\text{diag}([10^9, 0.1, 0.1])$ |
| 参考轨道太阳帆姿态角 | $\alpha = \pi/4$ |

5.2 仿真计算

通过仿真计算, 可以求出理想太阳帆模型下共线平衡点 L_1 的横坐标位置 $-0.693\ 361\ 274\ 35$. 图 4 表示的是在主动控制下太阳帆周期悬浮轨道, 可以看出太阳帆从扰动点出发, 通过主动控制, 逐渐接近参考轨道, 最终几乎与参考轨道重合, 图 5 给出悬浮轨道与参考轨道的相对位置与速度误差, 最大位置误差为 $2.947\ 68 \times 10^{-5}$, 最大的速度误差为 $7.464\ 65 \times 10^{-5}$, 当轨道趋于渐近稳定后, 位置误差保持在 10^{-8} 左右, 速度误差保持在 10^{-15} 左右. 仿真结果表明通过追踪参考轨道而设计出来的悬浮轨道可以达到渐近稳定的状态.

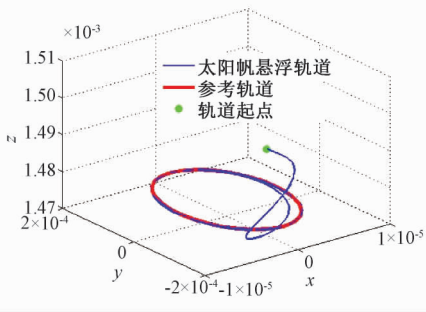


图 4 太阳帆悬浮轨道

Fig.4 Solar sail displaced orbit

太阳光压加速度沿三轴的分量随时间的变化

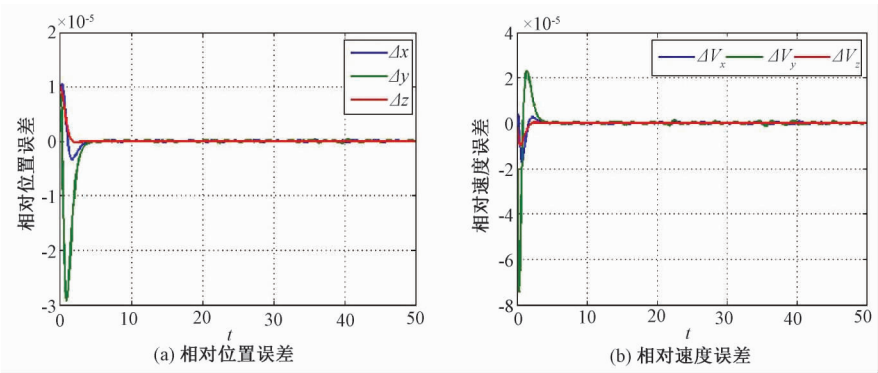


图 5 太阳帆悬浮轨道和参考轨道间的相对位置误差和相对速度误差

Fig.5 Relative position error and velocity error between solar sail displaced orbit and refer orbit

情况见图 6。可以看出,太阳光压加速度在三轴的分量以 x 轴变化幅度最大, y 轴的变化次之, z 轴的变化幅度最小,而且沿 x,y 两轴的加速度分量变化具有周期性: x 轴的加速度最大值为 $3.404\ 9 \times 10^{-4}$,最小值为 $-3.404\ 8 \times 10^{-4}$; y 轴的加速度最大值为 $3.415\ 7 \times 10^{-4}$,最小值为 $-6.401\ 1 \times 10^{-4}$; z 轴的光压加速度大致在区间 $[0.005\ 920, 0.005\ 958]$ 小幅度变化,在太阳帆运行大概 4.7 个单位时间后,沿该轴的加速度趋于平稳,稳定在 0.005 931 附近。图 7 表示的是 RCD 控制参

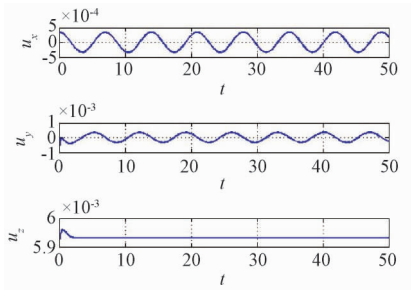


图 6 太阳帆光压加速度

Fig.6 Solar radiation pressure acceleration

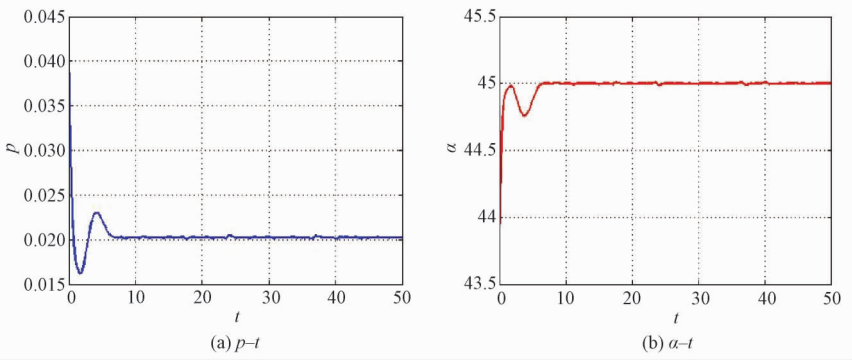


图 7 RCD 控制参数 p 和太阳帆姿态角 α 随时间变化图

Fig.7 Time histories of control parameter of RCD and the pitch angle of the solar sail

数 p 和太阳帆姿态角 α 随时间的变化图。由图可以看出,两个变化的参数都是在开始的一段时间大幅度变化,之后进入平稳期,参数 p 最终稳定在 0.02 附近,而姿态角 α 最终稳定在 44.99° 左右,这也表明两个参数最终稳定值取决于参考轨道的对应参数值。

6 结论

在考虑大天体含扁率的情况下,研究了太阳帆在希尔型限制性三体问题的悬浮轨道设计方案,并利用近似简化,建立太阳帆在希尔型限制性三体问题系统中的动力学模型。研究发现,改变反射控制设备中吸收光线模块和热辐射模块的面积

大小;或者改变太阳帆特征加速度;或者改变大天体扁率都会引起系统的共线平衡点的位置发生变化。对系统进行了线性化处理,运用 LQR 对不稳定的系统进行主动控制。通过调节太阳帆姿态角和改变吸收光线模块的面积可以得到太阳帆悬浮轨道并且使其达到渐近稳定。

参考文献:

[1] TSUDA Y, MORI O, FUNASE R, et al. Flight status of IKAROS deep space solar sail demonstrator [J]. Acta astronaut, 2011, 69(9/10): 833 - 840.
[2] BAOYIN H, MCINNES C. Solar sail equilibria in the elliptical restricted three-body problem [J]. J Guid Control Dynam, 2006, 29(3): 538 - 543.

- [3] SOSNITSKII S. On the hill stable motions in the three-body problem [J]. *Adv Space Res*, 2015, 56(5): 859 – 864.
- [4] SHARMA R K. Periodic-orbits of the 3rd kind in the restricted 3-body problem with oblateness [J]. *Astrophys & space science*, 1990, 166(2): 211 – 218.
- [5] SINGH J. Combined effects of oblateness and radiation on the nonlinear stability of L4 in the restricted three-body problem [J]. *Astron J*, 2009, 137(2): 3286 – 3292.
- [6] DOUSKOS C N, MARKELLOS V V. Out-of-plane equilibrium points in the restricted three-body problem with oblateness [J]. *Astronomy and astrophysics*, 2006, 446(1): 357 – 360.
- [7] TSUDA Y, MORI O, FUNASE R, et al. Achievement of IKAROS - Japanese deep space solar sail demonstration mission [J]. *Acta astronaut*, 2013, 82(2): 183 – 188.
- [8] MU J S, GONG S P, LI J F. Reflectivity-controlled solar sail formation flying for magnetosphere mission [J]. *Aerosp Sci Technol*, 2013, 30(1): 339 – 348.
- [9] GONG S P, LI J F, SIMO J. Orbital motions of a solar sail around the L_2 earth-moon libration point [J]. *Journal of guidance, control, and dynamics*, 2014, 37(4): 1349 – 1356.
- [10] GONG S P, LI J F. Equilibria near asteroids for solar sails with reflection control devices [J]. *Astrophys & space science*, 2015, 355(2): 213 – 223.
- [11] SIMO J, MCINNES C. Solar sail orbits at the Earth-Moon libration points [J]. *Commun nonlinear science*, 2009, 14(12): 4191 – 4196.
- [12] MCINNES C R. *Solar sailing: technology, dynamics and mission applications*[M]. London: Springer, 1999.
- [13] SHARMA R K, RAO P V S. A case of commensurability induced by oblateness [J]. *Celestial mechanics and dynamical astronomy*, 1978, 18(2): 185 – 194.
- [14] MARKELLOS V V, ROY A E, PERDIOS E A, et al. A hill problem with oblate primaries and effect of oblateness on hill stability of orbits [J]. *Astrophys & space science*, 2001, 278(3): 295 – 304.
- [15] TSIROGIANNIS G A, DOUSKOS C N, PERDIOS E A. Computation of the Liapunov orbits in the photo-gravitational RTBP with oblateness [J]. *Astrophys & space science*, 2006, 305(4): 389 – 398.
- [16] WIE B. *Space vehicle dynamics and control*[J]. *Aircraft engineering and aerospace technology*, 1998, 70(5): 2077 – 2078.

Design of Displaced Orbits for Solar Sail in Hill's Restricted Three-body Problem with Oblateness

SONG Ming, HE Xingsuo, YAN Yehao, HE Dongsheng

(School of Mechanics And Civil & Architecture, Northwestern Polytechnical University, Xi'An 710029, China)

Abstract: The solar sail displaced orbits in the Hill's restricted three-body problem was investigated, where the larger primary was an oblate spheroid in the system. Firstly, the model of solar sail equipped with a new version of reflectance control device was introduced. Next, dynamical model of the system with the larger primary an oblate spheroid was established and the Hill's restricted three-body problem with oblateness was built through appropriate simplifications. The collinear equilibrium points of the Hill's system varying with the variations of areas of absorption and thermal radiation of reflectance control devices in the solar sail, or the dimensionless characteristic acceleration of solar sail, or the oblateness of the larger primary were also investigated. Then, Linearization near the collinear equilibria of the system was applied. A linear quadratic regulator was used to stabilize the nonlinear system. The simulation revealed that solar sail displaced orbits in this system were doable and asymptotically stable by means of adjusting the pitch angle of solar sail and the area of absorption in reflectance control devices.

Key words: solar sail; displaced orbits; reflectance control devices; hill's restricted three body problem; oblateness